

УДК 532.517.4

© 1993 г. А. Г. ГУМИЛЕВСКИЙ

НАРУШЕНИЕ АВТОМОДЕЛЬНОСТИ В ТУРБУЛЕНТНЫХ ОСЕСИММЕТРИЧНЫХ СЛЕДАХ С ЗАКРУТКОЙ

В работах [1—4] экспериментально и теоретически изучена эволюция безимпульсных следов при наличии и отсутствии закрутки. В [5] проведено исследование турбулентных следов за удобообтекаемым телом при разных величинах дисбаланса импульса. Отмечается, что небольшая разбалансировка сил, действующих на тело, приводит к существенной «перестройке» течения, а также что расстояние, начиная с которого течение за телом становится автомодельным, зависит от его формы. Другой причиной потери течением автомодельности являются конечные величины энергии турбулентности и скорости диссипации энергии, характерные для фоновой среды и сравнимые с соответствующими значениями в следе [2].

Изучению вопросов нарушения автомодельности в закрученных осесимметричных следах, обусловленных дисбалансом импульса и фоновой турбулентностью, и посвящена данная работа.

1. Основные уравнения. Эволюцию стационарных осесимметричных закрученных следов будем описывать уравнениями Рейнольдса, записанными в приближении пограничного слоя и замкнутыми с помощью двухпараметрической модели турбулентности

$$U \frac{\partial u}{\partial x} + V \frac{\partial u}{\partial r} = \frac{C_d}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(\alpha_x r \frac{k^2}{\varepsilon} \frac{\partial u}{\partial r} \right) + \frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial x} \quad (1.1)$$

$$U \frac{\partial \omega}{\partial x} + V \frac{\partial \omega}{\partial r} = \frac{C_d}{r^3} \frac{\partial}{\partial r} \left(\alpha_\varphi r^3 \frac{k^2}{\varepsilon} \frac{\partial \omega}{\partial r} \right) - 2 \frac{V}{r} \alpha$$

$$r\omega^2 = \frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial r}$$

$$\frac{\partial u}{\partial x} - \frac{1}{r} \frac{\partial rV}{\partial r} = 0$$

$$U \frac{\partial k}{\partial x} + V \frac{\partial k}{\partial r} = \frac{C_d}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(\frac{\alpha_x}{Pr_k} r \frac{k^2}{\varepsilon} \frac{\partial k}{\partial r} \right) + P - \varepsilon$$

$$U \frac{\partial \varepsilon}{\partial x} + V \frac{\partial \varepsilon}{\partial r} = \frac{C_d}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(\frac{\alpha_x}{Pr_\varepsilon} r \frac{k^2}{\varepsilon} \frac{\partial \varepsilon}{\partial r} \right) + \frac{\varepsilon}{k} (C_1 P - C_2 \varepsilon)$$

$$P = C_d \frac{k^2}{\varepsilon} \left\{ \alpha_x \left(\frac{\partial u}{\partial r} \right)^2 + \alpha_\varphi \left(r \frac{\partial \omega}{\partial r} \right)^2 \right\}$$

Здесь $u = U_0 - U$ — дефект средней скорости; U_0 — скорость движения тела; V, ω — средние радиальная и угловая скорости; x, r — продольная и радиальная координаты; p, ρ — давление и плотность жидкости; k, ε — энергия турбулентности и скорость ее диссипации; P — генерация турбулентной энергии; α_x, α_φ — коэффициенты турбулентной вязкости; $C_1 = 1,44, C_2 = 1,92, Pr_k = 1, Pr_\varepsilon = 1,3, C_d = 0,4$ — константы.

Отличие применяемой модели турбулентности от общепринятой модели [6]

состоит в использовании неизотропных коэффициентов вязкости, имеющих тензорный характер и являющихся функциями от безразмерных параметров [7]

$$\alpha_\varphi = 0,3 \{ 0,83\Omega\Phi + Q^2 \}^{-1} \quad (1.2)$$

$$\text{Pr} = \frac{\alpha_x}{\alpha_\varphi} = 1 + 0,63 \Omega^2 \{ 0,21 \Omega\Phi + Q^2 \}^{-1}$$

$$Q = 1 + 0,46\alpha_\varphi \{ \text{Pr} Z^2 + (\Phi - \Omega)^2 \}$$

$$Z = L \frac{\partial u}{\partial r} k^{-0,5}, \quad \Omega = L\omega k^{-0,5}, \quad \Phi = L \frac{\partial \omega r}{\partial r} k^{-0,5}$$

Интегральный масштаб турбулентности L может быть найден из параметризации диссипации турбулентной энергии [8]

$$L = C_d k^{1,5} \varepsilon^{-1} \quad (1.3)$$

Уравнения (1.1) дополним граничными условиями

$$r = 0: \quad \frac{\partial u}{\partial r} = \frac{\partial \omega}{\partial r} = \frac{\partial k}{\partial r} = \frac{\partial \varepsilon}{\partial r} = V = 0 \quad (1.4)$$

$$r \rightarrow \infty: \quad u \rightarrow 0, \quad \omega \rightarrow 0, \quad k \rightarrow k_\infty, \quad \varepsilon \rightarrow \varepsilon_\infty$$

Фоновые значения энергии турбулентности k_∞ и ее диссипации ε_∞ определяются из соответствующих уравнений (1.1), в которых опущены производные по радиусу

$$U_0 \frac{\partial k_\infty}{\partial x} = -\varepsilon_\infty \quad (1.5)$$

$$U_0 \frac{\partial \varepsilon_\infty}{\partial x} = -C_2 \frac{\varepsilon_\infty^2}{k_\infty}$$

В качестве начальных полей скорости, энергии и диссипации возьмем следующие. При $R = r/r_s \leq \sqrt{2}$

$$u = u_m (1 - \delta) (1 - 0,5R^2) (1 - 1,5R^2) + \delta u_m (1 - 0,5R^2) \quad (1.6)$$

$$\omega = \omega_m (1 - 0,5R^2)$$

$$k = (k_m - k_\infty) (1 - 0,5R^2) + k_\infty$$

$$\varepsilon = (\varepsilon_m - \varepsilon_\infty) (1 - 0,5R^2) + \varepsilon_\infty$$

$$\varepsilon_m = 6C_d k_m^{1,5} r_s^{-1}$$

$$\text{При } R > \sqrt{2}$$

$$u = \omega = 0, \quad k = k_\infty, \quad \varepsilon = \varepsilon_\infty \quad (1.7)$$

Здесь r_s — характерная полутолщина следа; $u_m, \omega_m, k_m, \varepsilon_m$ — максимальные значения.

Формулы (1.6), (1.7) аппроксимируют при $\delta = 0$ распределения гидрофизических полей в безимпульсном закрученном следе.

Важнейшими характеристиками турбулентных следов являются интегральный импульс и величина, характеризующая отношение генерации турбулентной энергии к ее диссипации

$$J = 2\pi \int_0^\infty (\rho U u - p) r dr \quad (1.8)$$

$$G = \int_0^{\infty} Pr dr \left\{ \int_0^{\infty} \epsilon r dr \right\}^{-1}$$

В следах за равномерно движущимися телами $J = 0$ [9]. Если тяга двигателя превышает сопротивление тела, то $J < 0$, если же сопротивление превышает тягу, то $J > 0$. В двух последних случаях тело будет двигаться неравномерно и для описания течений должны применяться нестационарные уравнения. Однако будем по-прежнему описывать течения в следах уравнениями (1.1), считая, что разбалансировка сил компенсируется некоторой внешней силой. Этой силой, например, может быть сила, действующая со стороны распорок на тело, помещенное в звуковую трубу [1, 2].

Величина G характеризует состояние локального равновесия течения. В безимпульсных следах с нулевым моментом количества движения G является асимптотически малой величиной [2]. В то же время в следах за буксируемыми телами [9], а также в следах за равномерно движущимися телами с винтовым движителем, нескомпенсированных по моменту, величина G порядка единицы [3].

2. Результаты расчетов. Цель численного исследования закрученных следов состояла в определении влияния дисбаланса импульса и конечных величин фоновой энергии и диссипации турбулентности на их эволюцию.

Уравнения (1.1) решались численно методом конечных разностей. Использовалась неявная схема второго порядка точности по радиальной координате и первого — по продольной. Количество узлов сетки по радиусу менялось от 150 до 300. Когда количество узлов достигало максимального вследствие расширения следа, носитель функции сжимался в 2 раза.

Коэффициенты вязкости α_x, α_r находились последовательно по неявным формулам (1.2). Если количество итераций превосходило 10 или если изменения коэффициентов на следующем итерационном шаге не превосходили 5% от текущих значений, вычисления коэффициентов α_x и α_r прекращались.

Начальные значения u_m, ω_m, k_m брались на расстоянии 5 калибров вниз по потоку от тела, генерирующего след. Тело представляло собой сферу диаметра $D = 2,5$ см, из центра которой инжестрировалась закрученная струя для уравновешивания сил сопротивления и тяги [2, 3].

Было проведено две серии расчетов. В первой серии варьировался параметр δ , задающий дисбаланс импульса следа. Этот параметр может быть выражен через дисбаланс сил сопротивления F_c и тяги F_T

$$\frac{\Delta F}{F_c} = \frac{F_c - F_T}{F_c} = \frac{J(\delta)}{J(1)} \quad (2.1)$$

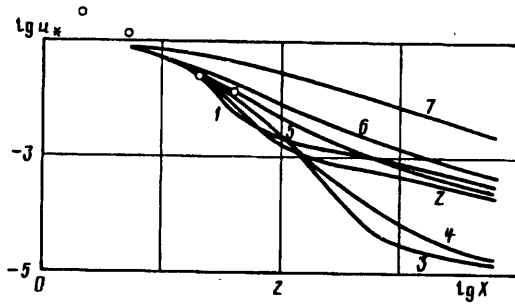
$$J(\delta) \approx \pi \rho u_m U_0 r^2 \left\{ \delta + \frac{(\omega_m r_s)^2}{6 U_0 u_m} - \frac{4}{15} \frac{u_m}{U_0} (1 - \delta)^2 \right\}$$

Начальные значения энергии турбулентности k_∞ и диссипации ϵ_∞ среды составляли 0,001% от значений на оси следа.

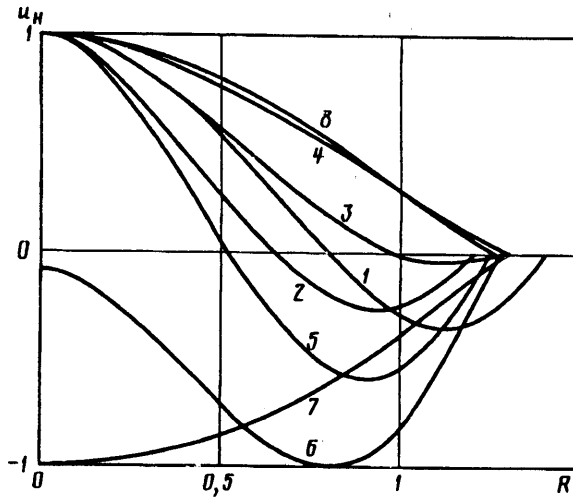
Во второй серии расчетов варьировались величины фоновых энергии турбулентности и ее диссипации.

Убывание дефекта скорости $u_c = \max |u(r)| / U_0$ от продольного расстояния $X = x/D$ представлено на фиг. 1. Кривые 1—7 соответствуют следующим значениям параметра δ : -0,14, -0,1, -0,04, -0,03, 0,05, 0,1, 1 или разбалансировке сил в процентах, равной: -10, -6, -0,4, 0,6, 4, 14 и 100%.

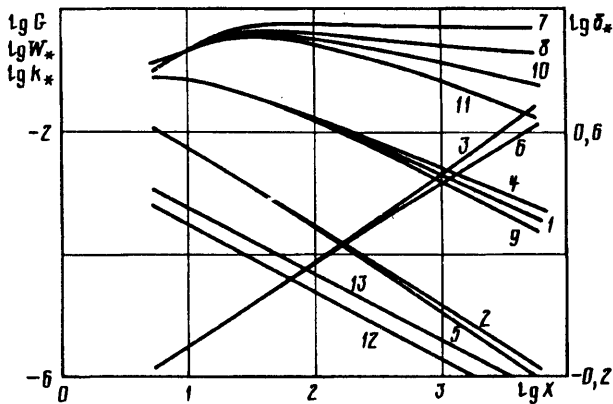
Начиная примерно с 30 калибров течение в следе становится автомодельным. Начальный участок неавтомодельности обусловлен некоторым произволом в выборе условий (1.6), (1.7), которые должны определяться характеристиками тела, формирующего след. После этого участка дефект скорости выражается по закону



Фиг. 1



Фиг. 2



Фиг. 3

$x^{-1,6}$ (кривые 3, 4). В то же время экспериментальные данные [1] (представленные точками на фиг. 1) и данные [3] дают более слабое затухание дефекта скорости в закрученных следах с нулевым импульсом: $x^{-1,1}$ и $x^{-0,7}$ соответственно.

На расстояниях примерно 100 (кривые 1, 2) и 1000 калибров (кривые 3, 4) происходит перестройка течения, обусловленная первоначальным дисбалансом импульса. Можно качественно оценить расстояние, на котором начинается сказываться начальный импульс: если предположить, что первое слагаемое в выражении (1.6) для дефекта скорости убывает по закону $x^{-1,6}$, а второе — по

закону $x^{-2.3}$, характерному для осесимметричных следов за буксируемыми телами [9], то они сравниваются на расстоянии порядка $DF_c/|\Delta F|$.

Перестройку течения от безимпульсного к импульсному можно также наблюдать по эволюции распределений продольной компоненты скорости на различных расстояниях от тела (фиг. 2). Здесь вдоль вертикальной оси отложена безразмерная скорость $u_n = u/\max |u(r)|$, вдоль горизонтальной —

нормированная радиальная координата $R = r/r_c$ (характерная полуширина следа r_c определялась как расстояние, на котором величина $k - k_\infty$ составляет половину от максимального значения). Кривыми 1—4 показаны профили для следов, в которых сопротивление тела превышает на 0,6% тягу двигателя; кривыми 5—7 — профили в следах с превышением тяги на 0,4%, а кривой 8 — профиль за буксируемым телом. Указанные кривые соответствуют следующим расстояниям X вниз по потоку: 5, 107, 868, 6250, 311, 869, 6375 и 1996. В следах с дисбалансом импульса имеет место превращение первоначально «двухгорбого» профиля в «одногоорбый» профиль колоколообразной формы.

Отметим, что дисбаланс импульса практически не влияет на вырождение окружной компоненты средней скорости, на вырождение энергии турбулентности и на рост толщины следа. Это следует из фиг. 3, где кривыми 1—3 представлены максимальные значения окружной скорости $W_c = \max(r\omega)/U_0$, энергии

турбулентности $k_c = \max k(r)/U_0^2$ и полутолщины $\delta_c = r_c/D$ в следах за

буксируемым телом; кривыми 4—6 — соответствующие значения при дисбалансе импульса, равном 0,6%; а кривыми 7, 8 — отношение генерации турбулентной энергии к ее диссипации. Величины W_c, k_c, δ_c в первом и втором случаях изменяются соответственно по законам $x^{-0.9}, x^{-1.33}, x^{0.3}$ и $x^{-0.8}, x^{-1.4}, x^{0.26}$. Предсказанные законы близки к законам, следующим из экспериментальных данных [3]: $W_c \sim x^{-0.9}, k_c \sim x^{-1.5}, \delta_c \sim x^{0.27}$.

В обоих случаях примерно до 30 калибров величина G растет; затем в следе за буксируемым телом она становится постоянной, а в следе с небольшим дисбалансом импульса слабо убывает.

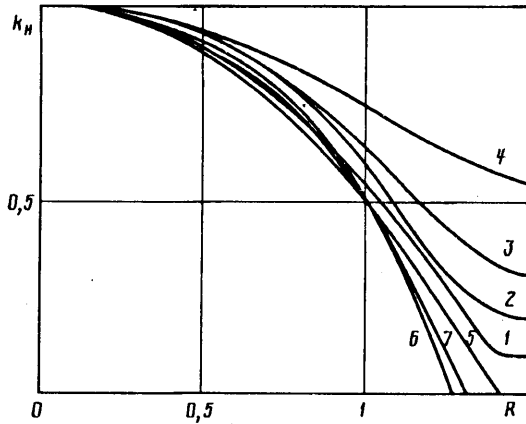
Вторая серия расчетов проведена для двух случаев: при начальных значениях $k_\infty/k_m = \varepsilon_\infty/\varepsilon_m = 0,05$ и $0,1$. Дисбаланс импульса следов составлял 0,6%.

В случае конечных значений $k_\infty, \varepsilon_\infty$ окружная скорость (кривая, совпадающая с 1, и кривая 9 на фиг. 3 соответственно) вырождается несколько быстрее, чем в случае бесконечно малых значений $k_\infty, \varepsilon_\infty$ (кривая 4). В то же время максимальное значение энергии турбулентности убывает в двух случаях практически одинаково (кривая 5). Благодаря этому генерация турбулентной энергии при $k_\infty/k_m = 0,05$ и $0,1$ убывает быстрее, чем ее диссипация (кривые 10, 11 соответственно). Следовательно, течение в безимпульсном закрученном следе при бесконечно малых (в меньшей степени) и при конечных (в большей степени) значениях энергии турбулентности среды является асимптотически бесдвиговым [4].

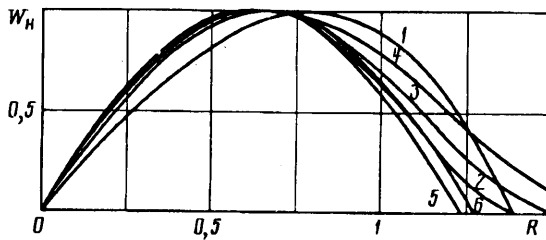
Фоновая энергия турбулентности (кривые 12, 13) вырождается медленнее ($x^{-1.1}$), чем энергия в следе ($x^{-1.4}$). Поэтому распределения безразмерной энергии $k_n = k/\max k(r)$ вдоль радиальной координаты не являются одинаковыми.

Кривыми 1—4 на фиг. 4 обозначены профили турбулентной энергии (соответствующие начальному значению фоновой энергии $k_\infty/k_m = 0,1$) на расстояниях, равных 5, 173, 580, 3279 калибрам, а кривыми 5—7 ($k_\infty/k_m = 10^{-2}$) — на расстояниях 5, 488 и 3875 калибров. Достаточно далеко от тела энергия турбулентности в следе становится меньше фоновой энергии и диффузионный поток энергии меняет свой знак на обратный.

Распределения компонент средней скорости в следах с конечными фоновыми



Фиг. 4



Фиг. 5

значениями энергии и диссипации турбулентности также не являются подобными. В качестве иллюстрации на фиг. 5 показаны профили безразмерной окружной скорости $W_H = r\omega / \max(r\omega)$ при $k_\infty/k_m = 0,1$ (кривые 1—4) и при 10^{-5} (кривые 5, 6). Кривые 1—6 соответствуют расстояниям $X = 5, 173, 580, 3279, 311$ и 1679 . Видно, что конечные значения $k_\infty, \epsilon_\infty$ «приводят» к утолщению профиля и нарушению автомодельности для средней окружной скорости.

Таким образом, в результате параметрического исследования турбулентных закрученных следов обнаружена сильная чувствительность дефекта продольной скорости к первоначальному дисбалансу импульса. В то же время ни окружная компонента скорости, ни энергия турбулентности, ни рост толщины следов от дисбаланса импульса практически не зависят.

Выяснено также, что начальные значения турбулентной энергии и диссипации среды приводят к увеличению роста толщины следов и к увеличению вырождения окружной компоненты скорости, а также к нарушению подобия распределений средних и пульсационных скоростей.

Результаты расчетов предсказывают следующие законы изменений характеристик безимпульсных закрученных следов: $u_\infty \sim x^{-1,6}$, $W_\infty \sim x^{-0,8}$, $k_\infty \sim x^{-1,4}$, $\delta_\infty \sim x^{0,26}$. Вырождение дефекта скорости пропорционально квадрату окружной скорости и обусловлено компенсацией импульса продольной скорости дефицита давления в следе [4]. В то же время экспериментальные данные [3] дают несколько другие законы: $u_\infty \sim x^{-0,7}$, $W_\infty \sim x^{-0,9}$, $k_\infty \sim x^{-1,5}$, $\delta_\infty \sim x^{0,27}$. Если законы вырождения окружной компоненты скорости, энергии турбулентности и роста толщины следов в эксперименте и в расчетах хорошо согласуются, то несовпадение законов вырождения дефекта скорости согласно [1, 3] ($x^{-1,1}$, $x^{-0,7}$) и согласно расчетам ($x^{-1,6}$) представляется значительным. Более того, существующие двухпараметрические модели турбулентности не могут объяснить столь различное вырождение дефекта скорости в безимпульсных следах при наличии ($x^{-0,7}$) и отсутствии (x^{-2}) закрутки

[2, 3]. Действительно, согласно данным [3], дефект скорости убывает медленнее, чем окружная скорость. В связи с этим продольный градиент давления является асимптотически малым, например, по сравнению с конвекцией дефекта скорости. Асимптотически малым является и вклад в генерацию турбулентной энергии окружной компоненты скорости по сравнению с вкладом продольной компоненты. Поэтому турбулентная вязкость на больших расстояниях от тела закруткой следа определяться не будет и уравнения (1.1) должны предсказывать одинаковые законы вырождения дефекта скорости в следах с закруткой и без нее.

Следовательно, для объяснения данных [3] требуется модификация существующих моделей турбулентности.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Schetz J. A., Jakubowski A. K. Experimental studies of the turbulent wake behind self — propelled slender bodies//AJAA Journal. 1975. V. 13. № 12. P. 1568—1575.
2. Kostomokha V. A., Lesnova N. V. Turbulent axisymmetric momentumless wake in turbulized and non-turbulized external flow//Bulgarian Ship Hydrodynam. Centre. Proc., Varna, 1989. V. 1. P. 14/1—14/7.
3. Костомаха В. А., Леснова Н. В. Развитие турбулентного закрученного следа с нулевым избыточным импульсом//Тез. докл. Всесоюз. конф. «Пробл. стратифицированных течений». Канев, 14—18 мая 1991. Т. 1. Канев, 1991. С. 30—31.
4. Гумилевский А. Г. Исследование безимпульсных закрученных следов на основе двухпараметрической модели турбулентности//Изв. АН СССР. МЖГ. 1992. № 3. С. 35—41.
5. Higuchi Hiroshi, Kubota Toshi. Axisymmetric wakes behind a slender body including zero — momentum configurations//Phys. Fluids, 1990. V. 2. № 9. P. 1615—1623.
6. Jones W. P., Launder B. E. The prediction of laminarization with a two — equation model of turbulence//Int. J. Heat and Mass Transfer. 1972. V. 15. № 2. P. 301—314.
7. Гумилевский А. Г. Применение уравнений Ланжевена к расчету коэффициентов турбулентного переноса//Изв. АН СССР. МЖГ. 1992. № 2. С. 47—54.
8. Rotta J. Statistische Theorie nichthomogener Turbulenz //Z. Physik, 1951. V. 129. № 6. S. 547—572.
9. Ландау Л. Д., Лифшиц Е. М. Гидродинамика. М.: Наука, 1986. 736 с.

Москва

Поступила в редакцию
2.II.1992