

УДК 533.6.011.8

© 1993 г. А. Ф. КОЛЕСНИКОВ

УСЛОВИЯ МОДЕЛИРОВАНИЯ  
В ДОЗВУКОВЫХ ТЕЧЕНИЯХ ТЕПЛОПЕРЕДАЧИ  
ОТ ВЫСОКОЭНТАЛЬПИЙНОГО ПОТОКА  
К КРИТИЧЕСКОЙ ТОЧКЕ  
ЗАТУПЛЕННОГО ТЕЛА

Для воспроизведения в эксперименте теплопередачи к критической точке осесимметричного затупленного тела, обтекаемого высокoenтальпийным потоком газа, нужно обеспечить на внешней границе пограничного слоя модели натурные значения давления, температуры, концентраций компонентов и градиента скорости растекания вдоль образующей поверхности тела [1—3]. В общем случае для высокoenтальпийных неравновесных течений эти условия не позволяют установить однозначное соответствие между натурными параметрами и условиями эксперимента.

В настоящей работе задача локального моделирования теплообмена в критической точке затупленного тела решена в рамках теории пограничного слоя в предположении, что моделирующие теплообмен дозвуковые высокoenтальпийные потоки — равновесные вне пограничного слоя модели, а параметры натурного течения — равновесные на внешней границе пограничного слоя тела.

Параметры моделирующего дозвукового потока выражены через полную энтальпию  $H_0$ , давление в критической точке  $p_w$  и скорость набегающего потока  $V_i$  в виде универсальных зависимостей от безразмерных коэффициентов моделирования

$$\xi = \frac{R_m^*}{R_b^*} (\xi \leq \xi_* < 1), \quad \zeta = \frac{V_i}{\sqrt{2H_0}} \xi \quad (\xi \leq \xi_* < 1)$$

где  $R_m^*$ ,  $R_b^*$  — эффективные радиусы модели и тела в их критических точках.

Получены приближенные условия моделирования теплопередачи от высокoenтальпийного (в том числе гиперзвукового) потока к критической точке затупленного тела в гипозвуковых ( $M \ll 1$ ) потоках, соответствующие случаю  $\xi^2 \ll 1$ .

Проанализированы возможности полного локального моделирования гиперзвуковой неравновесной теплопередачи к критической точке затупленного тела в гипозвуковых струях диссоциированного воздуха 100-киловаттного индукционного плазмотрона ВГУ-2 [4, 51].

1. Задачу моделирования теплообмена высокoenтальпийного потока диссоциированного газа с поверхностью в окрестности критической точки сформулируем в следующей форме.

Пусть осесимметричное тело с эффективным радиусом затупления в критической точке  $R_b^*$  обтекается высокoenтальпийным потоком (до- или сверхзвуковым) с заданными значениями скорости  $V_i$ , полной энтальпии  $H_0$  и давления в критической точке  $p_w$ . Тогда как должны меняться параметры дозвуковых потоков в зависимости от размеров и формы моделей, чтобы тепловой поток в критической точке модели в любом из этих дозвуковых течений с известной точностью совпадал с тепловым потоком в критической точке тела?

Относительно тела и модели будем предполагать, что нет уноса массы с их поверхностей, а сами поверхности имеют одинаковые оптические и каталитические свойства. Кроме того, в натуре и эксперименте одинаковы условия теплоотвода с поверхности (например, обе поверхности — теплоизолированные).

Теплопередачу от высокоэнталпийного потока к критической точке поверхности будем рассматривать в рамках теории пограничного слоя.

Из формул [6, 7] для теплового потока  $q_w$  в критической точке поверхности, обтекаемой диссоциированным газом, следует, что в случае, когда температура и концентрации атомов на внешней границе пограничного слоя имеют равновесные значения,  $q_w$  полностью определяется граничным условием на теле и тремя параметрами на внешней границе пограничного слоя: полной энталпиеей  $H_e$ , давлением  $p_e$  и градиентом скорости  $\beta_e$ .

Достаточные условия равенства тепловых потоков представляют собой условия равенства этих трех параметров в двух течениях

$$H_{e2} = H_{el} = H_0, \quad p_{e2} = p_{el} = p_w, \quad \beta_{e2} = \beta_{el} \quad (1.1)$$

где индексы 1 и 2 относятся к натурному течению и моделирующему дозвуковому потоку. Исходя из этих равенств, установим соотношения между параметрами моделирующего невозмущенного потока и параметрами, определяющими натурную теплопередачу к критической точке тела.

Из первого равенства (1.1) следует равенство полной энталпии моделирующего потока заданному значению  $H_0$

$$\frac{1}{2}V_2^2 + h_2 = H_0 \quad (1.2)$$

Здесь  $V_2$  — скорость,  $h_2$  — статическая энталпия невозмущенного моделирующего потока.

Второе условие моделирования (1.1) для дозвукового равновесного течения сводится к соотношению между статическим давлением в невозмущенном потоке  $p_2$  и заданным давлением  $p_w$  в критической точке, которое описывается приближенным уравнением адиабаты Пуассона для реального газа [8]

$$p_2 \left( 1 + \frac{\gamma_{eq2}}{\gamma_{*2}} \frac{\gamma_{*2} - 1}{2} M_2^2 \right)^{\gamma_{*2}/(\gamma_{*2}-1)} = p_w \quad (1.3)$$

где  $\gamma_{eq2}$ ,  $\gamma_{*2}$  — равновесный и эффективный показатели адиабаты,  $M_2 \leq 1$  — число Маха моделирующего потока.

Третье условие — равенство градиентов скорости в критических точках модели и тела — представим в виде равенства отношений скоростей набегающих потоков к эффективным радиусам модели  $R_m^*$  и тела  $R_b^*$

$$V_2/R_m^* = V_1/R_b^* \quad (1.4)$$

Эффективные радиусы  $R_m^*$ ,  $R_b^*$  зависят от геометрии поверхностей, геометрии набегающих потоков, характерных размеров течений и формально определяются как отношения  $R_{m,b}^* = V_{2,1}/\beta_{e2,1}$ . Например, для гладкого осесимметричного тела с радиусом затупления в критической точке  $R_b$ , обтекаемого гиперзвуковым равномерным потоком с плотностью  $\rho_1$ , в соответствии с формулой [8] для  $\beta_e$  имеем

$$R_b^* = \left( \frac{8}{3} k \right)^{-1/2} R_b, \quad k = \frac{\rho_1}{\rho_{el}} \quad (1.5)$$

Полагая параметры  $V_1, H_0, p_w, R_b^*, R_m^*$  известными, выразим из уравнений (1.2)–(1.4) параметры второго невозмущенного потока в виде

$$\frac{V_2}{V_1} = \xi, \quad \frac{h_2}{H_0} = 1 - \zeta^2 \quad (1.6)$$

$$\frac{p_2}{p_w} = (1 - \zeta^2)^{\gamma_{*2}/(\gamma_{*2}-1)} \quad (1.7)$$

$$M_2^2 = \frac{2\gamma_{*2}}{\gamma_{eq2}(\gamma_{*2}-1)} \frac{\zeta^2}{1-\zeta^2} \quad (1.8)$$

$$\xi = \frac{R_m^*}{R_b^*}, \quad \zeta^2 = \frac{V_1^2}{2H_0} \xi^2 = \frac{\alpha_2^2}{2H_0} M_2^2, \quad a_2^2 = \frac{\gamma_{eq2}(\gamma_{*2}-1)}{\gamma_{*2}} h_2 \quad (1.9)$$

$$\gamma_{*2} = \frac{\alpha_2}{\alpha_2 - 1}, \quad \alpha_2 = \frac{\rho_2 h_2}{p_2}$$

где  $a_2$  — равновесная скорость звука.

Формулы для вычисления скорости, энталпии, давления и числа Маха моделирующего потока (1.6)–(1.9) имеют универсальный вид: в них входят только два безразмерных параметра  $\xi$  и  $\zeta$ . Для определенности будем считать, что  $V_2 \leq V_1$ . Тогда

$$\xi \leq \xi_* = \frac{\sqrt{2H_0}}{V_1} \zeta_*, \quad \zeta \leq \zeta_* = (\gamma_{*2} - 1)^{1/2} \left( \frac{2\gamma_{*2}}{\gamma_{eq2}} + \gamma_{*2} - 1 \right)^{-1/2}$$

Параметры  $\xi$  и  $\zeta$  назовем соответственно геометрическим и кинетическим коэффициентами моделирования.

Если натурный поток гиперзвуковой и холодный ( $V_1^2/2H_0 \approx 1$ ), то с точностью до членов порядка  $O(M_1^{-2})$   $\xi = \xi$  и в формулы (1.6)–(1.8) будет входить только один геометрический коэффициент моделирования  $\xi$ . Если моделирующий поток гипозвуковой ( $M_2^2 \ll 1$ ), то квадрат кинетического коэффициента  $\zeta^2 \ll 1$  и подобие теплопередачи также определяется только коэффициентом  $\xi$ .

Итак, для высоконестабильных течений, в которых имеет место равенство тепловых потоков в критических точках тела и модели, отношения  $V_2/V_1$  и  $h_2/H_0$  полностью определяются элементарными универсальными зависимостями (1.6).

Формулы (1.7), (1.8) для высокотемпературных газов представляют собой неявные выражения функций  $p_2'(\xi) = p_2(\xi)/p_w$  и  $M_2^2(\xi)$ , поскольку  $\gamma_{*2}$  и  $\gamma_{eq2}$  зависят от значений  $p_2$  и  $h_2$ .

Для совершенного газа с постоянным отношением теплоемкостей  $\gamma$

$$M_2^2 = \frac{2}{\gamma - 1} \frac{\zeta^2}{1 - \zeta^2}, \quad \frac{h_2}{H_0} = \frac{T_2}{T_0} = 1 - \zeta^2 \quad (1.10)$$

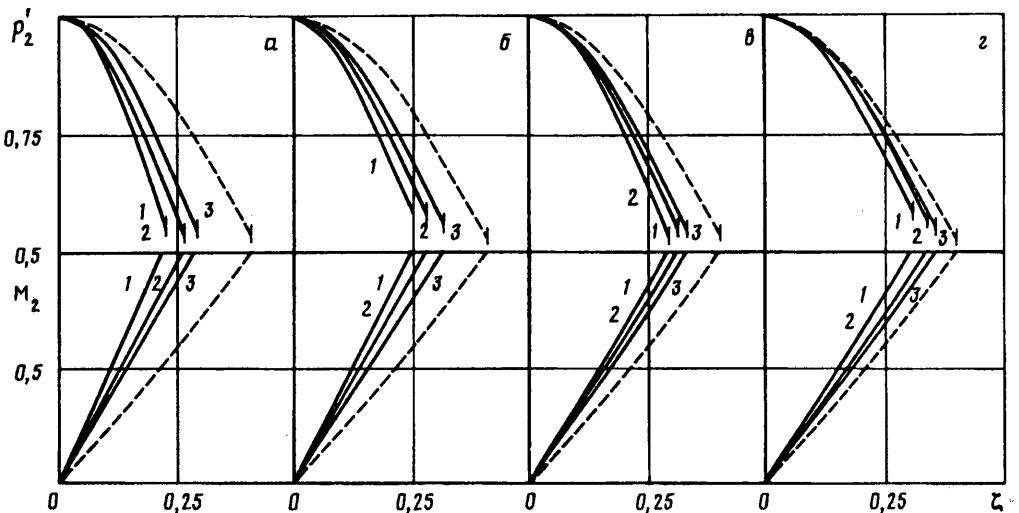
$$\frac{p_2}{p_w} = \left( \frac{T_2}{T_0} \right)^{\gamma/(\gamma-1)} = (1 - \zeta^2)^{\gamma/(\gamma-1)}, \quad \zeta \leq \zeta_* = \sqrt{\frac{\gamma - 1}{\gamma + 1}}$$

Здесь  $T_2, T_0$  — статическая температура и температура торможения набегающего дозвукового потока.

Заметим, что формулы (1.10) по виду совпадут с зависимостями числа Маха, температуры и давления от коэффициента скорости  $\Lambda = V/V_{max}$  для установившегося движения совершенного газа с постоянным  $\gamma$  в трубке [9], если в (1.10) заменить  $\zeta$  на  $\Lambda$ . Различны только пределы изменений  $\zeta$  и  $\Lambda$  ( $0 \leq \Lambda \leq 1$ ).

2. Для равновесного воздуха при заданных значениях  $H_0$  и  $p_w$  функции  $p_2'(\xi)$  и  $M_2(\xi)$  могут быть легко вычислены с помощью таблиц [10, 11].

Вычисления  $p_2'(\xi)$ ,  $M_2(\xi)$  естественно начинать с  $\zeta = 0$  и затем на каждом шаге по  $\zeta$  действовать методом последовательных приближений, который, как показали результаты расчетов в широком диапазоне  $H_0$  и  $p_w$ , сходится за 2–3 итерации. Расчет продолжается до точки  $\zeta_*$ , в которой  $M_2 = 1$ . Заметим, что зависимости



Фиг. 1

$p'_2(\xi)$  и  $M_2(\xi)$  являются универсальными функциями коэффициента моделирования  $\xi$  для заданных значений  $H_0$  и  $p_w$ .

На фиг. 1 приведены зависимости  $p'_2(\xi)$ ,  $M_2(\xi)$  для воздуха, рассчитанные при  $H_0 = 32$  (а), 16 (б), 8 (в) и 4 (г) МДж/кг. Кривые 1—3 соответствуют  $p_w = 10^{-3}$ , 1,  $10^2$  атм. Штриховые кривые отвечают формулам (1.10) для газа с постоянным  $\gamma = 1,4$ .

Как видно из фиг. 1, а, г, реальные свойства сильно диссоциированного воздуха существенно влияют на зависимости  $p'_2(\xi)$  и  $M_2(\xi)$ . Увеличение степени диссоциации моделирующего потока влечет за собой уменьшение статического давления этого потока и сокращение интервала  $\xi$ , в котором моделирование теплообмена осуществляется в дозвуковых течениях. Для совершенного газа с  $\gamma = 1,4$ ,  $\xi_* = 0,408$ . Для воздуха при  $H_0 = 32$  МДж/кг,  $p_w = 10^{-3}$  атм в соответствии с фиг. 1, а имеем  $\xi_* \approx 0,22$ , т. е. «дозвуковой» интервал коэффициента моделирования  $\xi$  за счет диссоциации сокращается почти вдвое.

Давление в критической точке  $p_w$  относительно слабо влияет на зависимость  $p'_2(\xi)$ : при изменении  $p_w$  на 5 порядков от  $10^{-3}$  до  $10^2$  атм максимальное изменение  $p'_2(\xi)$  не превышает 20%.

С уменьшением  $H_0$  кривые 1—3 на фиг. 1 смещаются к зависимостям (1.10) для совершенного газа с постоянным  $\gamma = 1,4$ , а при  $H_0 \leq 2$  МДж/кг практически совпадают с ними.

3. Наиболее простой вид условия моделирования приобретают при  $\xi^2 \ll 1$ , когда с точностью до членов порядка  $O(\xi^2)$  энталпия и статическое давление в невозмущенном моделирующем потоке равны соответственно  $H_0$  и  $p_w$ . Условия моделирования теплопередачи с точностью до членов порядка  $O(\xi^2)$  сводятся к следующим:

$$V_2 = \xi V_1 \quad (\xi \leq 1), \quad M_2 = \sqrt{\frac{2\gamma_{*2}}{\gamma_{eq2}(\gamma_{*2} - 1)}} \xi \quad (3.1)$$

$$h_2 = H_0, \quad p_2 = p_w \quad (3.2)$$

Такая ситуация реализуется в двух предельных случаях.

1. Натурный высокоэнталпийный поток — гипозвуковой:  $V_1^2/2H_0 \ll 1$ .

Поскольку в этом случае с точностью  $O(M_1^2)$

$$p_1 = p_w, \quad h_1 = H_0$$

условия (3.1), (3.2) сводятся к условиям

$$M_2 = \xi M_1, \quad p_2 = p_1, \quad h_2 = h_1 \quad (3.3)$$

т. е. моделирующий невозмущенный дозвуковой поток имеет такие же значения температуры и статического давления, что и натурный. Отношения скоростей и чисел Маха этих двух потоков определяются только геометрией тела и модели.

2. Параметр  $\xi^2 \ll 1$ . Если натурный поток гиперзвуковой, параметры  $h_2$  и  $p_2$  явно выражаются через его скорость  $V_1$  и плотность  $\rho_1$ ,

$$h_2 = 1/2, V_1^2, \quad p_2 = (1 - k)\rho_1 V_1^2 \quad (3.4)$$

Соотношения (3.1), (3.4) представляют собой предельные условия моделирования гиперзвуковой теплопередачи к критической точке затупленного осесимметричного тела в гипозвуковых высокоэнталпийных потоках.

На графиках фиг. 1 рассмотренным предельным случаям моделирования соответствуют крайние точки  $(0,1)$ .

Заметим, что приближенные условия моделирования теплообмена (3.1)–(3.4) применимы и к неравновесным гипозвуковым течениям, если поверхности тела и модели — высококаталитические. В этом случае, однако, возможна некоторая погрешность моделирования теплового потока в критической точке, обусловленная различием плотностей и вязкостей двух течений на внешних границах граничных слоев тела и модели.

4. Рассмотрим вопрос об области применимости полученных выше формул для определения или пересчета на натурные условия гиперзвукового теплообмена параметров высокоэнталпийных дозвуковых струйных течений около цилиндрических моделей с плоской торцевой поверхностью в индукционном плазмотроне ВГУ-2 [4, 5, 12]. Установки серии ВГУ используются для моделирования процессов неравновесного теплообмена тел с потоками диссоциированных газов, для отработки и термохимических испытаний элементов и материалов тепловой защиты гиперзвуковых летательных аппаратов [12].

Вывод условий моделирования (1.6)–(1.9) основан на теории пограничного слоя и предположении о локальном термодинамическом равновесии в дозвуковом потоке (вне пограничного слоя), которое для молекулярных газов (воздух, азот, кислород) в индукционных плазмотронах с достаточной точностью выполняется при давлениях  $p \geq 0,1$  атм [4, 5].

В [4, 5] показано, что теория пограничного слоя применима для расчетов тепловых потоков к цилиндрическим моделям, обтекаемым дозвуковыми струйными потоками вязкого газа, при числах  $Re_s = \rho_s V_s R_m^*/\mu_s \geq 30$  (индекс  $S$  относится к параметрам в центре выходного сечения разрядного канала), если градиент скорости в критической точке модели определять с учетом конечной толщины пограничного слоя. Для моделей, используемых в экспериментах по теплообмену [5, 12], в дозвуковых струях установок ВГУ, как правило,  $30 < Re_s \lesssim 10^2$ .

Итак, сформулированные выше общие условия моделирования теплопередачи от диссоциированного пограничного слоя к критической точке тела применимы для дозвуковых высокоэнталпийных течений молекулярных газов в индукционных плазмотронах при  $p \geq 0,1$  атм и  $Re_s \geq 30$ . Для фактического применения этих условий в эксперименте их необходимо конкретизировать с учетом геометрии дозвукового течения и струйного характера обтекания модели.

Основная особенность дозвуковых струйных высокоэнталпийных течений — неравномерность профилей энталпии и скорости на выходе из канала плазмотрона

и падение этих характеристик вдоль оси струи [4, 5]. Для учета этих эффектов в формулах (1.6) вместо  $V_2$  и  $h_2$  следует подставить значения скорости и энталпии на оси свободной струи, соответствующие расстоянию от среза канала плазмотрона до модели  $L$ .

В дозвуковых струях плазмотрона ВГУ-2 при  $p \geq 0,1$  атм числа  $M \leq 0,1$ . Поэтому применимо гипозвуковое приближение условий моделирования гиперзвуковой теплопередачи (3.1), (3.4).

С учетом сказанного выше и формулы (1.5) для  $R_b^*$ , из условий моделирования (3.1), (3.4) параметры гипозвуковой струи в плазмотроне выражаются непосредственно через параметры гиперзвукового потока

$$V_s = \varphi_v^{-1}(L) \left( \frac{8}{3} k \right)^{1/2} \frac{R_m^*}{R_b} V_1, \quad k = \frac{\rho_1}{\rho_{ei}} \quad (4.1)$$

$$h_s = \varphi_h^{-1}(L) \frac{V_1^2}{2}, \quad p_s = (1 - k) \rho_1 V_1^2 \quad (4.2)$$

Здесь функции  $\varphi_v(L)$ ,  $\varphi_h(L)$  учитывают падение скорости и энталпии вязкого газа вдоль оси свободной гипозвуковой струи. Например, для высокoenталпийных струй воздуха в стандартных режимах плазмотрона ВГУ-2 [4, 5]  $\varphi_h = 1 - 0,125z$ ,  $\varphi_v = 1 - 0,025z$ ,  $z = L/R_c$ ,  $0 \leq z \leq 3$ , где  $R_c = 30$  мм — радиус канала.

В гипозвуковом приближении только скорость моделирующего потока  $V_2$  определяется эффективным радиусом модели  $R_m^*$ . Для цилиндрических моделей с плоским затуплением радиуса  $R_m$

$$R_m^* = \begin{cases} R_m [2 - l - 1,68(l-1)^2 - 1,28(l-1)^3], & l \leq 1 \\ R_c, & l > 1 \quad (l = R_m/R_c) \end{cases} \quad (4.3)$$

Аппроксимационная формула (4.3) получена на основании расчетных и экспериментальных данных [4] по градиентам скорости на внешней границе пограничного слоя и тепловым потокам в критической точке таких моделей, осесимметрично обтекаемых незакрученными струями вязкого газа с параболическим профилем скорости. Эта формула применима, в том числе для случая натекания струи на плоскость, если  $R_m \leq L \leq 2R_c$  ( $l \leq 1$ ) или  $R_c \leq L \leq 2R_c$  ( $l > 1$ ), где  $L$  — расстояние от среза канала до модели.

Из формул (4.3), (1.5) для эффективных радиусов модели и тела видно, что в рассматриваемом случае геометрический коэффициент моделирования  $\xi = R_m^*/R_b^*$  зависит от трех размеров  $R_m$ ,  $R_b$ ,  $R_c$  и гиперзвукового (малого) параметра  $k$ .

Итак, если известны характеристики струи  $\varphi_v(L)$ ,  $\varphi_h(L)$ , для конкретной модели, используемой в эксперименте, формулы (4.1), (4.2) траекторным параметрам  $V_1$ ,  $\rho_1$  и радиусу тела  $R_b$  ставят в однозначное соответствие параметры гипозвуковой струи.

В конкретной установке эти параметры могут находиться в функциональной связи, которая является характеристикой этой установки. Например, в плазмотроне ВГУ-2 [4, 5] в оптимальном режиме горения разряда при постоянном расходе  $G$

$$p_s V_s = \chi(h_s, G), \quad 10^4 \leq p_s \leq 10^5 \text{ Н/м}^2 \quad (4.4)$$

В стандартном режиме при  $G = 2,8$  г/с

$$\chi(h_s, G) = (0,1h_s - 5 \cdot 10^5) \text{ Н/(м} \cdot \text{с)}$$

$$1,2 \cdot 10^7 \leq h_s \leq 3,5 \cdot 10^7 \text{ м}^2/\text{с}^2$$

В этой ситуации при заданных геометрических параметрах  $R_b$ ,  $R_m^*$  полное локальное моделирование теплопередачи к критической точке возможно лишь для пар значений  $V_1$  и  $\rho_1$ , удовлетворяющих определенному соотношению. Для ВГУ-2 оно получается после исключения в (4.4)  $V_s$ ,  $h_s$  и  $p_s$  с помощью (4.1), (4.2)

$$\rho_1 = \left( \frac{8}{3} k \right)^{-1/2} (1 - k)^{-1} \varphi_v^{-1}(L) \frac{R_b}{R_m^*} \chi \left( \frac{V_1^2}{2\varphi_H(L)}, G \right) V_1^{-3} \quad (4.5)$$

Если траектория движения тела в атмосфере задана в виде  $V_1 = F(Y)$ , где  $Y$  — высота, то с учетом этого и зависимости  $\rho_1(Y)$  (4.5) представляет собой уравнение для определения высоты полета, для которой возможно полное локальное моделирование теплопередачи. Если это уравнение имеет решение, то параметры эксперимента при заданной геометрии модели для данной точки траектории вычисляются по формулам (4.1), (4.2).

Полное моделирование локальной теплопередачи для заданных параметров  $V_1$ ,  $\rho_1$ ,  $R_b$  возможно за счет соответствующего подбора размера модели или канала. В этом случае пересчет на условия эксперимента (на ВГУ-2) осуществляется по следующему алгоритму.

По формулам (4.2), (4.4) вычисляются параметры  $h_s$ ,  $p_s$ ,  $V_s$ , а затем из (4.1) вычисляется эффективный радиус  $R_m^*$ . Нужное значение  $R_m^*$  обеспечивается за счет подбора модели или канала соответствующее геометрии в соответствии с формулой (4.3).

5. Обратный пересчет параметров гиперзвукового течения около модели на гиперзвуковое обтекание тела производится по формулам, вытекающим из (4.1), (4.2)

$$V_1 = \sqrt{2h_e}, \quad h_e = \varphi_H(L) h_s \quad (5.1)$$

$$\rho_1 = \frac{p_s}{2(1 - k) h_e} \quad (5.2)$$

$$R_b = \varphi_v^{-1}(L) \left( \frac{8}{3} k \right)^{1/2} \frac{\sqrt{2h_e}}{V_s} R_m^* \quad (5.3)$$

С помощью этих формул проанализируем каким параметрам движения сферы в атмосфере с гиперзвуковой скоростью соответствуют условия теплообмена цилиндрической модели радиуса  $R = 15$  мм с дозвуковыми струями диссоциированного воздуха в стандартных режимах плазмотрона ВГУ-2.

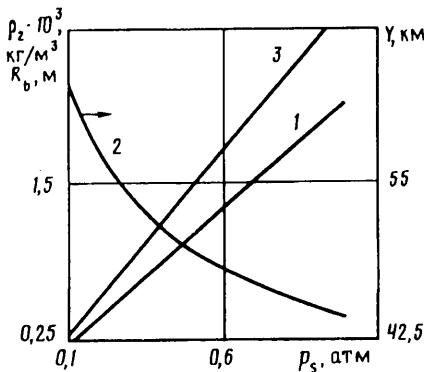
На этой установке, имеющей разрядный канал радиуса  $R_c = 30$  мм, такие режимы реализуются в диапазоне давлений  $p = 0,1\text{--}1$  атм при мощности по анодному питанию  $N = 37,4$  кВт и расходе воздуха  $G = 2,8$  г/с [4, 5].

При постоянных значениях мощности и расхода в ВГУ-2 параметр  $h_s$  и распределение энталпии вдоль оси струи практически не зависят от давления. Поэтому для моделей, расположенных на фиксированном расстоянии от среза канала  $L$ , соответствующая скорость гиперзвукового полета будет неизменной в рабочем интервале давлений.

Для  $L = 30$  мм  $H_e = 2,12 \cdot 10^7$  м<sup>2</sup>/с<sup>2</sup> [5], соответственно из (5.1) получаем  $V_1 = 6510$  м/с.

Согласно (5.2), плотность набегающего гиперзвукового потока  $\rho_1$  прямо пропорциональна давлению в канале плазмотрона  $p_s$ . Эта зависимость (прямая 1) и соответствующая ей зависимость высоты полета  $Y$  от  $p_s$  (кривая 2) приведены на фиг. 2.

Радиус затупления тела, соответствующего экспериментальным условиям теплообмена, зависит от формы модели и ее размеров. Для цилиндрической модели



Фиг. 2

с плоским затуплением радиуса  $R_m = 15$  мм при  $R_c = 30$  мм, согласно (4.3), имеем  $R_m^* \approx 1,2R_m = 18$  мм.

Формула (5.3) для  $R_b$  в этом случае с учетом (4.4) принимает вид

$$R_b = 1,2 \left( \frac{8}{3} k \right)^{1/2} \frac{\sqrt{2h_e p_s}}{\chi(h_s, G)} R_m \quad (5.4)$$

Таким образом,  $R_b$  изменяется прямо пропорционально  $p_s$  (прямая 3 на фиг. 2). Геометрический коэффициент моделирования  $\xi$  изменяется при этом как  $p_s^{-1}$  в интервале  $2,6 \cdot 10^{-2} - 2,6 \cdot 10^{-3}$ , в котором гипозвуковое приближение условий моделирования обеспечивает точность вычисления давления  $p_2$  и энталпии  $h_2$  в 1%.

Прямые численные оценки точности моделирования гиперзвуковой неравновесной теплопередачи в гипозвуковых потоках диссоциированного азота и воздуха в плазмотроне ВГУ-2 при выполнении условий (5.1) — (5.3) проведены в [13, 14].

Результаты пересчета параметров эксперимента на плазмотроне ВГУ-2 на условия гиперзвукового полета (фиг. 2) можно наглядно интерпретировать следующим образом. При заданном изменении во времени давления в гипозвуковой струе плазмотрона от 0,1 до 1 атм условия теплопередачи, аналогичные условиям в критической точке модели, реализуются при движении тела переменного радиуса затупления в критической точке по некоторой траектории с постоянной скоростью. Если это изменение давления задано в виде зависимости  $p_s = p_s(t)$ , то изменение во времени радиуса гипотетического тела описывается формулой (5.4), а изменения высоты его полета  $Y$  и угла между вектором скорости и горизонтом  $\varphi$  для изотермической атмосферы описываются формулами

$$Y = -\frac{1}{\delta} \ln \left( \frac{p_s(t)}{\rho_0 V_i^2} \right), \quad \sin \varphi = -\frac{1}{\delta V_i} \frac{p_s'(t)}{p_s(t)}$$

$$\rho_i = \rho_0 \exp(-\delta Y), \quad \delta = 0,142 \text{ км}^{-1} [8]$$

6. В заключение коротко остановимся на вопросе об условиях моделирования в сверхзвуковых течениях теплопередачи к критической точке тела, обтекаемого высокoenталпийным потоком.

Из изложенного следует, что если  $\zeta_* < \zeta \leq 1$ , полное локальное моделирование теплопередачи возможно только в сверхзвуковых потоках ( $M_2 > 1$ ). Существенно, что условия моделирования (1.6), а также формулы (1.8), (1.9) в этом случае остаются неизменными. Необходима лишь модификация условия (1.7) для отношения  $p_2/p_\infty$ .

Для сверхзвуковых моделирующих течений, в которых газ между ударной

волной и внешней границей пограничного слоя вблизи оси симметрии находится в равновесном состоянии, такая модификация заключается в следующем. В приближенном уравнении адиабаты Пуассона для равновесного газа, движущегося за ударной волной, давление и число Маха за скачком исключаются с помощью условий Рэнкина — Гюгонио, (1.6) и (1.9). В результате получаем

$$\frac{P_2}{P_w} = \left[ 1 + \frac{2\gamma_{*2s}}{\gamma_{*2s} - 1} (1 - k_{2s}) \frac{\xi^2}{1 - \xi^2} \right]^{-1} (1 - k_{2s}^2 \xi^2)^{\gamma_{*2s}/(\gamma_{*2s} - 1)}, \quad k_{2s} = \frac{\rho_2}{\rho_{2s}}$$

где индекс  $s$  относится к параметрам за ударной волной.

Подробный анализ условий локального моделирования неравновесной теплопередачи в сверхзвуковых высокоэнталпийных потоках выходит за рамки данной работы.

#### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Полежаев Ю. В., Юрьевич Ф. Б. Термовая защита. М.: Энергия, 1976. С. 391.
2. Агафонов В. П., Кузнецов М. М. К вопросу о полном моделировании стационарных тепловых потоков при дозвуковом и гиперзвуковом обтекании каталитических поверхностей // Числ. методы мех. сплош. среды. Новосибирск, 1980. Т. 11. № 7. С. 5—11.
3. Коган М. Н., Макашев Н. К. Моделирование каталитических свойств поверхностей // Уч. зап. ЦАГИ. 1980. Т. 11. № 5. С. 47—52.
4. Колесников А. Ф., Якушин М. И. Моделирование процессов натурного теплообмена на высокочастотных индукционных плазмотронах // Гагаринские научные чтения по космонавтике и авиации, 1987 г. М.: Наука, 1988. С. 97—120.
5. Колесников А. Ф., Якушин М. И. Условия моделирования конвективного неравновесного теплообмена тел с гиперзвуковыми потоками на индукционных плазмотронах // Теплофизика высоких температур. 1988. Т. 26. № 4. С. 742—750.
6. Fay J. A., Riddell F. R. Theory of stagnation point heat transfer in dissociated air // J. Aeronaut. Sci. 1958. V. 25. № 2. P. 73—85.
7. Goulard R. On catalytic recombination rates in hypersonic stagnation heat transfer // Jet Propulsion. 1958. V. 28. № 11. P. 737—745.
8. Лунев В. В. Гиперзвуковая аэродинамика. М.: Машиностроение, 1975. 327 с.
9. Черный Г. Г. Газовая динамика. М.: Наука, 1988. 424 с.
10. Предводителев А. С., Ступченко Е. В., Плещанов А. С. и др. Таблицы термодинамических функций воздуха (для температур от 200 до 6000 К и давлений от 0,00001 до 100 атм). М.: ВЦ АН СССР, 1962. 268 с.
11. Предводителев А. С., Ступченко Е. В., Самуйлов Е. В. и др. Таблицы термодинамических функций воздуха (для температур от 6000 до 12000 К и давлений от 0,001 до 1000 атм). М.: АН СССР, 1957. 302 с.
12. Баронец П. Н., Гордеев А. Н., Колесников А. Ф. и др. Отработка теплозащитных материалов орбитального корабля «Буран» на индукционных плазмотронах // Гагаринские научные чтения по космонавтике и авиации 1990, 1991 гг. М.: Наука, 1991. С. 41—52.
13. Колесников А. Ф., Шелин В. С. Численный анализ точности моделирования гиперзвукового теплообмена в дозвуковых струях диссоциированного азота // Изв. АН СССР. МЖГ. 1990. № 2. С. 135—143.
14. Колесников А. Ф., Никольский В. С., Шелин В. С. О точности моделирования гиперзвуковой теплопередачи к критической точке тела в дозвуковых потоках // Современные проблемы механики жидкости и газа: Тез. докл. 5-й Всесоюз. школы-семинара. Иркутск: ВЦ СО АН СССР, 1990. С. 179.

Москва

Поступила в редакцию  
24.II.1992