

УДК 533.6.011.8:519.63

© 1992 г. С. В. УТЮЖНИКОВ

ЧИСЛЕННОЕ ИССЛЕДОВАНИЕ СВЕРХЗВУКОВОГО
ОБТЕКАНИЯ ЗАТУПЛЕННЫХ КОНУСОВ БОЛЬШОЙ ДЛИНЫ
ПОТОКОМ ВЯЗКОГО ГАЗА
С УЧЕТОМ РАВНОВЕСНЫХ
ФИЗИКО-ХИМИЧЕСКИХ ПРЕВРАЩЕНИЙ

Рассматривается сверхзвуковое осесимметричное обтекание сферически затупленных конусов большой длины потоком вязкого теплопроводного газа в широком диапазоне чисел Рейнольдса на основе полной системы уравнений вязкого ударного слоя. Для решения уравнений вязкого ударного слоя применяется экономичный численный метод решения, основанный на проведении глобальных итераций. Определяется общее влияние эффектов второго приближения теории пограничного слоя, а также влияние протекания равновесных физико-химических превращений на тепловые нагрузки для тел большого удлинения.

В настоящей работе для численного расчета течения газа около тел большой длины применяется полная система уравнений вязкого ударного слоя (см., например, [1]). В криволинейной системе координат x, y , нормально связанной с телом, эта система содержит все члены полных уравнений Навье — Стокса, вносящие вклад во второе приближение асимптотической теории пограничного слоя как для внутреннего, так и для внешнего разложений. В качестве одной из границ области решения рассматривается отошедшая головная ударная волна, положение которой определяется в ходе решения задачи. На ударной волне ставятся обобщенные условия Ренкина — Гюгонио [1].

Сравнение численных решений полных уравнений Навье — Стокса и уравнений вязкого ударного слоя, ранее проведенное для относительно коротких тел (см., например, [2, 3]), показывает, что для достаточно гладких тел (без разрыва угла наклона образующей) модель вязкого ударного слоя дает хорошую точность по определению значений на поверхности тела давления, трения и теплового потока вплоть до $Re_\infty \sim 100$, т. е. даже при полностью вязком ударном слое, когда уравнения формально асимптотически не справедливы. При этом максимальная погрешность в определении аэродинамических и тепловых нагрузок по телу при $Re_\infty > 10^3$ составляет около 1%, а при $Re_\infty \sim 10^2$ — около 10%. Целью настоящей работы является исследование на основе уравнений вязкого ударного слоя обтекания тел большого удлинения.

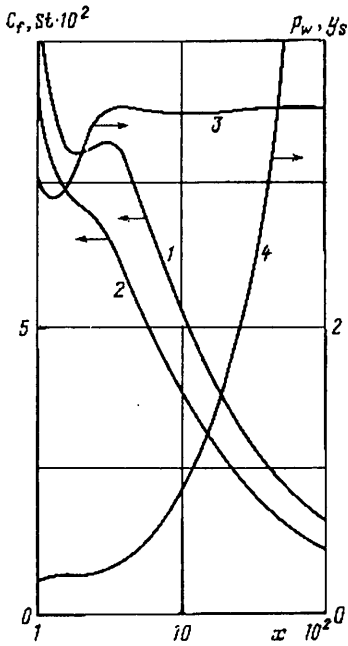
1. Численный метод решения. Уравнения вязкого ударного слоя сохраняют эллиптические свойства задачи в дозвуковых областях течения (см., например, [3, 4]). Кроме того, в области затупления для определения положения ударной волны в данной точке необходимо учитывать передачу информации вверх по потоку [3], в чем также проявляется «эллиптичность» задачи.

Для решения системы уравнений вязкого ударного слоя применяется метод решения, основанный на проведении глобальных итераций [3, 5]. На каждой глобальной итерации значение касательной составляющей градиента давления определяется из соотношения

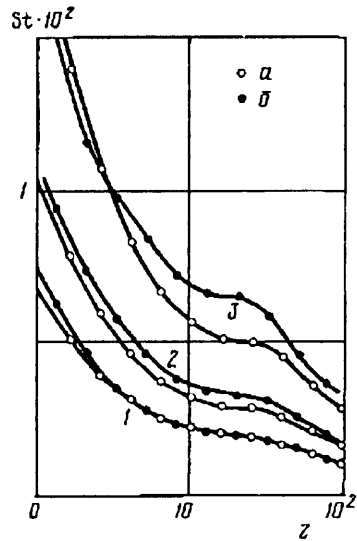
$$\frac{\partial p^{(n+1)}}{\partial x} = \alpha_t \frac{\partial p_t}{\partial x} + (1 - \alpha_t) \frac{\partial p_x^{(n)}}{\partial x}, \quad 0 \leq \alpha_t \leq \frac{u^2}{a^2}$$

где $\partial p_t / \partial x$ — часть градиента давления, которая определяется на основе расчета текущей $(n + 1)$ -й глобальной итерации, $\partial p_x / \partial x$ — часть градиента, определяемая на основе расчета предыдущей итерации, u — касательная к телу составляющая вектора скорости, a — местная скорость звука.

На каждой глобальной итерации задача Коши по x для уравнений вязкого ударного слоя является корректной. При этом для аппроксимации производных вида $\partial p^{(n)} / \partial x$ используется впереди стоящий



Фиг. 1



Фиг. 2

узел разностной сетки. Кроме того, в области затупления положение ударной волны на каждой глобальной итерации определяется на основе расчета предыдущей.

Для расчета обтекания тел большой длины применялась блочно-маршевая реализация метода, предложенная в [6]. При таком подходе вся расчетная область разбивается по x на взаимопересекающиеся подобласти (блоки). Начиная со второго блока, вне области затупления, положение ударной волны может определяться в ходе расчета текущего блока. Такой подход позволяет значительно сэкономить память и время ЭВМ.

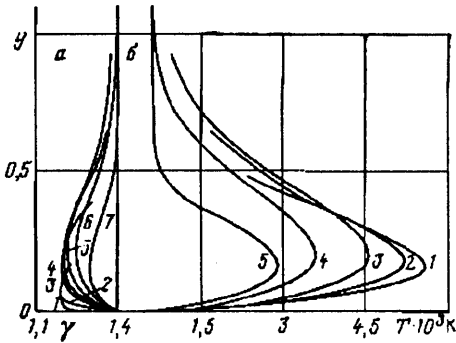
Для численного решения системы уравнений на каждой глобальной итерации применялась разностная схема повышенного порядка аппроксимации [5], имеющая второй порядок аппроксимации по продольной координате и четвертый — по поперечной. Кроме того, по второму направлению строилась адаптивная к решению разностная сетка [7]. По первому направлению использовался переменный шаг разностной сетки, который задавался до решения задачи.

Для проведения расчета течения газа около конуса, имеющего длину 200 радиусов затупления R_w , использовалось 4—5 блоков с общей сеткой 120×40 узлов. Характерное время обтекания конуса со сходимостью по всему полю давления до 1% составляло 20—30 мин на ЭВМ БЭСМ-6, при этом для расчета первого блока требовалось 5—7 глобальных итераций, а последующих блоков — 2—4 итерации.

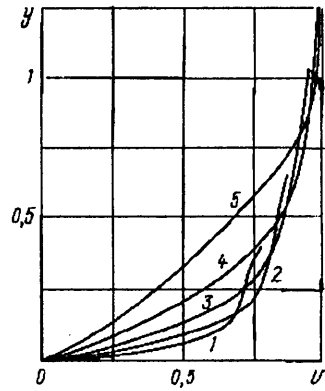
2. Результаты расчетов. На фиг. 1 приведены распределения местного коэффициента трения $C_f = \mu di / \partial u (\rho_\infty V_\infty^2 / 2)^{-1}$ (кривая 1), числа Стантона $St = q_w / (\rho_\infty V_\infty H_\infty)$ (кривая 2), давления на теле, отнесенного к $\rho_\infty V_\infty^2 / 2$ (кривая 3), и отхода ударной волны, отнесенного к R_w (кривая 4), для случая обтекания конуса, затупленного по сфере, с углом полураствора $\theta = 35^\circ$ при $M_\infty = 15$, $\gamma = 1,4$, $Re_\infty = 10^3$, $T_w = 0,05$. Здесь и везде далее основные обозначения — общепринятые, число Рейнольдса Re_∞ определяется по параметрам набегающего потока и радиусу затупления.

Интересно, что в области «ложки» по давлению имеет место локальный максимум коэффициента трения. Этот эффект имеет место для достаточно больших углов полураствора конуса ($>30^\circ$), но во всех случаях «ложка» по давлению приводит по крайней мере к образованию «полочки» по трению и тепловому потоку.

Наряду с моделированием течения совершенного газа с постоянным γ проводилось исследование влияния на тепловой поток равновесных физико-химических превращений воздуха. Для расчета коэффициентов переноса воздуха использовались таблицы, составленные С. А. Васильевским и И. А. Соколовой. На фиг. 2 приводится распределение тепловых потоков вдоль траектории спуска



Фиг. 3



Фиг. 4

сферически затупленного конуса в атмосфере Земли ($R_w = 1$ см, $\theta = 10^\circ$, $T_w = 500^\circ$). Здесь и далее z соответствует осевой координате, отсчитываемой от вершины конуса и отнесенной к R_w .

Кривые *a* соответствуют распределениям теплового потока для политропного газа (с постоянной теплоемкостью), кривые *b* — для химически равновесного воздуха при одних и тех же значениях M_∞ и Re_∞ . Кривые 1 соответствуют высоте полета $H = 50$ км и скорости полета $V = 3$ км/с, кривые 2 — $H = 55$ км и $V = 5$ км/с, кривые 3 — $H = 60$ км и $V = 7$ км/с. По мере снижения температуры газа при его движении вниз по потоку соответствующие кривые сближаются, а в нижней рассматриваемой точке траектории — совпадают. Максимальное различие тепловых потоков приходится на область «ложки» давления. Зона максимального различия тепловых потоков в нижней точке траектории смещена в область сопряжения сферы и конуса. Примерно с высоты 45 км и ниже воздух во всем ударном слое можно рассматривать как политропный газ.

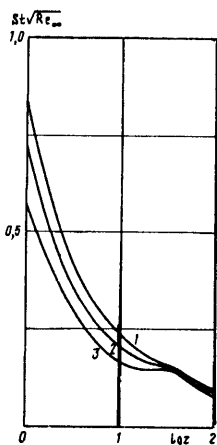
Изменение эффективного показателя адиабаты γ и температуры в ударном слое для средней точки траектории изображено на фиг. 3. Кривые 1—7 (*a*) соответствуют $z = 0, 0,6, 1, 2, 3, 9, 12, 41$, где отсчет ведется в направлении возрастания угла наклона касательной в точке $y = 0$. На холодной стенке $\gamma = 1,4$. Как и следовало ожидать, в высокотемпературной области γ принимает минимальные значения. При достаточно больших z газ в области невязкого течения можно рассматривать как политропный с $\gamma = 1,4$. В этой области температура газа близка к температуре стенки. Профили температуры 1—5 (*b*) соответствуют $z = 1,36, 2, 3, 9, 12, 41$.

На фиг. 4 представлены профили касательной составляющей скорости, отнесенной к скорости набегающего потока, в случае конуса с $\theta = 10^\circ$ при $M_\infty = 20$, $Re_\infty = 3 \cdot 10^3$, $T_w = 0,026$. Кривые 1—5 соответствуют сечениям $x = \text{const}$ при $x = 0,83, 1,5, 3,4, 12, 100$ (в длинах R_w). При возрастании x профили становятся все более наполненными. Вне пограничного слоя при больших значениях x (порядка $100 R_w$ и более) поток близок к равномерному.

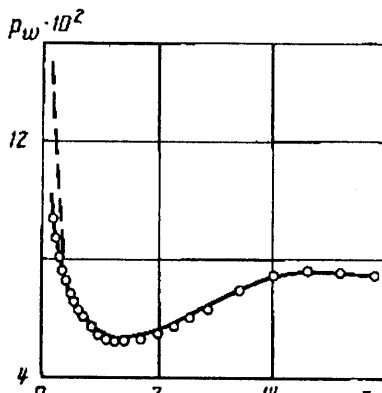
Так как решение полных уравнений вязкого ударного слоя осуществляется во всей области течения между головной ударной волной и поверхностью тела, то автоматически учитываются эффекты второго приближения теории пограничного слоя. Сравнение с асимптотикой классического пограничного слоя, соответствующей $Re_\infty \rightarrow \infty$, позволило оценить общий вклад эффектов второго приближения теории пограничного слоя.

На фиг. 5 приведено распределение теплового потока вдоль поверхности конуса, затупленного по сфере ($\theta = 10^\circ$, $M_\infty = 20$, $T_w = 0,5$). Кривые 1—3 соответствуют значениям $Re_\infty = 3,1 \cdot 10^3, 10^4, 10^6$. Различие кривых по числу Рейнольдса обусловлено влиянием эффектов второго приближения теории пограничного слоя. Максимальное различие кривых приходится на область «ложки» давления. На холодной стенке ($T_w = 0,025$) взаимное различие подобных кривых заметно меньше и составляет 15—20%. Следует отметить, что хотя эффект вихревого взаимодействия оказывает сильное влияние на тепловой поток [6], общий вклад эффектов второго приближения заметно ниже.

На фиг. 6 приводится распределение давления вдоль поверхности конуса с $\theta = 15^\circ$, движущегося при $H = 30$ км и $V = 15$ км/с при значении $Re_\infty = 6 \cdot 10^5$. Точками отмечены данные [9], соответствующие обтеканию идеальным газом. Пунктир относится к расчету, проведенному маршевым



Фиг. 5



Фиг. 6

методом [10] с регуляризацией задачи Коши. В данном случае такой подход вносит существенную погрешность на расстоянии до двух радиусов затупления, в основном там, где имеет место обширная дозвуковая область. Ниже по потоку вторая глобальная итерация вносит несущественное изменение в маршевый расчет и более необходима для контроля точности последнего. Рассчитанные значения давления по модели вязкого ударного слоя хорошо совпадают со значениями давления при идеальном обтекании.

Автор благодарит С. А. Васильевского и И. А. Соколову за предоставленные таблицы по расчету коэффициентов переноса, Г. А. Тирского за постоянное внимание к работе и полезное обсуждение.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Гершбейн Э. А., Пейгин С. В., Тирский Г. А. Сверхзвуковое обтекание тел при малых и умеренных числах Рейнольдса // Итоги науки и техники. ВИНТИ. Мех. жидкости и газа. 1985. Т. 19. С. 3—85.
2. Кокошинская Н. С., Павлов Б. М., Пасконов В. М. Численное моделирование сверхзвукового обтекания тел вязким газом. М.: Изд-во МГУ, 1980. 247 с.
3. Утюжников С. В. Численный метод решения полных уравнений вязкого ударного слоя: Автореф. дис. ... канд. физ.-мат. наук. М.: МФТИ, 1986. 16 с.
4. Тимошенко В. И. Сверхзвуковые течения вязкого газа. Киев: Наук. думка, 1987. 183 с.
5. Васильевский С. А., Тирский Г. А., Утюжников С. В. Численный метод решения уравнений вязкого ударного слоя // Журн. вычисл. математики и мат. физики. 1987. Т. 27. № 5. С. 741—750.
6. Утюжников С. В. Численное решение полных уравнений вязкого ударного слоя в задаче гиперзвукового обтекания притупленных тел // Числ. методы мех. сплошной среды. 1986. Т. 17. № 6. С. 125—131.
7. Васильевский С. А., Тирский Г. А. Влияние многокомпонентной диффузии и высших приближений для коэффициентов переноса на теплопередачу при гиперзвуковом обтекании затупленного тела // Прикладные вопросы аэродинамики летательных аппаратов. Киев: Наук. думка, 1984. С. 100—103.
8. Елькин Ю. Г., Ермак Ю. Н., Липатов И. И., Нейланд В. Я. Поглощение энтропийного слоя на затупленном конусе в гиперзвуковом потоке вязкого газа // Уч. зап. ЦАГИ. 1983. Т. 14. № 1. С. 18—25.
9. Лунев В. В., Магомедов К. М., Павлов В. Г. Гиперзвуковое обтекание притупленных конусов с учетом равновесных физико-химических превращений. М.: ВЦ АН СССР, 1968. 203 с.
10. Ковеня В. М., Черный С. Г. Маршевый метод решения стационарных упрощенных уравнений Навье — Стокса // Журн. вычисл. математики и мат. физики. 1983. Т. 23. № 5. С. 1186—1198.

Москва

Поступила в редакцию
27.V.1991