

УДК 532.529.5/6:541.183

© 1992 г. Ю. Д. ШИХМУРЗАЕВ

ДВИЖЕНИЕ ЛИНИИ ТРЕХФАЗНОГО КОНТАКТА ПО УВЛАЖНЕННОЙ ПОВЕРХНОСТИ¹

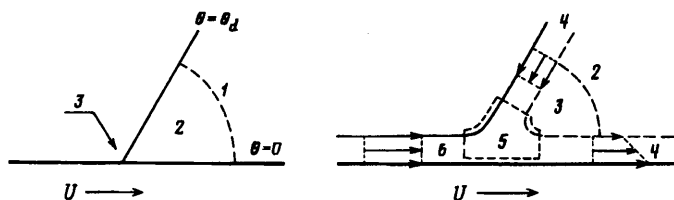
Теоретически исследуется движение линии контакта в системах газ — жидкость — твердое тело при малых значениях капиллярного числа и числа Рейнольдса. Учитывается возможность присутствия на твердой подложке микроскопической остаточной пленки, образованной адсорбированными молекулами жидкости, и сравниваются характеристики растекания жидкости по сухой и увлажненной твердой подложке. Показано, что в соответствии с данными экспериментов в используемой модели движение жидкости при смачивании является «катящимся», увеличение динамического угла контакта при смачивании увлажненной поверхности более медленное, чем в случае сухой подложки. При этом максимальный динамический угол контакта становится существенно меньше 180° . Проанализирована структура течения в окрестности движущейся линии контакта и показано, что при определенных условиях возможно возникновение областей с замкнутыми линиями тока. Причиной этого является самоиндуцированный эффект Марангони — обратное влияние градиента поверхностного натяжения на границе жидкость — твердое тело, вызванного течением жидкости, на вызвавшее его течение.

1. При экспериментальных исследованиях наступающего движения линии трехфазного контакта в системах газ — жидкость — твердое тело и сопоставлении результатов разных авторов неизменно возникает вопрос о состоянии твердой поверхности, по которой распространяется жидкость. При этом наиболее важными являются два фактора: степень и вид шероховатости поверхности и возможность присутствия на твердой поверхности адсорбированных молекул жидкости. При этом возможность адсорбции молекул жидкости на подложке определяется не только процедурой предварительной подготовки поверхности, но и самими условиями эксперимента. Так, например, при многократном использовании циклов увлажнения-осушения [1] возможно появление остаточной микроскопической пленки жидкости, а при поддержании в экспериментальной ячейке термодинамического равновесия между паром и жидкостью [2, 3] пленка жидкости на твердой подложке может появиться за счет процессов испарения-конденсации. В ряде случаев роль остаточной пленки может сыграть и так называемая «первичная» пленка, распространяющаяся в некоторых системах впереди медленно наступающей линии контакта [4, 5].

Физические механизмы адсорбции молекул жидкости на твердой поверхности могут быть различными [6], однако с макроскопической точки зрения представляет интерес само наличие на твердой поверхности остаточной пленки, т. е. оказываемое ею влияние на условие баланса массы линии контакта и поверхностное натяжение на границе газ — твердое тело. В дальнейшем твердую поверхность, покрытую микроскопической остаточной пленкой, будем называть «увлаженной». Макроскопические гидродинамические уравнения, используемые для описания течения жидкости в объеме, неприменимы при анализе *микроскопической* остаточной пленки [7], которая тем самым отличается от *макроскопической* пленки [8], остающейся на твердой поверхности, например, при вытеснении с нее жидкости со скоростью большей, чем максимальная скорость осушения. Сам по себе учет наличия микроскопической остаточной пленки (в отличие от макроскопической), естественно, не устраняет известных сингулярностей, возникающих в классической постановке задачи [9].

В работе [10] был предложен новый подход к описанию гидродинамики смачивания, устраняющий недостатки классической постановки и существующих теорий. Было показано, что простейшая математическая модель, реализующая новый подход, хорошо описывает целый ряд экспериментов,

¹ По материалам доклада, прочитанного на VII съезде по теоретической и прикладной механике, Москва, август 1991 г. Представлено Р. И. Нигматулиным.



Фиг. 1

проведенных разными авторами. Представляет интерес исследование в рамках этого подхода влияния остаточной пленки на общие свойства наступающего движения линии контакта, перечисленные как II—IV в [10]: II — возрастание динамического угла контакта θ_d с ростом скорости; III — возможность существования у некоторых систем максимального динамического угла контакта $\theta_{\max} < 180^\circ$; IV — существование максимальной скорости растекания.

Теоретические исследования разных авторов показывают, что течение жидкости в объеме зависит от значения θ_d , но не зависит от деталей течения в окрестности линии контакта [10—12] и во многих случаях для описания гидродинамики смачивания требуется знание лишь макроскопических характеристик движения линии контакта: динамического краевого угла и силы, действующей на жидкость со стороны твердой подложки. Однако в целом ряде практически важных случаев [13] качество покрытий, образующихся при затвердевании жидких пленок, зависит от структуры течения в окрестности движущейся линии контакта. В этой связи представляет интерес анализ структуры поля течения вблизи движущейся линии контакта с использованием модели, предложенной в [10], которая позволяет описать все основные макроскопические свойства, экспериментально наблюдаемые при растекании жидкости по твердой поверхности.

2. Рассмотрим окрестность движущейся линии контакта с размерами, много меньшими макроскопических размеров, характеризующих гидродинамику жидкости в объеме (радиуса кривизны свободной поверхности, размеров капилляра и т. д.), и много большими толщины межфазных слоев жидкость — газ и жидкость — твердое тело. Будем исследовать плоское течение, считая вектор скорости жидкости всюду лежащим в плоскости, перпендикулярной линии контакта. Вытесняемый жидкостью газ считается идеальным. В рассматриваемой окрестности можно выделить следующие три асимптотические области [10] (фиг. 1).

Внешняя область (1), в которой справедливо решение уравнений Стокса в классической постановке с условием прилипания на твердой подложке и нулевым касательным напряжением на свободной поверхности

$$u_0 = \frac{1}{r} \frac{\partial \psi_0}{\partial \theta}, \quad v_0 = - \frac{\partial \psi_0}{\partial r} \quad (2.1)$$

$$\psi_0 = \frac{rU}{\sin \theta_d \cos \theta_d - \theta_d} [(\theta - \theta_d) \sin \theta - \theta \cos \theta_d \sin (\theta - \theta_d)]$$

Здесь и ниже ψ , u , v — соответственно функция тока, радиальная и трансверсальная компоненты скорости в плоскости течения; (r, θ) — полярная система координат, в которой линия контакта неподвижна и совпадает с началом координат, а ось $\theta = 0$ параллельна твердой поверхности; θ_d , U — динамический контактный угол и скорость движения твердой подложки соответственно; нижний индекс ноль здесь и ниже относится к функциям, представляющим решение задачи в классической постановке.

Промежуточная область (2) с характерными размерами порядка $L = U\tau$ (τ — характерное время релаксации свойств поверхностной фазы), в которой свойства поверхностных фаз могут существенно изменяться. В общем случае появляется градиент поверхностного натяжения вдоль межфазной поверхности жидкость — твердое тело и вследствие этого относительное проскальзывание жидкости на

твердой подложке (толщиной межфазных слоев в этой области можно пренебречь по сравнению с ее размерами).

Внутренняя область (3) с размерами порядка LCa ($Ca = \mu U / \sigma \ll 1$ — капиллярное число, μ — вязкость жидкости, σ — поверхностное натяжение на свободной поверхности), состоящая из области взаимодействия трех фаз и прилегающего к ней объема жидкости. В области 3 в общем случае необходимо учитывать конечность толщины межфазных поверхностных слоев, в которых происходит резкое изменение свойств жидкости за счет несимметричного действия межмолекулярных сил со стороны объемных фаз. Граничные условия, которые необходимо сформулировать в этой области на поверхности, разделяющей «объем» и «межфазную область», будут зависеть от выбора этой поверхности.

Вывод этих граничных условий требует детального анализа структуры межфазной области. В дальнейшем предполагается лишь, что граница, разделяющая жидкость и межфазную область, является гладкой, граничные условия на ней — регулярными, а движение линии контакта не приводит к появлению дополнительных сосредоточенных сил, помимо сил, входящих в уравнение Юнга, которые будут зависеть от скорости движения линии контакта. При этих условиях [10] сингулярности касательного напряжения и давления жидкости отсутствуют, а динамический контактный угол и силовое взаимодействие между жидкостью и твердой подложкой в окрестности линии контакта в нулевом приближении по Ca при $Ca \rightarrow 0$ определяются распределением параметров в промежуточной области, не требуя конкретизации модели в области 3. При этом вычисление силы, действующей на твердую поверхность со стороны жидкости, связано с анализом градиентов поверхностных свойств межфазной поверхности жидкость — твердое тело, а не касательной составляющей вязких напряжений в жидкости.

На фиг. 1 приведены общий вид поля течения и схема движения в непосредственной близости области трехфазного взаимодействия. На этой фигуре числа 1, 2, 3 относятся к описанным выше асимптотическим подобластям; 4, 5 отмечают межфазные поверхности и область трехфазного взаимодействия соответственно; 6 соответствует микроскопической остаточной пленке, отсутствующей в случае растекания по сухой поверхности.

Перечисленные выше асимптотические подобласти могут быть выделены в диапазоне скоростей движения линии контакта, соответствующем условиям $Ca \ll 1$, $L \gg h$, где h — характерная толщина межфазного слоя («поверхностной фазы»), в котором происходит резкое изменение свойств жидкости.

При рассмотрении движения на характерном масштабе L в нулевом приближении по параметру Ca размерами внутренней области в плоскости течения можно пренебречь, считая ее линией и вводя таким образом макроскопическое понятие «линии контакта».

Рассмотрим распределение параметров в промежуточной области при наступающем движении линии контакта в случае, когда между газовой фазой и твердой поверхностью имеется тонкая микроскопическая остаточная пленка, образованная адсорбированными молекулами жидкости. Подчеркнем, что для описания этой пленки неприменимы макроскопические уравнения, используемые для нахождения параметров в объеме жидкости.

Скорость и давление жидкости в промежуточной области в нулевом приближении по параметру Ca при $Ca \rightarrow 0$ удовлетворяют уравнениям Стокса

$$\operatorname{div} \mathbf{u} = 0, \quad \nabla p = \Delta \mathbf{u}, \quad \mathbf{u}(r, \theta) = (u(r, \theta), v(r, \theta)) \quad (2.2)$$

Скорость жидкости на свободной поверхности $\mathbf{u}(r, \theta_d)$ и на твердой подложке $\mathbf{u}(r, 0)$ определяется следующими соотношениями:

$$u(r, \theta_d) = u_0(\theta_d), \quad v(r, \theta_d) = 0 \quad (2.3)$$

$$\frac{du(r, 0)}{dr} = \frac{2}{\rho_2^s} (\rho_{2e}^s - \rho_2^s - V^2 (1 - u^2(r, 0))) \quad (2.4)$$

$$\frac{d\rho_2^s}{dr} = 2V^2 (1 - u(r, 0))$$

$$v(r, 0) \equiv 0, \quad u(r, 0) \rightarrow 1 \quad (r \rightarrow \infty)$$

$$\rho_2^s(r) (u(r, 0) + 1)/2 + \rho_{1e}^s \mu_0(\theta_d) - \rho_{res}^s \rightarrow 0 \quad (r \rightarrow 0) \quad (2.5)$$

$$\cos \theta_d = \frac{\rho_2^s(0) - 1}{1 - \rho_{1e}^s} - p_{res}^s \quad (2.6)$$

$$\rho_{2e}^s = 1 + (1 - \rho_{1e}^s) (\cos \theta_0 + p_{res}^s), \quad V = ((1 - \rho_{1e}^s) \tau \beta / \sigma)^{1/2} U$$

Здесь и далее используются безразмерные величины; в качестве характерных масштабов длины, скорости, давления, поверхностных плотности и давления выбраны соответственно величины $L = U \tau$, U , $\mu U / L$, ρ_0^s (плотность поверхностной фазы, при которой поверхностное натяжение равно нулю) и σ . Верхними индексами s отмечены параметры поверхностной фазы; нижние индексы 1 и 2 отмечают соответственно параметры межфазной границы жидкость — газ и жидкость — твердое тело; индекс e относится к равновесным значениям соответствующих поверхностных величин; β — коэффициент касательного трения.

Соотношения (2.4)—(2.6) получены в предположении, что тензор напряжений в поверхностной фазе является шаровым, а (безразмерное) поверхностное давление связано с (безразмерной) поверхностной плотностью соотношением

$$p^s = \lambda(\rho^s - 1) \quad (2.7)$$

Присутствие на твердой подложке остаточной пленки жидкости проявляется в наличии дополнительного притока массы в область линии контакта (третье слагаемое в (2.5)) и в изменении силы, действующей на линию контакта по касательной к твердой поверхности, так как p_{res}^s в общем случае не равно p_{SG}^s — силе, действующей на единицу длины линии контакта по касательной к твердой поверхности при отсутствии на ней микроскопической остаточной пленки. Последнее приводит к тому, что статический угол контакта на сухой подложке θ_s в общем случае не равен статическому краевому углу на увлажненной поверхности θ_0 ; эти величины связаны очевидным соотношением

$$\cos \theta_s + p_{SG}^s = \cos \theta_0 + p_{res}^s$$

В общем случае поверхностная плотность остаточной пленки ρ_{res}^s и поверхностное давление в ней p_{res}^s связаны уравнением состояния, вид которого определяется свойствами контактирующих сред. Ниже для исследования влияния различных факторов на свойства течения вблизи линии контакта и макроскопические характеристики величины ρ_{res}^s и p_{res}^s при $r = 0$, входящие в (2.4)—(2.6), будем считать независимыми. Очевидно, $p_{res}^s \rightarrow p_{SG}^s$ при $\rho_{res}^s \rightarrow 0$.

3. Задача (2.4)—(2.6) о распределении характеристик поверхностной фазы жидкость — твердое тело может быть решена до построения поля течения в объеме жидкости. При этом находятся макроскопические характеристики течения: динамический контактный угол θ_d и касательная составляющая силы, действующей на жидкость со стороны твердого тела, равная интегралу от градиента поверхностного давления вдоль межфазной границы жидкость — твердое тело [10]

$$F = p^s(\rho_{2e}^s) - p^s(\rho_2^s(0)) \quad (3.1)$$

Используя соотношения (2.6)—(2.7), (3.1), можно получить простейшую связь величин θ_d , θ_0 и F

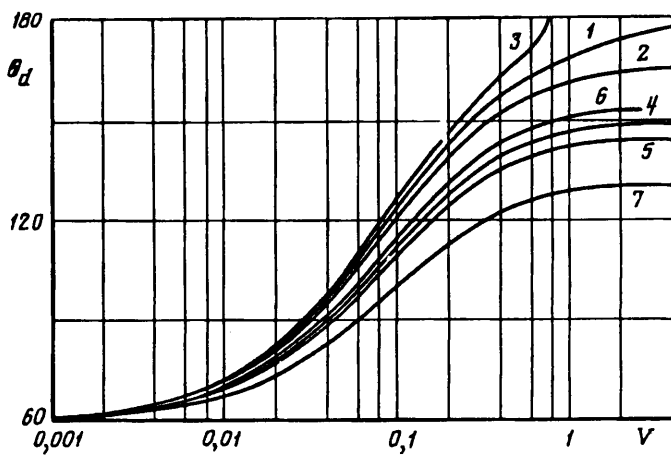
$$F = \cos \theta_0 - \cos \theta_d (V) \quad (3.2)$$

Связь θ_d и F имеет такой же вид и при замене (2.7) произвольным уравнением состояния: соотношение (3.2) является прямым следствием уравнений Юнга для статического и динамического состояний и соотношения (3.1).

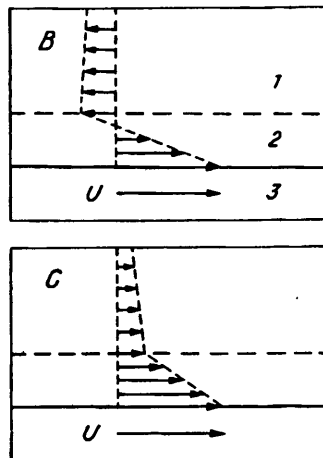
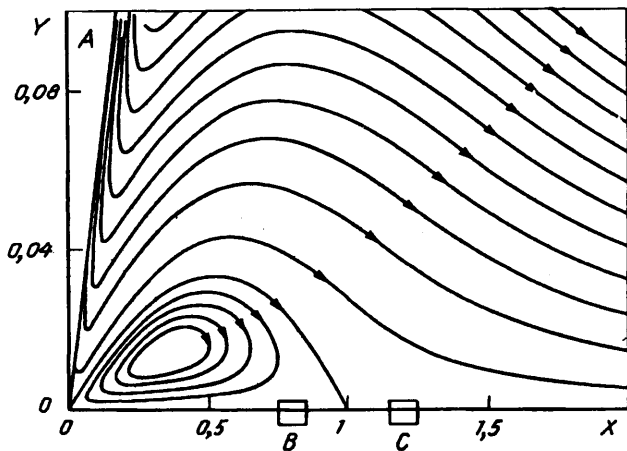
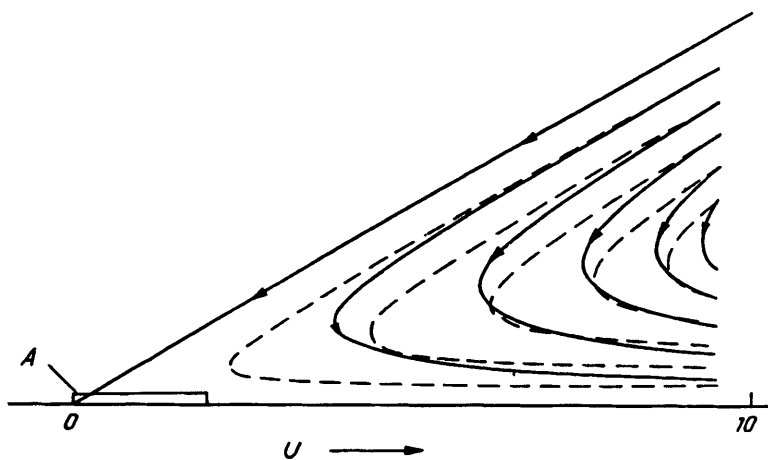
На фиг. 2 приведены полученные численно зависимости наступающего динамического угла контакта θ_d от безразмерной скорости растекания V по сухой (кривые 1—3) и увлажненной (кривые 4—7) твердой подложке. Кривые получены при значениях параметров ($\rho'_{es} = 0,95$; $\theta_0 = 60^\circ$ для всех кривых: $\rho'_{es} = 0$ для 1—3): $\rho'_{SG} = 0$; $-0,5$; $0,5$ для кривых 1, 2, 3 соответственно; (ρ'_{es} ; ρ'_{es}) равны $(0,1; 0)$, $(0,1; -0,5)$, $(0,1; 0,5)$, $(0,2; 0)$ для кривых 4—7 соответственно. При растекании жидкости по сухой поверхности знак и величина параметра ρ'_{SG} сильно влияют на свойства течения: если $\rho'_{SG} > 0$, у системы появляется конечная максимальная скорость смачивания V_* , определяющая условия, при которых прямолинейная форма линии контакта сменяется «пилообразной», и начинается проникновение газа в растекающуюся жидкость; при $\rho'_{SG} < 0$ величина θ_d с ростом V стремится к некоторому предельному значению $\theta_{\max} < 180^\circ$. При разумных значениях параметра $\rho'_{SG} < 0$ отклонение величины $\theta_{\max}$ от 180° относительно мало [10], тогда как, например, в экспериментах [2, 3] величина $\theta_{\max} = 115^\circ$. Таким образом, выполнение неравенства $\rho'_{SG} < 0$ является не единственной возможной причиной уменьшения величины $\theta_{\max}$.

На фиг. 2 показано, что присутствие на твердой поверхности даже тонкой ($\rho'_{es} = 0,1$) остаточной пленки приводит к гораздо более значительному уменьшению величины $\theta_{\max}$, чем отклонение от нуля параметра ρ'_{SG} (или ρ'_{es}). Таким образом, при наличии остаточной пленки макроскопические характеристики повторного растекания жидкости по твердой поверхности всегда будут отличаться от соответствующих характеристик растекания по сухой подложке. При этом в полном соответствии с результатами прямых наблюдений [14] модель (2.4)—(2.6) предсказывает более медленный рост динамического контактного угла при растекании жидкости по увлажненной подложке, чем по сухой. Количественное сопоставление теории с приведенными экспериментальными данными провести трудно из-за отсутствия информации о ряде параметров, используемых в модели. Для малых скоростей растекания необходимо также проверить выполнение условия $L \gg h$.

4. Решение задачи (2.4)—(2.6) дает возможность найти угол θ_d , определяющий область течения и (согласно (2.3)) скорость жидкости на границе с межфазным слоем жидкость — газ. При этом находятся также распределения поверхностных параметров вдоль межфазного слоя жидкость — твердое тело, в частности распределение скорости жидкости на границе с этим слоем. Для построения поля скорости в рассматриваемой угловой области $\{r, \theta | r \geq 0, 0 \leq \theta \leq \theta_d\}$ задачу (2.2)—(2.6) удобно свести к нахождению решения бигармонического уравнения для функции тока с заданным распределением ее производной по нормали к границам и постоянным значением на них самой функции. С помощью преобразования Меллина задача для бигармонического уравнения сводится к краевой задаче для обыкновенного дифференциального уравнения четвертого порядка с постоянными коэффициентами, легко решаемой аналитически. Обратное преобразование Меллина, примененное к полученному решению, после преодоления обычных трудностей, связанных с численным обращением интегральных преобразований [15], дает возможность найти распределение компонент скорости и построить линии тока жидкости.



Фиг. 2



Фиг. 3

При всех значениях параметров абсолютные значения градиентов поверхностных величин увеличиваются при приближении к линии контакта, и для качественного описания эволюции поля течения удобно ввести вспомогательную функцию

$$D(V, \rho_{\text{гсз}}^i) = - \frac{1/2 \rho_2^i (r = 0; V)}{\rho_{1\text{гсз}}^i u_0 (\theta_d(V)) - \rho_{\text{гсз}}^i} \quad (4.1)$$

явно выделив зависимость ρ_2^i и θ_d от параметра V . Эта функция представляет собой отношение потока массы из области линии контакта в межфазный слой жидкость — твердое тело при полном проскальзывании ($u(r, 0) \rightarrow 0$ при $r \rightarrow 0$) к суммарному притоку массы в эту область из межфазных поверхностей жидкость — газ и газ — твердое тело. При $D(V, \rho_{\text{гсз}}^i) < 1$ реализуется частичное проскальзывание в начале координат, $u(r, 0) > 0$; а при $D(V, \rho_{\text{гсз}}^i) > 1$ имеется область с «обратным проскальзыванием», $u(r, 0) < 0$ (см. ниже). Случай $D(V, \rho_{\text{гсз}}^i) = 1$ соответствует полному проскальзыванию в начале координат, ($u(r, 0) \rightarrow 0$ при $r \rightarrow 0$).

На фиг. 3 приведены линии тока жидкости при наступающем движении линии контакта в наиболее интересном случае, когда $D(0, \rho_{\text{гсз}}^i) > 1$. Штриховые кривые соответствуют линиям тока классического решения (2.1). Вставки схематично показывают распределение скоростей в межфазном слое жидкость — твердое тело и прилегающем к нему объеме жидкости; цифры 1, 2, 3 относятся к жидкости, межфазной поверхности и твердому телу соответственно.

При малых скоростях движения в случае $D(0, \rho_{\text{гсз}}^i) > 1$ вблизи линии контакта возникает область с замкнутыми линиями тока (размер этой области взят в качестве характерного). Это связано с появлением участка с «обратным проскальзыванием» на обращенной к жидкости стороне межфазного слоя жидкость — твердое тело. Такое обратное проскальзывание вызывается градиентом поверхностного давления, увеличивающимся по мере приближения к линии контакта. Гидродинамической аналогией течения в межфазном слое в этом случае может служить сдвиговое течение в плоском канале с (переменным) градиентом давления, направленным вдоль вектора скорости.

На обращенной к твердому телу стороне межфазной поверхности всюду, за исключением, быть может, маленького участка во внутренней области, выполняется условие прилипания. Это свойство используемой модели находится в полном соответствии с недавними результатами, полученными в [16, 17] с помощью прямого численного моделирования движения линии контакта методами молекулярной динамики, где показано, что условие прилипания нарушается на расстояниях от линии контакта, равных примерно двум длинам свободного пробега.

С увеличением скорости растекания динамический угол контакта увеличивается, а относительная скорость проскальзывания уменьшается. При этом в отличие от теорий с проскальзыванием при $\theta_d \rightarrow 180^\circ$ решение непрерывно переходит в классическое. Область с замкнутыми линиями тока при наступающем движении линии контакта с ростом параметра V уменьшается и исчезает при $D(V, \rho_{\text{гсз}}^i) = 1$.

Как видно из соотношения (4.1), в наступающем движении линии контакта при увеличении $\rho_{\text{гсз}}^i$ относительное проскальзывание на твердой подложке уменьшается: обратное сменяется полным, а затем частичным. Этот вывод не подтверждает одну из гипотез, выдвигаемых для обоснования возможности проскальзывания жидкости на твердой подложке. Согласно этой гипотезе, в некоторых случаях «первичная» пленка может служить своего рода смазкой, приводя к полному проскальзыванию и устраняя таким образом одну из сингулярностей классического решения. Как показывают расчеты в рамках модели (2.2)—(2.6),

первичная пленка уменьшает относительное проскальзывание на твердой подложке.

В гидродинамике со свободными поверхностями хорошо известен так называемый эффект Марангони — течение, вызываемое градиентом поверхностного натяжения. При этом градиент поверхностного натяжения обусловлен посторонними, негидродинамическими, причинами, например градиентом температуры вдоль поверхности, градиентами концентраций поверхностно-активных веществ и т. д. и зависимостью поверхностного натяжения от этих параметров. Можно сказать, что особенности исследованного в данном разделе течения вызваны *самоиндуцированным эффектом Марангони*: в этом случае само движение жидкости, натекающей на твердую подложку, вызывает появление градиента поверхностного натяжения, который оказывает обратное влияние на вызвавшее его течение.

5. Возникает вопрос о применимости к описанию явлений типа обратного проскальзывания модели, построенной с помощью методов термодинамики необратимых процессов и пригодной, вообще говоря, для анализа состояний, «близких» к состоянию термодинамического равновесия. Оставляя вопрос о границах применимости теории для экспериментальной проверки, отметим следующее. Результатом упрощений, связанных с применением методов термодинамики необратимых процессов, стало предположение о том, что скорость переноса массы в межфазном слое равна полусумме скоростей на его сторонах, т. е. фактически предположение о линейном распределении скорости поперек межфазного слоя.

В общем случае распределение скорости в межфазном слое зависит от его структуры, в частности от распределения поверхностного натяжения поперек слоя. При этом среднемассовая скорость в межфазном слое будет лежать в интервале между значениями скорости на его сторонах, а именно этот факт и отражается в простейшей форме выражением скорости поверхностной фазы через скорости объемных фаз на границе с ней. При моделировании межфазной поверхности слоем конечной толщины и нелинейным профилем скорости в этом слое сильный градиент поверхностного натяжения, индуцированный самим течением, вызовет сильное отклонение скорости на обращенной к жидкости стороне межфазного слоя от скорости твердой подложки, т. е. приведет к обратному проскальзыванию.

Таким образом, используемая в данной работе простейшая модель отражает основные свойства течения в окрестности движущейся линии контакта. Профиль скорости в межфазном слое, не имеющем, естественно, четкой границы с «объемом», разумеется, должен гладко срачиваться с распределением скорости в объеме. На фиг. 3 изломы в распределении скорости изображены с целью подчеркнуть роль градиента поверхностного давления и выделить упрощения, вносимые используемой простейшей моделью.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Ablett R. An investigation of the angle of contact between paraffin wax and water//Philos. Mag. 1923. V. 46. P. 244—256.
2. Elliott G. E. P., Riddiford A. C. Dynamic contact angles. I. The effect of impressed motion//J. Coll. Interface Sci. 1967. V. 23. № 3. P. 389—398.
3. Inverarity G. Dynamic wetting of glass fibre and polymer fibre//Br. Polym. J. 1969. V. 1. № 6. P. 245—251.
4. Ausserre D., Picard A. M., Leger L. Existence and role of the precursor film in the spreading of polymer liquids//Phys. Rev. Lett. 1986. V. 57. № 21. P. 2671—2674.
5. Cazabat M., Frayssé N., Heslot F., Carles P. Spreading at the microscopic scale//J. Chem. Phys. 1990. V. 94. № 19. P. 7581—7585.
6. Fowkes F. M. Attractive forces at solid-liquid interfaces//Wetting. L.: Soc. Chem. Industry. Monograph № 25. 1967. P. 3—30.
7. Cazabat A. M. Wetting films//Adv. Coll. Interface Sci. 1991. V. 34. Jan. P. 73—88.
8. Mumley T. E., Radke C. J., Williams M. C. Kinetics of liquid/liquid capillary rise. 2. Development and test of theory//J. Coll. Interface Sci. 1986. V. 109. P. 2. P. 413—425.
9. Dussan V., E. B., Davis S. H. On the motion of a fluid-fluid interface along a solid surface//J. Fluid Mech. 1974. V. 65. № 1. P. 71—95.

10. Шухмурзаев Ю. Д. Растекание вязкой жидкости по поверхности твердого тела//Докл. АН СССР. 1991. Т. 321. № 1. С. 44—50.
11. Dussan V. E. B. On the spreading of liquids on solid surfaces: static and dynamic contact lines//Ann. Rev. Fluid Mech. 1979. V. 11. P. 371—400.
12. Zhou M.-Y., Sheng P. Dynamics of immiscible-fluid displacement in a capillary tube//Phys. Rev. Lett. 1990. V. 64. P. 882—885.
13. Ruschak K. J. Coating flows//Ann. Rev. Fluid Mech. Palo Alto, Calif., V. 17. 1985. P. 65—89.
14. Rillaerts E., Joos P. The dynamic contact angle//Chem. Eng. Sci. 1980. V. 35. № 4. P. 883—887.
15. Davies B., Martin B. Numerical inversion of the Laplace transform: a survey and comparison of methods//J. Comput. Phys. 1979. V. 33. P. 1—32.
16. Koplik J., Banavar J. R., Willemsen J. F. Molecular dynamics of Poiseuille flow and moving contact lines//Phys. Rev. Lett. 1988. V. 60. № 13. P. 1282—1285.
17. Thompson P. A., Robbins M. O. Simulations of contact-line motion: slip and the dynamic contact-angle//Phys. Rev. Lett. 1989. V. 63. № 7. P. 766—769.

Москва

Поступила в редакцию
24.III.1992