

УДК 532.529.5

© 1992 г. О. В. КОВАЛЕНКО, В. К. СИРОТКИН

ДИНАМИКА КАВИТАЦИОННОГО РАЗРУШЕНИЯ ПРИ ВЗАИМОДЕЙСТВИИ УДАРНОЙ ВОЛНЫ СО СВОБОДНОЙ ПОВЕРХНОСТЬЮ ЖИДКОСТИ

Рассмотрена задача о кавитации в волне растяжения при отражении ударной волны от свободной поверхности жидкости. Разработан метод расчета динамики зоны кавитации, позволяющий определить структуру фронта волны кавитации, в том числе для больших пространственных масштабов задачи. Предложена методика определения дисперсного состава фрагментов — капель разрушенной жидкости, учитывающая начальное распределение зародышей кавитации по размерам и параметры падающей ударной волны.

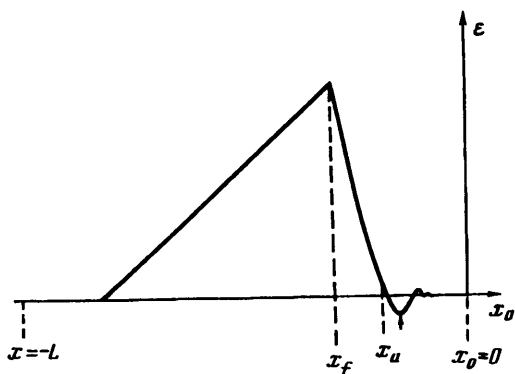
Как показывают эксперименты [1], основным механизмом диспергирования жидкости при достаточно интенсивных воздействиях (> 2 Дж/г) является кавитационное разрушение, т. е. бурный рост пузырьков в волне растяжения с последующей потерей сплошности. Задача о теоретическом описании динамики зоны кавитации ставилась неоднократно в рамках модели двухфазной среды, где полная деформация среды складывается из упругой деформации несущей жидкости и изменения объема пузырьков, а динамика пульсаций пузырьков в среднем поле определяется уравнением Рэлея — Лэмба [2—4].

Специфика задачи о кавитации жидкости при отражении ударной волны от свободной поверхности состоит в следующем. В исходной среде имеется начальная концентрация зародышей кавитации $10^9—10^{12}$ м⁻³ с объемным содержанием дисперсной фазы $10^{-11}—10^{-4}$ и средним радиусом $\sim 10^{-8}—10^{-7}$ м [2]. В процессе кавитационного разрушения содержание пузырьковой компоненты достигает значений $\sim 10^{-1}—1$, а размер пузырьков становится $\sim 10^{-3}—10^{-4}$ м. Характерные расстояния изменения динамических величин в зоне кавитации определяются несколькими средними расстояниями между пузырьками (это будет также показано ниже) и составляет $\sim 10^{-3}—10^{-4}$ м, что резко сужает возможности численного анализа. В немногих известных расчетах динамики зоны кавитации (например, [2, 4]) масштаб рассматриваемых явлений составлял менее 1 см, так что период пульсаций пузырьков сравним с характерными гидродинамическими временами. Концентрация растущих пузырьков при этом считалась заданной априорно и неизменной в процессе кавитации.

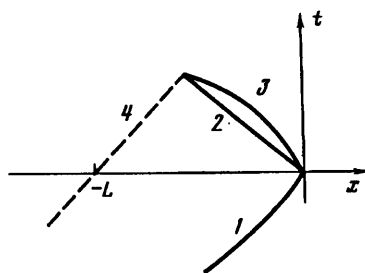
В традиционном гидродинамическом подходе к расчету течения после отражения ударной волны от свободной поверхности считается, что растягивающие напряжения в жидкости существовать не могут и после прохождения фронта кавитации (понимаемого как точка разрежения до нулевого давления) жидкость мгновенно переходит в состояние свободного разлета при нулевом давлении [6]. В этом приближении с хорошей точностью определяются крупномасштабные гидродинамические процессы, поскольку достигаемые растягивающие напряжения невелики и чрезвычайно кратковременны. Однако в таком подходе вопрос о размере фрагмента не рассматривается.

Таким образом, несмотря на целенаправленные попытки и отдельные успехи, задача о кавитации в волнах растяжения достаточно полного и последовательного решения не имеет. Отсутствует также согласованное описание напряженного состояния и разрушения, позволяющее, в частности, предсказать размер фрагмента-капли.

При нормальном падении треугольного профиля давлений на свободную поверхность в результате взаимодействия падающей и отраженной волн образуется зона разрежения [6], которая распространяется в глубь жидкости. За зоной разрежения следует область кавитации, в которой под действием растягивающих напряжений происходит неустойчивый рост пузырьков, что приводит к релаксации растягивающих напряжений и выходу на режим свободного разлета. Если размер зоны растягивающих напряжений мал по сравнению с шириной падающего импульса, то следует ожидать, что форма импульса растягивающих напряжений будет слабо меняться при его распространении. Это предпо-



Фиг. 1



Фиг. 2

ложение и лежит в основе предлагаемого в данной работе подхода. Естественно, что такой подход справедлив при рассмотрении явлений достаточно большого масштаба.

В рамках такого подхода процесс динамического разрушения естественным образом подразделяется на стадии. Решение в первой области (область отраженной от поверхности волны разрежения) дает параметры, необходимые для расчета зоны кавитации.

Для расчета кратковременной динамики в зоне кавитации сформулированы уравнения, обеспечивающие плавный переход гидродинамических величин от зоны разрежения и учитывающие выход среды на свободный разлет вдали от фронта кавитации. В этом подходе система уравнений двухфазной среды сводится при учете нелинейности (как динамической, так и в уравнении сжимаемости жидкости) к системе обыкновенных дифференциальных уравнений в сопровождающих координатах фронта кавитации, где положение фронта кавитации входит в уравнения как заданный параметр.

Рассмотрена задача о кавитации с заданной концентрацией пузырьков и получено приближенное аналитическое решение для напряжений и объемной доли пузырьковой компоненты в зоне кавитации, а также оценка достигаемых растягивающих напряжений.

Для оценки дисперсного состава фрагментов вводится начальное распределение исходных зародышей кавитации по размерам, что соответствует предположению о гетерогенном характере кавитации, когда пузырьки развиваются из уже существующих зародышей. При этом количество развивающихся пузырьков, а также размер итогового фрагмента разрушенной жидкости определяются максимальными растягивающими напряжениями.

1. Взаимодействие отраженной волны разрежения с падающей на свободную границу ударной волной. Определим течение, возникающее после отражения от свободной поверхности $x = 0$ треугольного профиля давлений. На фиг. 1 $x = 0$ — свободная поверхность, x_f — фронт разрежения, x_a — фронт кавитации, $x_f < x < 0$ — зона взаимодействия отраженной волны разрежения с падающей на границу профилем давлений $x_a < x < 0$ — зона кавитации (стрелкой отмечен максимум растягивающих напряжений). Используя для жидкости уравнение состояния в форме Тэта с $n = 3$

$$P - P_a = \rho_a c_a^2 \left[\left(\frac{\rho}{\rho_a} \right)^3 - 1 \right]; \quad \frac{dP}{d\rho} = c^2 \quad (1.1)$$

где c — скорость звука в жидкости, c_a — скорость звука при атмосферном давлении, t — время, t_0 имеет смысл характерного времени формирования волны, $t = 0$ соответствует выходу ударной волны на свободную границу $x = 0$, x_0 — координата (все в момент $t = 0$), получим решение для течения в области $x < x_f$ при $t > 0$

$$v + c = \frac{x - H}{t + t_0}, \quad v - c = -c_a \quad (1.2)$$

$$H = -L - c_a t_0, \quad t_0 = \frac{L}{2v_0}$$

При этом будем предполагать линейный профиль скоростей (и давлений) за фронтом падающей волны в момент $t = 0$, $v = v_0(1 + x_0/L)$, где v — массовая скорость, v_0 — амплитуда массовой скорости ударной волны, L — длина падающего импульса.

После отражения ударной волны от свободной границы $x = 0$ возникает область взаимодействия начального течения и отраженной волны разрежения, определяемое уравнениями

$$v + c = \frac{x - H}{t + t_0}; \quad v - c = \frac{x}{t} \quad (1.3)$$

При разгрузке в этой области ниже атмосферного давления P_a может иметь место кавитация жидкости, и картина течения меняется. Уравнения (1.4) описывают течение в зоне между x_f (фронт отраженной волны разрежения) и x_a — границей возможной кавитации (которую в дальнейшем условно будем называть фронтом кавитации, имея в виду, что кавитационное разрушение может и не произойти, если интенсивность волны сжатия недостаточна) (см. фиг. 1).

Приравнивая значения v и c в системах (1.2), (1.4), определим законы движения фронта разрежения: $x_f = -c_a t$. Полагая $c = c_a$ в уравнении (1.5), получим закон движения фронта кавитации

$$x_a = -c_a t + 2v_0 t \left(1 - \frac{2c_a t}{L}\right), \quad v_a = 2v_0 \left(1 - \frac{2c_a t}{L}\right) \quad (1.4)$$

Фронты x_f , x_a и задняя граница падающей волны пересекутся одновременно при $2c_a t = L$ (см. фиг. 2, на которой показаны фронт падающей волны 1, фронт отраженной волны разрежения 2, фронт кавитации 3, задняя граница падающего профиля давления). На фронте кавитации массовая скорость равна удвоенной массовой скорости на фронте разрежения x_f .

Для дальнейших вычислений перейдем в лагранжевы координаты $x = x(x_0, t)$; $v = dx/dt$. Выполняя интегрирование и используя условие $x = x_0$ при $t = 0$, из уравнений (1.2), (1.4) получим для падающей волны

$$x = H - c_a(t + t_0) + (x_0 - H + c_a t_0) \sqrt{1 + t/t_0} \quad (1.5)$$

Аналогично для волны разрежения получим

$$x = -H \frac{t}{t_0} - b_0 \sqrt{1 - \left(1 + \frac{x_0}{b_0}\right)^2} \sqrt{\left(1 + \frac{t}{t_0}\right) \frac{t}{t_0}}, \quad b_0 = L + 2c_a t_0 \quad (1.6)$$

Тем самым течение определено вплоть до фронта кавитации. Вычислим, кроме того, положение фронта кавитации в лагранжевых координатах x_0 в зависимости от времени t . Исключая из уравнений (1.4), (1.6) эйлерову координату фронта x_a , получим

$$\frac{t}{t_0} = -\frac{1}{2} + \frac{1}{2} \left(1 + 4(1 + M_0)^2 \left[1 - \left(1 + \frac{x_0}{b_0}\right)^2\right]\right), \quad M_0 = \frac{v_0}{c_a} \quad (1.7)$$

Здесь t — момент прохождения фронта кавитации через данную частицу среды с лагранжевой координатой x_0 , M_0 характеризует амплитуду падающей ударной волны.

2. Кавитация в волне разрежения. Рассмотрим процессы, протекающие за фронтом кавитации. В лагранжевых координатах t , h выпишем уравнения непрерывности и движения (здесь V — удельный объем среды)

$$\frac{\partial V}{\partial t} - \frac{\partial x}{\partial h} = 0, \quad \frac{\partial v}{\partial t} + \frac{\partial P}{\partial h} = 0 \quad (2.1)$$

$$dh = \rho_0 dx_0 = \rho dx$$

В качестве замыкающего уравнения введем уравнение совместного деформирования для пузырьковой смеси

$$\frac{dV}{V_0} = -d\varepsilon + d\alpha; \quad \varepsilon = \frac{P}{(\rho_a c_a^2)}$$

В этом уравнении α — относительное объемное содержание дисперсной (пузырьковой) компоненты, а упругие деформации жидкости линейны (подразумевается, что амплитуда напряжений в зоне кавитации существенно меньше, чем в падающей волне).

Исключая удельный объем V из уравнений (2.1), получим

$$\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial \tau} (\alpha - \varepsilon) &= \frac{\partial u}{\partial s} \left[1 + M_0 \left(1 - \frac{s}{y_0} \right) \right]^{-1} \\ \frac{\partial u}{\partial \tau} + \frac{\partial \varepsilon}{\partial s} \left[1 + M_0 \left(1 - \frac{s}{y_0} \right) \right]^{-1} &= 0 \end{aligned} \quad (2.2)$$

$$u = \frac{v}{c_a}; \quad \tau = \frac{tc_a}{d_0}; \quad s = \frac{|x_0|}{d_0}; \quad d_0 = N_0^{-1/3}; \quad y_0 = \frac{L}{d_0}$$

где введены безразмерные величины: массовая скорость u , давление ε , время τ , расстояние s (d_0 — среднее расстояние между пузырьками в монодисперсной смеси). Выражение $M_0(1 - s/y_0)$ в знаменателе представляет собой относительное уплотнение среды в ударной волне в момент времени $t=0$, т. е. отношение ρ_a/ρ_a .

Перейдем в сопровождающие координаты $\xi = \tau - \tau_a(x_0)$, $y = s$, где τ_a — безразмерный момент времени прохождения фронта кавитации через частицу среды (1.12), используя соотношения

$$\frac{\partial}{\partial \tau} = \frac{\partial}{\partial \xi}, \quad \frac{\partial}{\partial s} = \frac{\partial}{\partial y} - \left(\frac{\partial \tau}{\partial y} \right) \frac{\partial}{\partial \xi} = \frac{\partial}{\partial y} - A(y) \frac{\partial}{\partial \xi} \quad (2.3)$$

$$A(y) = \frac{1 + M_0(1 - y/y_0)}{B};$$

$$B = \left[1 + 4 \left[(1 + M_0^2) - \left(1 + M_0 - M_0 \frac{y}{y_0} \right)^2 \right] \right]^{1/2} \quad (2.4)$$

$$w = \frac{\partial \alpha}{\partial \tau}, \quad w_0 = \left[1 + M_0 \left(1 - \frac{y}{y_0} \right) \right]^{-1} \frac{\partial u_a}{\partial y} = 4 \frac{M_0}{y} \frac{1}{B} \quad (2.5)$$

$$u = u' + u_a.$$

Здесь u_a — безразмерная массовая скорость на фронте кавитации, равная удвоенной массовой скорости на фронте разрежения, величины u' и w представляют собой безразмерную массовую скорость в неинерциальной системе отсчета фронта кавитации и безразмерную скорость роста пузырьковой компоненты. Безразмерная пространственная координата y является «большой» величиной с учетом оговоренных пространственных масштабов, что дает основания для поиска асимптотических решений вблизи фронта кавитации.

Преобразуя систему (2.2) к новым переменным, отбросим в нулевом прибли-

жении члены, содержащие медленные производные по y . В результате, исключая массовую скорость u' , получим

$$\frac{\partial \varepsilon}{\partial \xi} = (w - w_0) \frac{1 + \delta}{\delta}, \quad \delta = 8M_0(1 + M_0) \frac{y}{y_0} - 4 \left(M_0 \frac{y}{y_0} \right)^2 \quad (2.6)$$

Уравнения (2.6) связывают динамику напряжений в данной лагранжевой точке y двухкомпонентной среды с ростом пузырьковой компоненты.

Динамика пузырьковой компоненты определяется уравнением Рэлея — Лэмба [5]

$$\rho_a \left(R\ddot{R} + \frac{3}{2} \dot{R}^2 \right) = P_2 - P_1 - 2 \frac{\sigma}{R} - 4\mu \frac{\dot{R}}{R} \quad (2.7)$$

где R — радиус пузырька, σ — коэффициент поверхностного натяжения, P_2 — давление внутри пузырька, P_1 — среднее давление в среде, приближенно равное давлению в несущей жидкости, μ — динамическая вязкость жидкости. Рассмотрим для простоты случай газовых пузырьков без фазовых переходов и теплообмена между компонентами газожидкостной среды. Как будет показано ниже, в рамках данной модели в случае достаточно интенсивных волн достигаемые растягивающие напряжения определяются в основном радиальной инерцией жидкости, а также ее сжимаемостью, а не состоянием внутри пузырька. Вместе с тем наличие паровой фазы внутри пузырька обычно приводит к сильному затуханию пульсационных процессов (см., например, [5]), которое здесь не учитывается. Тогда давление P_2 внутри пузырька

$$P_2 = P_{2a} \left(\frac{R}{R_a} \right)^{-3\gamma}, \quad P_{2a} = P_a + \frac{2\sigma}{R_a}$$

где индекс a означает состояние при атмосферном давлении.

Преобразуя уравнение Рэлея — Лэмба, получим два уравнения первого порядка, замыкающие вместе с (2.6) систему трех обыкновенных дифференциальных уравнений для величин ε , α , w

$$\frac{\partial \alpha}{\partial \xi} = w \quad (2.8)$$

$$\frac{\partial w}{\partial \xi} = \frac{w^2}{6\alpha} + 3\alpha^{1/3} \left[\varepsilon_0 \left(\frac{\alpha_a}{\alpha} \right)^\gamma - \varepsilon - \Sigma \left(\frac{\alpha_a}{\alpha} \right)^{-1/3} - \mu \frac{w}{\alpha} \right]$$

$$\Sigma = \frac{2\sigma}{R_a \rho_a c_a^2}, \quad \mu = 4 \frac{\nu}{3c_a d_0} \quad (2.9)$$

где ν — кинематическая вязкость жидкости. Зададим на фронте кавитации при $\xi = 0$ начальные условия в виде

$$\alpha = \alpha_a, \quad w = 0, \quad \varepsilon = \varepsilon_a, \quad \xi = 0 \quad (2.10)$$

Условие $\alpha = \alpha_a$ при $\xi = 0$ отвечает равновесному поведению пузырька при давлениях, больших атмосферного ε_a , где под равновесием понимается, что в уравнении (2.7) можно отбросить инерционные члены. Равновесный радиус пузырька как функция давления существует до некоторой пороговой величины $P_n \sim \sigma/R_0$, называемой обычно порогом кавитации.

Условие $w = 0$ также отвечает равновесию пузырька, поскольку уравнение роста дисперсной фазы имеет второй порядок и, следовательно, скачок скорости на фронте кавитации невозможен при плавном переходе давления ε через ноль.

Покажем, что поставленные таким образом условия (2.10) обеспечивают гладкую сшивку решений на фронте кавитации. Вычислим производную по времени от безразмерного давления на фронте кавитации со стороны зоны разрежения (при $\varepsilon > \varepsilon_a$), используя уравнения (1.1), $x_j = -c_a t$, (1.7), (1.9)

$$\frac{\partial \varepsilon}{\partial t} = - \frac{c_a}{2 |x_0|} \frac{B}{1 + M_0 (1 - y/(2y_0))}, \quad x = x_a \quad (2.11)$$

При переходе через фронт кавитации (в зоне кавитации $\xi > 0$) из уравнений (2.6), (2.9) получим значение $\partial \varepsilon / \partial \xi$, в точности совпадающее с (2.11), полученным для течения перед фронтом кавитации (в зоне разрежения).

Легко также видеть из (2.6), что при $w = w_0$ получается $\partial \varepsilon / \partial \xi = 0$, что отвечает свободному разлету (отсутствие градиентов давления), когда скорость роста газовой компоненты определяется w_0 — учетверенным градиентом давлений на заднем фронте падающей ударной волны (как и в традиционном гидродинамическом подходе [6]).

3. Приближенное аналитическое решение для монодисперсной пузырьковой смеси. Рассмотрим решение системы (2.6), (2.8), (2.9) при малых значениях ξ , так что $w \leq w_0$. Для оценки упростим уравнение (2.9), оставив в правой части одно основное слагаемое. Система уравнений оказывается вырожденной, в результате для α получим уравнение второго порядка

$$\alpha'' - \frac{\alpha'^2}{6\alpha} \approx 3kw_0\xi\alpha^{1/3}, \quad k = \frac{1 + \delta}{\delta} \quad (3.1)$$

Решение при $\xi \ll 1$ ищем в виде обобщенного степенного ряда по ξ

$$\alpha \approx \left(\frac{24kw_0}{127} \right)^{3/2} \xi^{9/2} + O(\xi^{11/2})$$

Из (2.6) следует, что $w = w_0$ выполняется одновременно с достижением максимальных растягивающих напряжений ε_{\min} . Используя это условие, получим оценки максимальных растягивающих напряжений и времени их достижения

$$\varepsilon_{\min} \approx w_0^{6/7} k^{4/7} \left(\frac{M_0}{NL^3} \right)^{2/7}; \quad \xi_{\min} \approx w_0^{-1/7} k^{-3/7} \quad (3.2)$$

Исследуем решения для больших значений ξ , когда приращение объемной деформации в основном определяется свободным разлетом

$$\alpha \approx w_0 \xi, \quad |\alpha - w_0 \xi| \leq w_0 \xi \quad (3.3)$$

Выполняя в системе (2.6), (2.8), (2.9) замену неизвестных функций

$$\alpha = \beta + w_0 \xi, \quad w = w_0 + Z$$

линеаризуем уравнение (2.9) относительно β согласно условию (3.3), опуская слагаемые, связанные с вязкостью, поверхностным натяжением и влиянием начального газосодержания

$$\frac{\partial^2 \beta}{\partial \xi^2} + \Phi \beta \approx 0, \quad \Phi \approx 3k (w_0 \xi)^{1/3} = \Phi_0 \xi^{1/3} \quad (3.4)$$

которое заменой

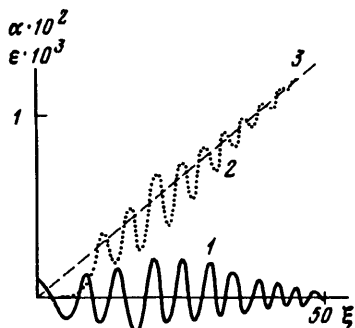
$$x = 6\sqrt[3]{\Phi_0} \xi^{7/6}, \quad \beta = \xi^{1/2} Y [6\sqrt[3]{\Phi_0} \xi^{7/6}]$$

сводится к уравнению Бесселя для функции $Y(x)$, общее решение которого является комбинацией независимых бесселевых функций

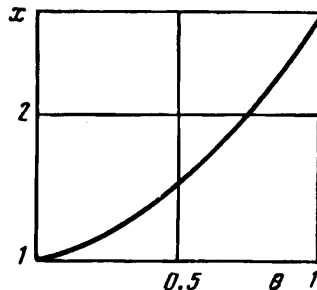
$$Y = A_1 J_{3/7}(x) + A_2 Y_{3/7}(x) \quad (3.5)$$

Коэффициенты A_1 и A_2 выберем так, чтобы при $\xi \approx \xi_{\min}$ решения (3.2) (для $\xi \ll 1$) и (3.5) (для $\xi \gg 1$) плавно переходили друг в друга (хотя $\xi = 1$ находится на пределе применимости обоих). Этому требованию удовлетворяет решение

$$\beta \approx -w_0^{31/4} k^{-31/4} \xi^{1/2} J_{3/7}(\Omega \xi^{7/6}), \quad \Omega = 6\sqrt[3]{3} k^{1/2} w_0^{1/6}$$



Фиг. 3



Фиг. 4

Построенное решение оказывается справедливым также в области $\xi \ll 1$, совпадая при малых ξ с решением (3.1).

Решение имеет ярко выраженный пульсирующий характер. Размах пульсаций слабо возрастает с увеличением ξ , однако относительная амплитуда колебаний объемного содержания (отнесенная к линейно растущему с ξ среднему объемному содержанию) быстро снижается. Кроме того, учет вязких слагаемых должен также привести к затуханию пульсаций. Численный расчет системы (2.6), (2.8), (2.9) полностью подтверждает указанные свойства решения (фиг. 3). Таким образом, на асимптотике $\xi \gg 1$ среда выходит на свободный разлет, $\alpha \approx w_0 \xi$.

На основании полученного решения (3.6) были проведены оценки влияния отброшенной при выводе системы обыкновенных дифференциальных уравнений частной производной по «медленной» переменной y . Величина поправки в сравнении с основным решением имеет малость ξ/y . Эта поправка мала, если рассматриваемые времена меньше времени полного отражения ударной волны, и для описания процессов вблизи фронта кавитации несущественна. Кроме того, при больших значениях ξ среда выходит на свободный разлет, что совпадает с гидродинамическим решением. Поэтому можно ожидать, что полученное решение применимо при промежуточных значениях ξ (достаточно далеко от фронта кавитации).

Полученное решение имеет асимптотический характер и не описывает, например, процесс начала отражения падающей волны от свободной поверхности. Однако для большей части области возникающего течения оно справедливо и оценка достигаемых растягивающих напряжений (3.2) правомерна.

4. Дисперсный состав фрагментов. Число пузырьков при получении приближенных решений полагалось заранее известным. Однако оценку числа инициированных пузырьков можно получить на основании уже имеющихся результатов, если задать начальное распределение пузырьков и использовать высказанные ранее соображения о пороге кавитации как предельном растягивающем напряжении, которое может выдержать пузырек в равновесном состоянии. Введем функцию распределения случайного начального радиуса R

$$F(x) = \int_0^x n_0(x') dx' \quad (4.1)$$

где n_0 — начальная плотность распределения пузырьков. При данном растягивающем напряжении ϵ инициированными можно считать пузырьки, чей начальный радиус превышает пороговый $R_n \sim \sigma / (\rho_a c_a^2 |\epsilon|)$.

Тогда число растущих пузырьков определится как

$$\frac{N}{N_0} = 1 - F(R_n) \approx 1 - F \left[\frac{\sigma}{(\rho_a c_a^2 |\epsilon_{\min}|)} \right]$$

Используя для ϵ_{\min} оценку (3.2), где под N следует теперь понимать искомое число инициированных пузырьков в единице объема, получим уравнение для числа пузырьков

$$\frac{N}{N_0} = 1 - F \left[\Sigma_0 \left[\frac{NL^3}{M_0} \right]^{2\gamma} \right], \quad \Sigma_0 = \frac{\sigma}{(\rho_a c_a^2 \langle R_0 \rangle)}$$

где $\langle R_0 \rangle$ — средний начальный радиус пузырька, $d_0 = N_0^{-1/3}$, N_0 — полное число пузырьков в единице объема. Подобный прием использовался авторами в [7].

Практический интерес представляет оценка размеров капель диспергированной жидкости. Процесс перехода жидкости в капельную структуру имеет сложный топологический характер. Образование кластеров-трещин путем объединения пузырьков начинается при $\alpha \approx 4\%$, согласно экспериментам [8]. Этот результат хорошо согласуется с представлениями теории перколяции, а также принятым в механике разрушения концентрационным критерием разрушения, [9]. Пересекаясь, трещины формируют фрагменты-капли, и завершается процесс каплеобразования при $\alpha \approx 50-55\%$. Оценки показывают, что размер капли, формирующейся в процессе кластеризации, порядка среднего расстояния между инициированными пузырьками χd_0 .

В качестве примера используем экспоненциальное «усеченное» начальное распределение пузырьков

$$n_0(R_0) = N_0 \exp\left(-\frac{R_0}{R_1}\right) \frac{1}{1 - \exp(-\chi)} \eta(\chi R_1 - R_0)$$

где R_1 примерно равно среднему радиусу начальных пузырьков, χR_1 — граница начального распределения. В результате для размера капли $d = \chi d_0$ получим трансцендентное уравнение

$$\chi^3 \exp(-\theta \chi^{-6\gamma}) = 1, \quad \theta = \left[\frac{N_0 L^3 \rho_a c_a^2}{P_{\max}} \right]^{2\gamma} \frac{\sigma}{\rho_a c_a^2 \langle R_0 \rangle}$$

Таким образом, в рамках данного подхода размер капли определяется всего одним безразмерным параметром, содержащим свойства жидкости и параметры падающей ударной волны и положение точки среды, в которой оценивается дисперсный состав. На фиг. 4 показана зависимость $\chi(\theta)$. Видно, что при $\theta \ll 1$ (что соответствует сильному и коротким ударным волнам) зависимость выходит на константу $\chi = 1$. В этом случае размер капли составит $\sim 10^{-4}$ м, что типично для такого рода задач.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Стебчиковский С. В., Чернобаев Н. Н. Энергетический порог импульсного разрушения жидкого объема//ПМТФ. 1986. № 1. С. 57—61.
2. Кедринский В. К. Динамика зоны кавитации при подводном взрыве вблизи свободной поверхности//ПМТФ. 1975. № 5. С. 68—78.
3. Кедринский В. К., Ковалев В. В., Плаксин С. И. Об одной модели пузырьковой кавитации в реальной жидкости//ПМТФ. 1986. № 5. С. 81—85.
4. Омеляненко А. Ф. Динамика зоны кавитации при взаимодействии ударной волны с поверхностью жидкости//Тр. МВТУ. 1982. Вып. 387. С. 34—40.
5. Нигматуллин Р. И. Динамика многофазных сред. М.: Наука, 1987. Т. 1. 464 с.; Т. 2. 359 с.
6. Станюкович К. П. Неуставившиеся движения сплошной среды. М.: Наука, 1971. 854 с.
7. Коваленко О. В., Сироткин В. К. Модель разрушения квазихрупких сред//ПМТФ. 1985. № 4. С. 138—144.
8. Байков И. Р., Бернгардт А. Р., Кедринский В. К., Пальчиков Е. И. Экспериментальные методы исследования динамики кавитационных кластеров//ПМТФ. 1984. № 5. С. 30—34.
9. Петров В. А. Теоретические основы микромеханики разрушения//Чтения памяти А. Ф. Иоффе, 1982. Л., 1984. С. 22—28.