

УДК 532.526.2+532.527

© 1993 г. О. А. ЕФРЕМОВ, И. В. САВЕНКОВ

НЕЛИНЕЙНОЕ ВЗАИМОДЕЙСТВИЕ КРУПНОГО ВИХРЯ С ПОГРАНИЧНЫМ СЛОЕМ

Исследована нелинейная задача о потере устойчивости пограничного слоя под действием плоского вихря при больших числах Рейнольдса. Вихрь занимает всю толщину пограничного слоя и имеет продольный размер порядка длины волны Толлмина — Шлихтинга. Первоначальный вихрь быстро сносится потоком, индуцируя вблизи поверхности пластины слой Стокса. Этот слой, расширяясь, достигает размеров вязкого подслоя теории свободного взаимодействия, где происходит генерация волнового пакета. Особенность нелинейной стадии развития возмущений в данном случае заключается в формировании концентрированного вихря, возникшего в слое Стокса и быстро растущего во времени, в то время как распространяющийся впереди него волновой пакет остается линейным. Из расчетов прослеживается тенденция к образованию нового вихря над стенкой, тогда как максимум завихренности вихря, зародившегося в слое Стокса, приходится на саму стенку.

1. Постановка задачи. Рейнольдсом было высказано предположение, что причиной перехода ламинарных течений в турбулентные является их неустойчивость [1]. В настоящее время это предположение подтверждено для небольших по амплитуде начальных возмущений настолько, насколько позволяет современный уровень развития экспериментальной техники [2]. Позже Тейлором была высказана другая гипотеза, согласно которой переход вызывают внешние возмущения, приводящие к локальным отрывам пограничного слоя. Благодаря катастрофической неустойчивости отрывных зон происходит турбулизация потока. В пользу последней свидетельствуют эксперименты более полувековой давности [3].

Цель данной работы — исследовать начальную стадию развития возмущений под действием вихря, быстро внесенного в пограничный слой на плоской пластине и вызвавшего локальный отрыв потока. Вихрь с осью, перпендикулярной плоскости течения, будем считать крупным — в направлении поперек пограничного слоя он занимает всю его толщину, а его продольный размер (вдоль пластины) Δx^* — порядка длины волны Толлмина — Шлихтинга λ_{TS}^* . Расстояние L^* от передней кромки пластины до вихря, скорость набегающего потока U_∞^* и кинематическую вязкость ν_∞^* будем считать таковыми, что число Рейнольдса $R = U_\infty^* L^* / \nu_\infty^* \gg 1$. В дальнейшем устремим $R \rightarrow \infty$, тогда $\Delta x^* \sim \lambda_{TS}^* \sim L^* \epsilon^3$, где малый параметр $\epsilon = R^{-1/8}$ характерен для теории свободного взаимодействия [4, 5], нестационарный вариант которой описывает неустойчивость пограничного слоя [6—11]. Продольную скорость вихря будем считать величиной порядка ϵU_∞^* .

Введем декартову систему координат (x^*, y^*) , связав ее начало с вихрем. В дальнейшем будем пользоваться безразмерной системой единиц, взяв в качестве масштаба длины L^* и масштаба скорости U_∞^* . В этой системе единиц (x, y) будет обозначать пространственные координаты, (u, v) — проекции вектора скорости, t — время и p — давление, отнесенное к скоростному напору $\rho_\infty^* U_\infty^{*2}$ (ρ_∞^* — плотность в набегающем потоке).

2. Эволюция вихря в основной толще пограничного слоя. В принятых обозначениях характерная поперечная координата основной толщи пограничного слоя $y_2 = y \epsilon^{-4}$, а продольный размер вихря $x_2 = (x - 1) \epsilon^{-3}$. Тогда характерное время

конвективного переноса вихря $\Delta t^* \sim \varepsilon^3 L^* / U_\infty$, поэтому определим быстрое время $t_2 = t \varepsilon^{-3}$. Введем асимптотические разложения

$$\begin{aligned} u &= U_B(y_2) + \varepsilon u_2(t_2, x_2, y_2) + \varepsilon^2 u_{21}(t_2, x_2, y_2) + \dots \\ v &= \varepsilon^2 v_2(t_2, x_2, y_2) + \varepsilon^3 v_{21}(t_2, x_2, y_2) + \dots \\ p - p_\infty &= \varepsilon^2 p_2(t_2, x_2, y_2) + \varepsilon^3 p_{21}(t_2, x_2, y_2) + \dots \end{aligned} \quad (2.1)$$

где $U_B(y_2)$ — профиль Блазиуса для основного течения. Подстановка (2.1) в уравнения Навье — Стокса дает систему уравнений переноса вихря, которая вместе с начальными условиями имеет вид

$$\begin{aligned} \frac{\partial u_2}{\partial x_2} + \frac{\partial v_2}{\partial y_2} &= 0, \quad \frac{\partial p_2}{\partial y_2} = 0 \\ L_2(u_2, v_2) &= 0, \quad L_2(u_2, v_2) = \frac{\partial u_2}{\partial t_2} + U_B(y_2) \frac{\partial u_2}{\partial x_2} + v_2 \frac{dU_B}{dy_2} \end{aligned} \quad (2.2)$$

$$u_2(0, x_2, y_2) = u_0(x_2, y_2), \quad v_2(t_2, x_2, 0) = 0$$

Здесь функцию u_0 , описывающую начальное распределение вихря, будем считать отличной от нуля на поверхности пластины: $u_{00}(x_2) = u_0(x_2, 0) \neq 0$ (случай, когда $u_{00} \equiv 0$, разобран в [11]). В этом отношении постановка данной задачи напоминает задачу о внезапном старте пластины (задачу Рэлея) или цилиндра [12]. В схожей постановке в [13] рассматривалась задача о воздействии на пограничный слой вихря, распространяющегося в потенциальном потоке.

Систему (2.2) удается проинтегрировать

$$\begin{aligned} u_2 &= u_0(x_2 - U_B(y_2) t_2, y_2) + t_2 \frac{dU_B(y_2)}{dy_2} \int_0^{y_2} \frac{\partial}{\partial x} u_0(x_2 - U_B(\xi) t_2, \xi) d\xi \\ v_2 &= - \int_0^{y_2} \frac{\partial}{\partial x} u_2(t_2, x_2, \xi) d\xi \end{aligned} \quad (2.3)$$

После громоздких преобразований можно показать, что решение (2.3) имеет стационарный предел при $t_2 \rightarrow \infty$

$$u_2 \rightarrow \frac{dU_B}{dy_2} \frac{u_{00}}{\lambda}, \quad v_2 \rightarrow - \frac{U_B(y_2)}{\lambda} \frac{du_{00}}{dx_2}, \quad \lambda = \frac{dU_B}{dy_2}(0) = 0,3321 \quad (2.4)$$

Из второго соотношения в (2.4) видно, что поперечная скорость v_2 при $y_2 \rightarrow \infty$ отлична от нуля. Она индуцирует градиент давления во внешней области потенциального течения, откуда он передается назад в основную толщу пограничного слоя. Именно из этих соображений выбран масштаб давления в (2.1).

Задача для второго приближения из (2.1) является неоднородной

$$\frac{\partial u_{21}}{\partial x_2} + \frac{\partial v_{21}}{\partial y_2} = 0, \quad \frac{\partial p_{21}}{\partial y_2} = 0 \quad (2.5)$$

$$L_2(u_{21}, v_{21}) = - u_2 \frac{\partial u_2}{\partial x_2} - v_2 \frac{\partial u_2}{\partial y_2} - \frac{\partial p_2}{\partial x_2}$$

$$u_{21}(0, x_2, y_2) = 0, \quad v_{21}(t_2, x_2, 0) = 0$$

Базируясь на явном виде решения (2.3), можно показать, что

$$t_2 \rightarrow \infty: u_{21}(t_2, x_2, 0) = -t_2 \left(\frac{dp_2}{dx_2}(\infty, x_2) + u_{00} \frac{du_{00}}{dx_2} \right) + O(1) \quad (2.6)$$

Следовательно, на временах $t_2 \sim \varepsilon^{-1}$ второй член в (2.1) по порядку величины сравнивается с первым и разложение (2.1) становится непригодным. Поэтому необходимо ввести медленное время $T_2 = \varepsilon t_2 = t\varepsilon^{-2}$ и соответствующие ему асимптотические разложения

$$u = \varepsilon U_2(T_2, x_2, y_2) + \dots, \quad v = \varepsilon^2 V_2(T_2, x_2, y_2) + \dots \\ p - p_\infty = \varepsilon^2 P_2(T_2, x_2, y_2) + \dots \quad (2.7)$$

Постановка (2.7) в уравнения Навье — Стокса приводит к системе, которая легко интегрируется

$$U_2 = \frac{dU_B}{dy_2} A_2(T_2, x_2), \quad V_2 = -U_B(y_2) \frac{\partial A_2}{\partial x_2}, \quad P_2 = P_2(T_2, x_2)$$

Для функции A_2 , имеющей смысл мгновенного смещения линий тока в основной толще пограничного слоя, из условий срачивания разложений (2.7) и (2.1) с учетом (2.4) и (2.6) имеем

$$A_2(0, x_2) = \frac{u_{00}(x_2)}{\lambda}, \quad \frac{\partial A_2}{\partial T_2}(0, x_2) = -\frac{1}{\lambda} \left(\frac{\partial p_2}{\partial x_2}(\infty, x_2) + u_{00} \frac{du_{00}}{dx_2} \right) \quad (2.8)$$

3. Слой Стокса. Для удовлетворения условию прилипания на пластине необходимо ввести слой Стокса, толщина которого определяется из баланса вязкого и нестационарного членов: $\varepsilon^{-3}(\Delta y_s)^2 \sim \Delta t$. При $\Delta t \sim t_2 \sim \varepsilon^3$ имеем $\Delta y_s \sim \varepsilon^{1/2}$. Введя характерную поперечную координату $y_s = y\varepsilon^{-1/2}$, запишем асимптотические разложения в слое Стокса, вид которых диктуется срачиванием с решением в основной толще пограничного слоя

$$u = \varepsilon u_3(t_2, x_2, y_s) + \varepsilon^{3/2} \lambda y_3 + \dots, \quad v = \varepsilon^{1/2} v_s(t_2, x_2, y_s) + \dots \\ p - p_\infty = \varepsilon^2 p_s(t_2, x_2, y_2) + \dots \quad (3.1)$$

В слое Стокса имеем задачу (3.2), решение которой можно выписать в явном виде (3.3)

$$\frac{\partial u_s}{\partial x_2} + \frac{\partial v_s}{\partial y_s} = 0, \quad \frac{\partial p_s}{\partial y_s} = 0, \quad \frac{\partial u_s}{\partial t_2} = \frac{\partial^2 u_s}{\partial y_s^2} \quad (3.2)$$

$$y_3 = 0: u_s = v_s = 0; \quad y_s = \infty: u_s = u_{00}(x_2)$$

$$t_2 = 0: u_3 = u_0(x_2, 0) = u_{00}(x_2)$$

$$u_s(t_2, x_2, y_s) = u_{00}(x_2) \operatorname{erf}(\eta), \quad \eta = \frac{y_s}{(2t_2)^{1/2}} \quad (3.3)$$

$$v_s = -\int_0^{y_s} \frac{\partial}{\partial x} u_s(t_2, x_2, \xi) d\xi, \quad p_s = p_s(t_2, x_2), \quad \operatorname{erf}(\eta) = \frac{2}{\pi^{1/2}} \int_0^\eta \exp(-\xi^2) d\xi$$

Из срачивания давлений следует $p_1(t_2, x_2) = p_2(t_2, x_2)$. Наличие автомодельной переменной η в решении (3.3) указывает на то, что слой Стокса расширяется со временем по закону $y_s \sim t_2^{1/2}$ и к моменту $T_2 = t_2 \varepsilon^{-1}$ достигает размеров вязкого подслоя теории свободного взаимодействия ($\Delta y \sim \varepsilon^{1/2} y_s \sim \varepsilon^5$).

4. Вязкий подслей. На масштабе времени $T_2 = t\varepsilon^{-2} = O(1)$ вязкий слой имеет толщину $\Delta y \sim (\varepsilon^2 \varepsilon^8)^{1/2} \sim \varepsilon^5$, характерную для теории свободно взаимодействующего

пограничного слоя [4, 5]. Согласно общим представлениям, в этой области течения имеем ($y_3 = y\epsilon^{-5}$)

$$u = \epsilon U_3(T_2, x_2, y_3) + \dots, \quad v = \epsilon^3 V_3(T_2, x_2, y_3) + \dots \quad (4.1)$$

$$p - p_\infty = \epsilon^2 P_3(T_2, x_2, y_3) + \dots$$

Подстановка разложений (4.1) в уравнения Навье — Стокса приводит к системе уравнений Прандтля

$$\frac{\partial U_3}{\partial x_2} + \frac{\partial V_3}{\partial y_3} = 0; \quad \frac{\partial P_3}{\partial y_3} = 0 \quad (4.2)$$

$$\frac{\partial U_3}{\partial T_2} + U_3 \frac{\partial U_3}{\partial x_2} + V_3 \frac{\partial U_3}{\partial y_3} = - \frac{\partial P_3}{\partial x_2} + \frac{\partial^2 U_3}{\partial y_3^2}$$

давление P_3 в которой является самоиндуцированным и передается без изменения через основную толщу пограничного слоя во внешнюю потенциальную область. Вообще, давление как в вязком подслое, так и в основной толще пограничного слоя и слое Стокса не зависит от поперечной координаты и по сути везде одинаково $P_3(T_2, x_2) = P_2(T_2, x_2)$, $p_s(t_2, x_2) = p_2(t_2, x_2)$ и $P_3(0, x_2) = p_s(\infty, x_2)$

Описание течения во внешней потенциальной области стандартно [4, 5], а потому опустим его ради краткости. Для дальнейшего потребуется только условие свободного взаимодействия

$$P_2(T_2, x_2) = \frac{1}{\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{\partial A_2 / \partial \xi}{x_2 - \xi} d\xi \quad (4.3)$$

получающееся при сращивании решений из внешней области и основной толщи пограничного слоя.

Начальные и граничные условия к системе (4.2), (4.3) определяются соответственно условиями сращивания со слоем Стокса ($T_2 \rightarrow 0$ и $y_3 = O(1)$), основной толщей пограничного слоя ($y_3 \rightarrow \infty$) и невозмущенным набегающим потоком ($x_2 \rightarrow -\infty$), которые вкупе с условиями прилипания дают

$$T_2 = 0: U_3 = \lambda y_3 + \theta(y_3) u_{00}(x_2)$$

$$y_3 \rightarrow \infty: U_3 - \lambda y_3 \rightarrow \lambda A_2(T_2, x_2), \quad P_3(T_2, x_2) = P_2(T_2, x_2) \quad (4.4)$$

$$x_2 \rightarrow -\infty: U_3 \rightarrow \lambda y_3, \quad P_3 \rightarrow 0; \quad Y = 0: U = V = 0$$

где θ — функция Хэвисайда. Начальное условие для давления имеет вид

$$P_3(0, x_2) = p_s(\infty, x_2) = \frac{1}{\pi \lambda} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{\partial u_{00} / \partial \xi}{x_2 - \xi} d\xi$$

Оно, равно как и первое условие в (2.8), автоматически следует из первого и третьего соотношений (4.4) с учетом (4.3). Второе же условие в (2.8) является следствием решения задачи (4.2) — (4.4).

5. Окончательная формулировка задачи для подслоя. Эволюция вихря на масштабе $T_2 = t\epsilon^{-2}$ определяется системой уравнений Прандтля (4.2) для вязкого подслоя, давление в котором вырабатывается при взаимодействии (4.3) с внешней потенциальной областью течения. Краевые условия даются соотношениями (4.4).

Совершим еще аффинное преобразование и получим задачу, не содержащую λ

$$(T_2, x_2, y_3, U_3, V_3, P_3, A_2, u_{00}) = (\lambda^{-3/2} T, \lambda^{-5/4} X, \lambda^{-3/4} Y, \lambda^{1/4} U, \lambda^{3/4} V, \lambda^{1/2} P, \lambda^{-3/4} A, \lambda^{1/4} U_{00})$$

$$\frac{\partial U}{\partial X} + \frac{\partial V}{\partial Y} = 0; \quad \frac{\partial P}{\partial Y} = 0 \quad (5.1)$$

$$\frac{\partial U}{\partial T} + U \frac{\partial U}{\partial X} + V \frac{\partial U}{\partial Y} = - \frac{\partial P}{\partial X} + \frac{\partial^2 U}{\partial Y^2}$$

$$Y \rightarrow \infty: U - Y \rightarrow A(T, X); \quad X \rightarrow -\infty: U \rightarrow Y, P \rightarrow 0$$

$$P(T, X) = \frac{1}{\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{\partial A}{\partial \xi} \frac{d\xi}{X - \xi}$$

$$Y = 0: U = V = 0; \quad U(0, X, Y) = Y + U_0(X, Y) = Y + \theta(Y) U_{00}(X)$$

Окончательная формулировка задачи, за исключением детализации поля U_0 , совпадает с формулировкой из [8, 10], где выбирался вихрь, отвечающий масштабам теории свободного взаимодействия [4, 5]. В данной работе рассматривается более крупный вихрь. Показано, что за короткое время $\sim \varepsilon$ (в масштабах теории свободного взаимодействия) он уносится потоком, давая начало новому более мелкому вихрю, сосредоточенному в вязком подслое.

6. Численное решение. Задача (5.1) решалась численно с помощью псевдоспектральной схемы [6] (см. также [9]). В этой схеме используется иная форма записи уравнений движения — относительно возмущенного напряжения трения $\tau' = \partial U' / \partial Y$ (здесь и далее штрих относится к возмущенным величинам: $U' = U - Y$, $V' = V$); кроме того, с помощью преобразования Фурье осуществляется переход в пространство волновых чисел k . В итоге система (5.1) принимает вид

$$\frac{\partial \tau'^F}{\partial T} + ikY\tau'^F - \frac{\partial^2 \tau'^F}{\partial Y^2} = R'^F \quad (6.1)$$

$$Y = 0: \partial \tau'^F / \partial Y = ikP^F(T, Y); \quad \int_0^{\infty} \tau'^F dY = A^F$$

$$R' = - \left(U' \frac{\partial U'}{\partial X} + V' \frac{\partial U'}{\partial Y} \right), \quad P^F = |k| A^F$$

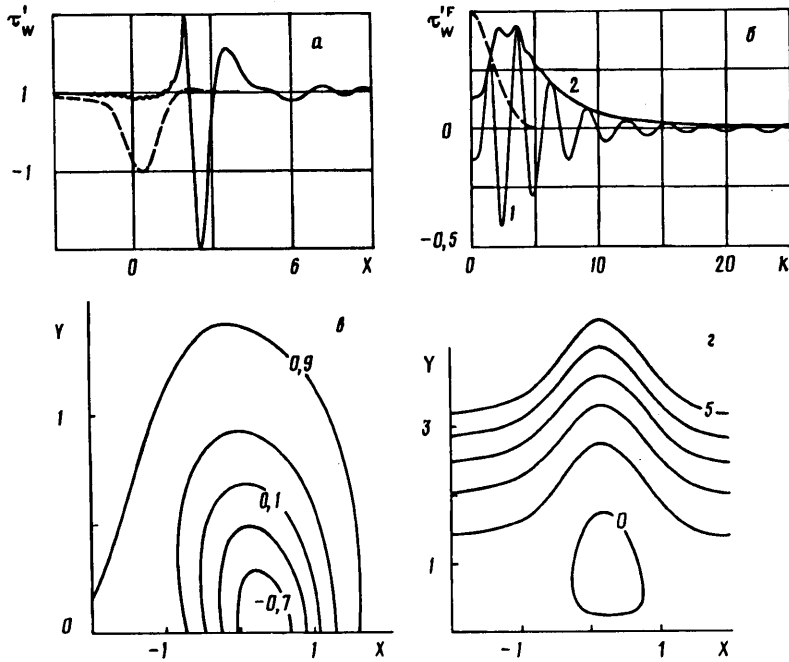
$$T = 0: \tau'^F = \tau_{00}(k, Y)$$

$$\tau'^F(T, k, Y) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \tau'(T, X, Y) e^{-ikX} dX$$

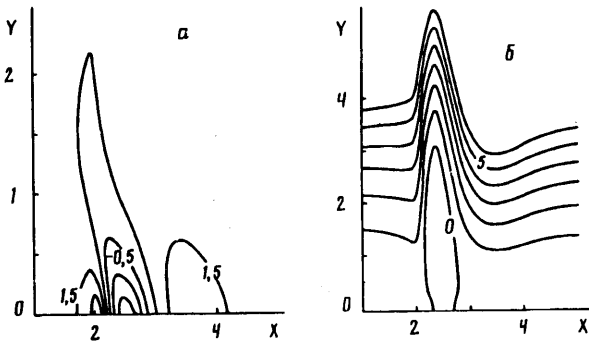
Далее полезно использовать трансформацию поперечной координаты $Y = z/(1 - z)$, сгущающую сетку около пластины, что позволяет обходиться сравнительно небольшим числом узловых точек на оси z (в настоящих расчетах бралось 16 точек). Производные по z аппроксимируются центральными разностями со вторым порядком точности. Для численного решения системы (6.1), записанной в конечных разностях, организуется итерационный процесс, в котором правая часть R'^F первого уравнения (6.1), составленная из нелинейных членов, вычисляется на предыдущей итерации. С этой целью по известному распределению τ'^F вычисляются фурье-компоненты U'^F и V'^F , затем с помощью процедуры быстрого преобразования Фурье вычисляется поле скоростей в исходном физическом X -пространстве, что позволяет найти R' , наконец, с помощью той же процедуры быстрого преобразования определяется R'^F . В среднем требуется 5 итераций на каждом временном слое (шаг по времени $\Delta T = 0,01$) для достижения относительной погрешности 10^{-4} в вычислении поверхностного трения $\tau'_w = \tau'(T, Y = 0)$. В расчетах бралось 256 фурье-гармоник с шагом $\Delta k = 0,1$.

Функция $U_0 = \theta(Y)U_{00}(X)$, задающая начальное распределение скорости, имеет разрыв на стенке. Чтобы обойти эту трудность при численном решении задачи, начальное распределение завихренности $\tau_0(X, Y)$ бралось не в нулевой момент времени, а при некотором малом $T = T_0 \neq 0$. Распределение τ_0 при $T = T_0 \ll 1$ можно получить путем разложения решения (5.1) в ряд степеням $T^{1/2}$. После громоздких вычислений имеем

$$T = T_0: \tau' = \frac{1}{2} T^{-1/2} U_{00}(X) \tau_1(\eta) - \frac{1}{2} T^{1/2} \left[\frac{dP_{00}}{dX} \tau_2(\eta) + U_{00}(X) \frac{dU_{00}}{dX} \tau_3(\eta) \right] + \quad (6.2)$$



Фиг. 1



Фиг. 2

$$+ \frac{1}{2} T \frac{dU_{00}}{dX} \tau_4(\eta) + O(T^{3/2}), \quad \eta = \frac{Y}{(2T)^{1/2}}$$

$$P_{00}(T, X) = \frac{1}{\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{\partial U_{00} / \partial \xi}{X - \xi} d\xi$$

$$\tau_1 = i^{-1} \operatorname{erfc}(\eta); \quad \tau_2 = 4\eta \operatorname{erfc}(\eta) - 2i^{-1} \operatorname{erfc}(\eta)$$

$$\tau_3 = -2\eta [\operatorname{erf}(\eta)]^2 + \frac{8\eta}{3\pi} + \left(1 - \frac{4}{3\pi}\right) [2\eta \operatorname{erf}(\eta) + i^{-1} \operatorname{erfc}(\eta)] +$$

$$+ \left(\eta^2 - \frac{1}{2}\right) \operatorname{erf}(\eta) i^{-1} \operatorname{erfc}(\eta) + \frac{\eta}{2} (i^{-1} \operatorname{erfc}(\eta))^2 - \frac{4\eta}{3\sqrt{\pi}} i^{-1} \operatorname{erfc}(\eta)$$

$$\tau_4 = -\frac{\eta}{2} i^{-1} \operatorname{erfc}(\eta) - \left(\eta^2 + \frac{1}{2}\right) \operatorname{erfc}(\eta)$$

$$\operatorname{erfc}(\eta) = 1 - \operatorname{erf}(\eta), \quad i^{-1} \operatorname{erfc}(\eta) = \frac{2}{\pi^{1/2}} \exp(-\eta^2)$$

7. Особенности нелинейной стадии. Обсуждение результатов. Характеристика начального вихревого распределения представлена на фиг. 1 ($U_{00} = -\exp(-X^2)$). Начальное время $T_0 = 0,1$. Из распределения трения на стенке τ_w' по продольной координате (фиг. 1, а, штриховая линия) и изолиний напряжений τ (фиг. 1, в) видно, что начальное распределение практически определяется первым членом разложения (6.2). Картина линий тока на момент $T = T_0$ показана на фиг. 1, г. Наконец, на фиг. 1, б представлено $|\tau_w'^F|$ (штриховой линией). Согласно выбранным начальным условиям видно, что вихрь, развившийся в слое Стокса, вызывает локальный отрыв в подслое.

Сам сценарий развития возмущений — иной, чем описанный в [6, 9] для случая возбуждения неустойчивости при помощи деформации стенки или посредством вдува — отсоса. Одна общая черта, безусловно, есть — это выделение возмущений с волновыми числами k , близкими к $k_0 = 2,72$, отвечающему наиболее неустойчивой волне [7, 9]. Но в отличие от описанного в [9] селективного пути заполнения спектра с выделенными локальными максимумами в спектральных распределениях $|\tau_w'^F|$ на кратных гармониках $2k_0, 3k_0, 4k_0 \dots$ в данном случае происходит равномерное синхронное заполнение спектра (начало этого процесса можно заметить в [10]). Процесс заполнения спектра носит весьма бурный характер (в отличие от [9]), так что граница расчетной области по k достигается уже к моменту $T = 1$ (фиг. 1, б, линия 1 — действительная часть $\tau_w'^F$; линия 2 — ее огибающая $|\tau_w'^F|$), после чего численный счет становится непригодным (мелкомасштабные пульсации видны уже на фиг. 1, а, сплошная линия).

Уже к моменту $T = 1$ вихрь получает заметное усиление и становится более концентрированным, сжимаясь в продольном направлении (сравни изолинии функции тока фиг. 1, г и 2, б). Хотя максимум напряжения $|\tau|$ сосредоточен на стенке (изолинии τ на фиг. 2, а), следует отметить, что область 50%-ного снижения τ (по сравнению с $\tau = 1$ в невозмущенном потоке) успевает значительно вытянуться в поперечном направлении (ср. вид изолиний с $\tau = 0,5$ на фиг. 1, в и 2, а).

Вихрь представляет собой существенно нелинейное образование, распространяющееся со скоростью $c \approx 3$, тогда как формирующийся волновой пакет (область $5 < X < 10$) все еще остается линейным и движется с большей скоростью.

Если предположить, что тенденция к распространению вихря в продольном направлении сохранится и в дальнейшем, то следует ожидать, что область вихревого движения проникнет в основную толщу пограничного слоя, где скорость сноса сравнима со скоростью внешнего потока U_∞ . Далее неизбежно должно произойти разделение вихря на две части: пристеночную, сравнительно медленно движущуюся и вторую часть, сосредоточенную в основной толще пограничного слоя и быстро сносимую потоком.

Полученные результаты свидетельствуют о том, что в случае возмущений, вызывающих отрыв потока, тоже зарождается пакет волн Толлмина — Шлихтинга. (Согласно теоретической работе [13], когда вихрь вносился во внешний однородный поток, волнового пакета не возникало.) Таким образом, сценарий перехода должен определяться конкуренцией нарастающих волновых возмущений и интенсивно растущего по амплитуде вихря, берущего начала в слое Стокса. Вихрь имеет тенденцию к эжектированию из вязкого подслоя.

Можно рассмотреть другую ситуацию, когда первоначально внесенный вихрь непосредственно не порождает слой Стокса [11, 13] ($u_{00} \equiv 0$). Тем не менее этот слой возникает в более высоком приближении по ε , а в нем генерируется новый вихрь [11, 13]. Поэтому следует ожидать, что и в этом случае ламинарно-турбулентный переход будет определяться совместным воздействием пакета волн Толлмина — Шлихтинга и концентрированного вихря.

Авторы благодарят В. В. Козлова за внимание к работе.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Reynolds O.* On the dynamical theory of incompressible viscous fluids and the determination of the criterion//Phyl. Trans. Roy. Soc. 1895. V. 186. P. 123—164.
2. *Качанов Ю. С., Козлов В. В., Левченко В. Я.* Возникновение турбулентности в пограничном слое. Новосибирск: Наука, 1982. 151 с.
3. *Dryden H. L.* Boundary layer flow near flat plates//Proc. 4th Int. Congr. for Appl. Mech. Cambridge. England, 1934. Cambridge: Univ. Press, 1935. P. 175.
4. *Нейланд В. Я.* К теории отрыва ламинарного пограничного слоя в сверхзвуковом потоке//Изв. АН СССР. МЖГ. 1969. № 4. С. 53—57.
5. *Stewartson K., Williams P. C.* Self-induced separation//Proc. Roy. Soc. A. 1969. V. 312. № 1509. P. 181—206.
6. *Duck P. W.* Laminar flow over unsteady humps: the formation of waves//J. Fluid Mech. 1985. V. 160. P. 465—498.
7. *Рыжов О. С., Терентьев Е. Д.* О переходном режиме, характеризующем запуск вибратора в дозвуковом пограничном слое на пластинке//ПММ. 1986. Т. 50. Вып. 6. С. 974—986.
8. *Ryzhov O. S., Terent'ev E. D.* Vortex spots in the boundary layer//Fluid Dynam. Trans. V. 13. Warszawa, 1987. P. 205—234.
9. *Рыжов О. С., Савенков И. В.* Асимптотический подход в теории гидродинамической устойчивости//Матем. моделир. 1989. Т. 1. № 4. С. 61—86.
10. *Ефремов О. А.* Расчет спектральным методом когерентных структур в пограничном слое. М.: ВЦ АН СССР, 1989. 17 с.
11. *Ефремов О. А.* Развитие плоских возмущений в пограничном слое в рамках нестационарного варианта трехпалубной теории: Автореф. дис. ... канд. физ.-мат. наук. М.: ВЦ АН СССР, 1990. 14 с.
12. *Henkes R. A. W., Veldman A. E. P.* On the breakdown of the steady and unsteady interacting boundary-layer description//J. Fluid Mech. 1987. V. 179. P. 513—529.
13. *Chuang Fu-Sheng, Conlisk A. T.* The effect of interaction on the boundary layer induced by a convected rectilinear vortex//J. Fluid Mech. 1989. V. 200. P. 337—365.

Москва

Поступила в редакцию
27.XII.1991