

УДК 532.516.013.4

© 1993 г. В. И. БУКРЕЕВ, А. В. ГУСЕВ, Е. М. РОМАНОВ

ВЛИЯНИЕ МОЛЕКУЛЯРНОЙ ДИФфуЗИИ НА УСТОЙЧИВОСТЬ СДВИГОВЫХ ТЕЧЕНИЙ СТРАТИФИЦИРОВАННОЙ ЖИДКОСТИ

На примере задачи о движении стратифицированной по плотности жидкости к отверстию в вертикальной стенке экспериментально подтверждены результаты теоретического анализа, показывающие, что молекулярная диффузия тепла или соли может стабилизировать течение. Выявлен асимптотический режим, в котором ни стратификация, ни диффузия не влияют на интегральные характеристики рассмотренного течения.

Существенное влияние на устойчивость сдвиговых течений стратифицированной по плотности жидкости оказывает процесс диффузии той субстанции (тепла, соли и т. п.), которая создает стратификацию [1—4]. В теории существует проблема критического слоя, заключающаяся в том, что в слое жидкости, скорость которого совпадает с фазовой скоростью вносимого возмущения, соответствующие уравнения линейной математической модели могут иметь сингулярность. Существует два способа решения этой проблемы: переходить к нелинейным моделям или, оставаясь в рамках линейной модели, учитывать в ней новые физические факторы. Для однородной по плотности жидкости сингулярность линейных уравнений устраняется учетом вязкости. При наличии плотностной стратификации этого недостаточно и нужно дополнительно учитывать диффузию.

Теоретический анализ показывает, что диффузия, как правило, стабилизирует течение. Но в определенных условиях она может расширить область неустойчивости [5]. Такое двойственное влияние на устойчивость типично и для других физических факторов: вязкости, стратификации по плотности, поверхностного натяжения. Например, для однородной идеальной жидкости основным в линейной теории устойчивости является уравнение Рэлея, а учет вязкости приводит к уравнению Орра — Зоммерфельда. Анализ последнего существенно расширил область неустойчивости за счет волн Толлмина — Шлихтинга, играющих определяющую роль в процессе перехода от ламинарного режима течения к турбулентному.

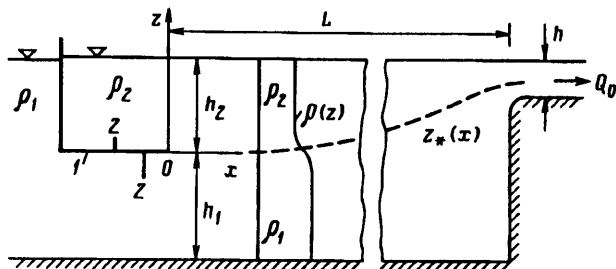
Экспериментальных данных о влиянии молекулярной диффузии на устойчивость в литературе нет. Далее приводятся результаты опытов, в которых при прочих равных условиях варьировалось значение числа Шмидта, характеризующего относительное влияние молекулярной диффузии. Показано, что диффузия существенно влияет на устойчивость, причем в опытах проявился стабилизирующий эффект: чем больше коэффициент диффузии, тем устойчивее движение.

Схема проведения опытов поясняется на фиг. 1. Изучалось плоское в среднем сдвиговое течение и основное внимание уделялось стационарным в среднем режимам. Используется неподвижная система координат, ось x которой направлена вниз по потоку, а ось z — вертикально вверх (фиг. 1).

Из проточного бассейна длиной L и шириной B забирался расход Q_0 через отверстие высотой h , расположенное в вертикальной торцевой стенке бассейна у верхней границы жидкости. Пополнение бассейна осуществлялось через его противоположный торец из двух регулирующих емкостей, содержащих жидкости с плотностями ρ_1 и $\rho_2 < \rho_1$. Более тяжелая жидкость поступала в нижний слой, более легкая — в верхний слой.

До контакта друг с другом в точке $x = 0, z = 0$ слои разделены горизонтальной пластиной I (фиг. 1). Глубина нижнего слоя при $x = 0$ равна h_1 , верхнего слоя — h_2 . На пластине закреплены небольшие вертикальные барьеры 2, препятствующие перетоку жидкости между регулируемыми емкостями при случайных вариациях h_1 .

Условия в сечении $x = 0$ оказывают сильное влияние на картину движения жидкости к отверстию. Здесь могут быть заданы, например, расходы Q_1 в нижнем



Фиг. 1

слое и Q_2 в верхнем слое. Тогда величины h_1 , h_2 , h , Q_0 и плотность забираемой жидкости ρ_0 будут функциями этих расходов. В данных опытах задавалось иное граничное условие: поддерживались постоянными глубины h_1 и h_2 (а вместе с тем и h). При этом расходы Q_1 и Q_2 оказывались функциями этих величин, параметра Q_0 и физических свойств жидкостей. Такое условие лучше соответствовало цели опытов и, кроме того, более точно имитировало то, что имеет место, например, при заборе воды из крупного водоема. Для поддержания постоянных значений h_1 и h_2 использовались холостые сбросы из регулирующих емкостей и система движжек.

На твердых границах имело место условие прилипания жидкости: равенство нулю всех компонент скорости. Верхней границей в опытах служила свободная поверхность. Она была горизонтальна. Стандартным условием на этой границе в математических моделях является условие скольжения: равенство нулю только вертикальной компоненты скорости. Но в лабораторных опытах может иметь место мало известный эффект прилипания жидкости и на свободной поверхности. Он обусловлен влиянием межфазного натяжения и сцепления поверхностной молекулярной пленки со стенками бассейна. Чтобы оторвать эту пленку от стенок, нужно затратить определенную энергию. Аналогичный механизм действует, например, при подъеме из воды иглы или проволочной рамки. В выполненных опытах условие скольжения на свободной поверхности имело место лишь при скоростях движения жидкости, превышающих примерно 4 см/с.

Измерения показали, что в стационарных режимах распределение плотности жидкости в бассейне $\rho(x, z)$ хорошо описывалось формулой

$$\rho = \rho_* \left(1 - \frac{\varepsilon}{2 + \varepsilon} \operatorname{th} \frac{z - z_*}{2\delta} \right), \quad \rho_* = \frac{1}{2} (\rho_1 + \rho_2), \quad \varepsilon = \frac{\rho_1}{\rho_2} - 1$$

Величины z_* и δ зависели от x и от параметров задачи, в частности от вязкостей жидкостей ν_1 и ν_2 в нижнем и верхнем слоях и от коэффициента диффузии κ . При $x = 0$ $z_* = 0$. Зависимость z_* и δ от κ и определяет в рассматриваемой задаче влияние диффузии на устойчивость движения. При наличии турбулентного перемешивания в качестве z_* и δ в формуле следует брать их средние по времени значения.

В безразмерной форме основные независимые параметры задачи образуют 11-мерное «фазовое пространство», координаты которого можно взять в виде

$$\frac{L}{h_2}, \frac{B}{h_2}, \frac{h}{h_2}, \frac{h_1}{h_2}, \frac{\nu_1}{\nu_2}, \alpha, \text{Bo} = \frac{\sigma}{\rho_2 g h_2^2}, \varepsilon,$$

$$\text{Fr} = \frac{Q_0}{B h_2 \sqrt{\varepsilon g h_2}}, \quad A = \frac{\text{Re}}{\text{Fr}} = \frac{h_2 \sqrt{\varepsilon g h_2}}{\nu_2}, \quad \text{Sm} = \frac{\nu_2}{\kappa}, \quad \text{Re} = \frac{Q_0}{B \nu_2}$$

Здесь g — ускорение силы тяжести, σ — коэффициент поверхностного натяжения, α — краевой угол смачивания.

Серия	Fr	A	Sm	ϵ
1	0,30—1,82	4080	7	0,0012
2	0,33—2,26	3910	2500	0,0011
3	0,22—1,34	8330	2500	0,0050

Геометрические параметры в опытах фиксировались: $L/h_2 = 42,5$, $B/h_2 = 1,8$, $h_1/h_2 = 3,54$, $h/h_2 = 0,48$, $h_2 = 11,3$ см. Параметр ν_1/ν_2 менялся незначительно: $\nu_1/\nu_2 = 1,06 \pm 0,04$. Столь малые его вариации не влияли на обсуждаемые далее результаты. Параметры α и Bo менялись из-за загрязнения поверхности воды в окрестностях $\alpha = \pi/2$, $Bo = 5,7 \cdot 10^{-4}$ неконтролируемым образом. Ввиду слабого влияния самих α и Bo на течение эти их вариации считаются несущественными.

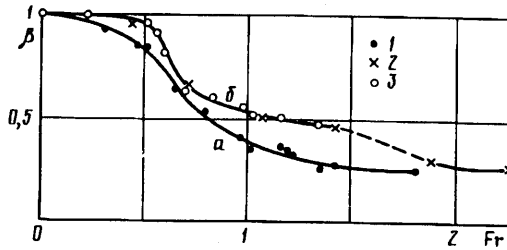
Четыре оставшихся параметра целенаправленно варьировались в трех сериях опытов. Соответствующая количественная информация приведена в таблице. Входящие в эти параметры нормирующие физические величины принимали значения: $\rho_2 = 0,9983$ г/см³, $\nu_2 = 0,0103$ см²/с. В каждой серии ϵ , A, Sm закреплялись, а Fr варьировалось в указанном в таблице диапазоне. В серии 1 стратификация по плотности создавалась изменением температуры воды, в сериях 2 и 3 — растворением в воде небольшого количества глицерина. При этом вязкость воды менялась незначительно, даже меньше, чем из-за охлаждения воды для получения той же разности плотностей между слоями. В то же время коэффициент молекулярной диффузии глицерина в воде примерно в 360 раз меньше коэффициента температуропроводности. Это обстоятельство и использовалось для вариации параметра Sm за счет κ .

Существенна следующая особенность методики проведения опытов. При термической стратификации возможен теплообмен жидкости с окружающей средой. Тогда в задаче появятся новые независимые параметры, которые при солевой стратификации равны нулю. Поэтому в опытах серии 1 требовалось предельно снизить теплообмен с окружающей средой. Он наиболее значителен через свободную поверхность, где имеют место фазовые переходы жидкости в пар и обратно, сопровождающиеся большими потоками энергии. Во всех выполненных опытах в качестве верхнего слоя использовалась вода при температуре лабораторного помещения. В результате однонаправленный теплообмен через свободную поверхность был исключен.

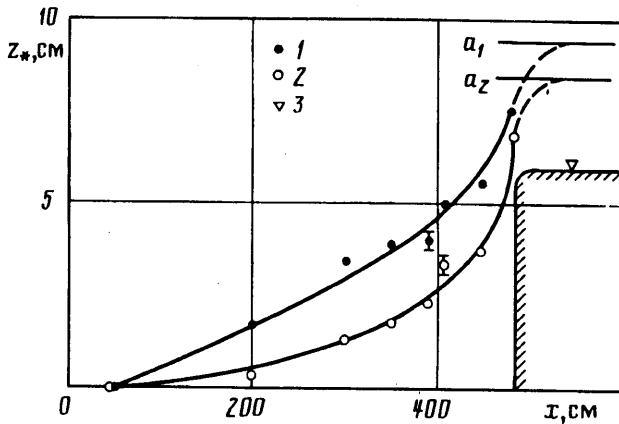
В качестве нижнего слоя в опытах серии 1 использовалась вода из городского водопровода с температурой ниже комнатной на 6—7° С. Стенки бассейна выполнены из оргстекла толщиной 1 см. Оценки показывают, что при указанной малой разности температур и за сравнительно короткое время пребывания нижней жидкости в рабочей части бассейна теплообмен через стенки был пренебрежимо мал.

Для визуализации течения окрашивалась чернилами линия равной плотности $z(x)$, а при нескольких значениях x создавались вертикальные окрашенные метки. Использовались также оптические эффекты, связанные с изменением плотности жидкости. При температурной стратификации количественная информация получалась с помощью термисторных датчиков. В опытах серий 2 и 3 применялись специальные датчики электрической проводимости. Расход Q_0 измерялся объемным способом.

Процесс потери устойчивости, если он имел место, внешне протекал так, как он описан в ряде экспериментальных работ, например в [7—9]. В устойчивом режиме течения линия $z(x)$ оставалась всюду гладкой. При слабой неустойчивости спорадически появлялись редко расположенные пакеты волн, вырождающихся из-за вязкости и диффузии. С усилением неустойчивости наблюдались последовательно процессы роста и обрушения волн и интенсивного турбулентного перемешивания. По сравнению с тем, что было получено ранее, представляет



Фиг. 2



Фиг. 3

особый интерес зависимость процесса потери устойчивости от указанных физических параметров задачи.

Серии 1 и 2 отличались друг от друга практически только параметром Sm . Но в серии 1 течение было устойчивым при всех Fr , а в серии 2 в диапазоне $0,43 \leq Fr \leq 1,8$ наблюдалась неустойчивость. Поскольку κ входит в знаменатель параметра Sm , а числитель этого параметра был в двух сериях практически одинаков, из указанного факта однозначно следует, что чем больше κ , тем устойчивее течение.

Весьма своеобразной оказалась зависимость процесса потери устойчивости в серии 2 от параметра Fr . В слабой форме неустойчивость наблюдалась уже при $Fr = 0,33$. Она существовала лишь на небольшом удалении вверх по потоку от отверстия $\Delta x/h < 30$ и не приводила к заметному перемешиванию между слоями. При $Fr = 0,52$ неустойчивость резко усилилась. Она наблюдалась по всей длине рабочей части бассейна: при малых x — в виде гладких волн, а вблизи отверстия — в виде интенсивного перемешивания между слоями.

Казалось бы, с увеличением Fr при неизменных значениях других параметров процесс перемешивания между слоями должен усилиться. На самом деле с ростом Fr неустойчивость течения в опытах серии 2 становилась все слабее, пока при $Fr \geq 1,8$ не исчезла совсем.

Опыты серии 3 дали практически те же результаты, что и опыты серии 2. Эти серии отличались между собой значениями сразу двух параметров: A и ϵ . Но следует иметь в виду, что для двухслойной жидкости ϵ фигурирует в законах сохранения массы и импульса лишь в трех сочетаниях: $1 + \epsilon$, $2 + \epsilon$ и ϵg . При $\epsilon \ll 1$ в двух первых сочетаниях значением ϵ можно пренебречь. Это так называемое приближение Буссинеска в теории стратифицированных течений. В таком приближении, безусловно, пригодном для обсуждаемых опытов, ϵ исключается из числа независимых параметров задачи, оставаясь только в комплексе ϵg , который учитывается в параметре Fr . Таким образом, для серии 3 по сравнению с серией 2

существенна только вариация A . Эта вариация повлияла на устойчивость течения значительно слабее, чем вариация Sm .

На фиг. 2 приведены данные о величине $\beta = (\rho_1 - \rho_0) / (\rho_1 - \rho_2)$, характеризующей среднюю плотность ρ_0 вытекающей из отверстия жидкости. Нумерация экспериментальных точек на графике соответствует нумерации серий опытов. Для двухслойного течения $\beta = 1$, если в отверстии вовлекается только верхняя жидкость, и $\beta = 0$, если отсасывается только нижняя жидкость. Величина β в интегральной форме отражает все особенности движения в бассейне и представляет особый интерес в прикладной проблеме селективного отсоса заданного слоя устойчиво стратифицированной по плотности жидкости.

Экспериментальные точки 1 на фиг. 2 ложатся на кривую a , монотонно убывающую с ростом Fr и стремящуюся к асимптоте $\beta = \beta_* \approx 0,26$. Монотонный характер кривой a отражает тот факт, что в серии 1 течение было устойчивым при всех рассмотренных Fr .

Экспериментальные точки 2 и 3 группируются около одной универсальной кривой b , что является следствием слабой реакции системы на осуществленные вариации параметра A и ϵ . При $Fr < 1,8$ кривая b сильно отличается от кривой a вследствие отмеченного ранее влияния параметров Sm . Неустойчивость движения в сериях 2 и 3 нашла отражение не только в этом отличии, но и в немонотонном характере кривой b . При $Fr > 2$ кривая b выходит на ту же асимптоту $\beta = \beta_*$, что и кривая a .

Последний факт свидетельствует о том, что при $Fr > Fr_*$, где Fr_* , то значение Fr , при котором достигается универсальный асимптотический режим по β , течение не зависело ни от диффузии, ни от стратификации по плотности, а влияние вязкости проявлялось лишь в пограничных слоях на стенках бассейна. В опытах имело место $Fr_* \approx 2$. При этом $\beta_* \approx 0,26$ оказалось близким к отношению глубин $h_2/h_1 = 0,28$, т. е. на большом удалении от отверстия установилось наиболее естественное состояние движения с почти равномерным распределением скорости по глубине.

Существование в рассматриваемом течении упомянутого асимптотического режима имеет важное значение для приложений. В настоящее время различные способы управления процессом селективного водозабора базируются на одной идее: считается, что для преимущественного отсоса заданного слоя жидкости достаточно расположить отверстие в этом слое, поскольку вовлечению в отверстие жидкости из других слоев препятствуют силы плавучести. Выполненные опыты показывают, что такие способы дают положительный эффект лишь при $Fr < Fr_*$, а при $Fr > Fr_*$ силы плавучести слишком малы, чтобы повлиять на картину течения.

Для приложений важно предельно увеличить Fr_* . Наиболее перспективным в этом отношении является переход от плоского течения к пространственному, что достигается уменьшением ширины отверстия b по сравнению с шириной бассейна B . (В выполненных опытах имело место $b = B$.)

На фиг. 3 приведены графики $z(x)$ для двух опытов, различавшихся по существу лишь значением Sm . Нумерация кривых соответствует нумерации серий опытов в таблице. Для линии 1 $Fr = 1,02$, для линии 2 $Fr = 1,07$. Горизонтальные линии a_1 и a_2 — асимптоты, к которым стремятся кривые 1 и 2 в отверстии. Положение этих асимптот вычислено по измеренным β . Точкой 3 помечен горизонт нижней кромки отверстия. Свободная поверхность расположена на горизонте $z = 11,3$ см.

Чем выше z , тем больше потенциальная энергия жидкости в соответствующем сечении по x . С учетом этого обстоятельства, а также известного в гидродинамике факта о выравнивании скорости по поперечному сечению потока при его резком сужении по данным на фиг. 3 можно утверждать, что чем больше z , тем больше энергии сохраняет жидкость при подходе к отверстию.

Стабилизации сдвигового течения способствует в определенных условиях его

неравномерность по координате x . Этот факт хорошо известен для однородной по плотности жидкости, где благоприятный продольный градиент давления препятствует турбулизации течения. Для стратифицированной жидкости аналогичный эффект экспериментально продемонстрирован в [10].

Следствием реализованных в этой работе и типичных для прикладных задач условий при $x = 0$ является то, что рассматриваемая динамическая система может сама формировать характер неоднородности течения по x . Она имеет возможность, например, не вовлекать в отверстие нижнюю жидкость и тем самым не тратить энергию на преодоление сил плавучести. Но при этом увеличится градиент скорости между слоями, возрастут потери на трение и создадутся предпосылки для потери устойчивости и перемешивания между слоями. В определенных условиях оказывается более выгодным затратить некоторую энергию на преодоление сил плавучести, но уменьшить потери энергии на трение и перемешивание.

Полученные экспериментальные данные показывают, что в рассмотренном течении формируется такая неравномерность по x , при которой диссипация энергии минимальна. Это дает поддержку фундаментальному оптимизационному принципу минимума диссипации энергии, полезному при математическом моделировании течений реальных стратифицированных жидкостей.

Молекулярная диффузия оказывает сильное влияние на картину течения стратифицированной жидкости и после того, как оно потеряло устойчивость, например, в турбулентном режиме движения. Соответствующая экспериментальная информация для гидродинамического следа за телом приведена, например, в [11].

Авторы благодарят О. Ф. Васильева за ценный вклад в постановку исследований.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Hazel P. The effect of viscosity and heat conduction on internal gravity waves at a critical level//J. Fluid Mech. 1967. V. 30. № 4. P. 775—784.
2. Breeding R. J. A nonlinear investigation of critical levels for internal atmospheric gravity waves//J. Fluid Mech. 1971. V. 50. № 3. P. 545—563.
3. Peltier W. R., Halle J., Clark T. L. The evolution of finite amplitude Kelvin—Helmholtz billows//Geophys. and Astrophys. Fluid Dynamics. 1978. V. 10. № 1—2. P. 53—87.
4. Maslowe S. A. Direct resonance in double-diffusive systems//Stud. in Appl. Math. 1985. V. 73. № 1. P. 59—74.
5. Criminale W. O., Cordova J. Q. Effects of diffusion in the asymptotics of perturbations in stratified shear flow//Phys. Fluids. 1986. V. 29. № 7. P. 2054—2060.
6. Van Duin C. A., Kelder H. Internal gravity waves in shear flows at large Reynolds number//J. Fluid Mech. 1986. V. 169. P. 293—306.
7. Keulegan G. H. Interfacial instability and mixing in stratified flows//J. Res. Nat. Bureau Standarts. 1949. V. 43. № 5. P. 487—500.
8. Thorpe S. A. Experiments on the stability of stratified shear flows: miscible fluids//J. Fluid Mech. 1971. V. 46. № 2. P. 299—319.
9. Andow T., Hanawa K., Toba Y. Experimental study of internal waves in a stratified sheat flow//Нихон кайе чаккайси. J. Oceanogr. Soc. Jap. 1981. V. 37. № 4. P. 179—192.
10. Букреев В. И., Гусев А. В., Костомаха В. А. Экспериментальное исследование обрушения внутренних волн при их взаимодействии друг с другом//Изв. АН СССР. Физика атмосферы и океана. 1988. Т. 24. № 3. С. 328—330.
11. Сысоева Е. Я., Чашечкин Ю. Д. Пространственная структура следа за сферой в стратифицированной жидкости//ПМТФ. 1988. № 5. С. 59—65.

Новосибирск

Поступила в редакцию
23.I.1992