

УДК 532.526.3.013.4

© 1992 г. Р. Ф. ГАНИЕВ, Л. Е. УКРАИНСКИЙ, И. Г. УСТЕНКО

## УСТОЙЧИВОСТЬ ПЛОСКИХ ТЕЧЕНИЙ С ПРОНИЦАЕМЫМИ ГРАНИЦАМИ

Возможность использования проницаемых стенок для управления устойчивостью течения широко известна. Причем внимание обращалось главным образом на «активные» способы управления, которые предполагают наличие внешних сил, воздействующих каким-либо образом или на стационарное течение, или на возмущение. Так, наиболее известным способом управления устойчивостью является отсос жидкости из пристеночной области пограничного слоя. Обзор большого количества исследований по этой проблеме можно найти в [1]. В этом случае стабилизация потока достигается за счет изменения профиля невозмущенного течения. Поток с новым модифицированным профилем оказывается более устойчивым, хотя учет изменения граничных условий, связанного с заменой сплошной стенки на проницаемую, несколько уменьшает стабилизирующий эффект [2].

При другом методе активного управления на проницаемой поверхности создается периодический вдув-отсос [3]. В этом случае внешняя сила воздействует непосредственно на возмущение течения с целью замедлить или полностью исключить его нарастание. В [4, 5] численное интегрирование трехмерных нестационарных уравнений Навье — Стокса для течения Пуазейля в канале (при различных типах начальных возмущений течения) показали эффективность этого метода как на раннем этапе переходного процесса, когда возмущение представляет собой двумерную волну, так и на более поздних стадиях, когда трехмерность возмущения становится ярко выраженной. Если в первом случае достаточно эффективным оказывается использование двумерного управляющего сигнала, то в последнем необходимо использовать трехмерное управление.

В названных работах предполагалось, что фаза и амплитуда управляющего сигнала вдува-отсоса связаны с параметрами возмущения, т. е. имеет место или обратная связь между возмущением и управляющим сигналом, или корреляция между их источниками. Напротив, в [6] для пограничного слоя на плоской проницаемой пластине создавалась двумерная волна вдува-отсоса, параметры которой никак не связаны с волнами Толмина — Шлихтинга. Были найдены параметры управляющего сигнала (волновое число и фазовая скорость), которые ведут к существенному затягиванию начала перехода, при этом критическое число Рейнольдса возрастает в 2—2,5 раза. Затягивание перехода достигается в этом случае в большей степени благодаря изменению профиля осредненного течения, чем из-за взаимодействия волны Толмина — Шлихтинга с волной управления.

В отличие от рассмотренных работ в данном исследовании предлагается иной, «пассивный» метод управления устойчивостью течения. Никаких вынуждающих воздействий ни на среднее течение, ни на возмущение не оказывается, в невозмущенном состоянии отсутствует проток жидкости через перфорацию. При этом управление устойчивостью течения достигается исключительно за счет изменения граничных условий для возмущения на проницаемой стенке. Показывается достаточная эффективность такого пассивного управления устойчивостью для пограничного слоя на плоской ровной пластине и для течения Пуазейля в канале. Для обоих течений в зависимости от конструктивных особенностей проницаемой стенки возможны как стабилизация, так и существенная дестабилизация течения.

**1. Постановка задачи.** Рассматривается поток вязкой несжимаемой жидкости на плоской проницаемой пластине. Эта пластина имеет круговые перфорационные отверстия, через которые возможен проток жидкости. Система координат связана с пластинкой, причем ось  $X$  направлена вдоль течения, ось  $Y$  перпендикулярна к ней и направлена в сторону обтекающего потока. На некотором расстоянии  $d^*$  от перфорированной стенки со стороны, противоположной внешнему потоку,

находится непроницаемая стенка. Пространство между стенками заполнено той же самой жидкостью. В работе принята безразмерная форма переменных, в качестве масштабов приняты плотность жидкости  $\rho$ , скорость набегающего потока  $U_{\infty}^*$  и толщина пограничного слоя  $\delta = 5\sqrt{\mu x^*/U_{\infty}^*}$ , где  $\mu$  — кинематическая вязкость,  $x^*$  — расстояние от передней кромки пластинки.

Задача решалась в плоскопараллельном приближении. Профиль скорости стационарного невозмущенного течения находился интегрированием уравнения Блазиуса

$$U(y) = U^*(y)/U_{\infty}^* = f'(y)$$

$$2f''' + ff'' = 0, \quad 0 < y < \infty \quad (1.1)$$

$$f = f' = 0 \quad (y=0), \quad f' \rightarrow 1 \quad (y \rightarrow \infty)$$

Предполагается, что жидкость в щели между проницаемой и непроницаемой стенками в невозмущенном состоянии либо покоится, т. е.  $U(y) = 0$ , либо совершает стационарное движение. Поток в щели в последнем случае рассматривается как течение Пуазейля, поэтому профиль скорости невозмущенного течения в зазоре определяется выражением

$$U(y) = -4U_d(y^2 + yd)/d^2, \quad -d < y < 0 \quad (1.2)$$

где  $U_d$  — безразмерная скорость на средней линии щели, а  $d = d^*/\delta$  — безразмерная ширина щели.

Если возмущения отсутствуют, то отсутствует и проток через проницаемую стенку. Кроме этого, предполагается, что продольная компонента скорости невозмущенного течения на проницаемой стенке настолько мала, что ею можно пренебречь. Тогда можно считать, что для невозмущенного течения на проницаемой стенке выполняются условия прилипания, замена непроницаемой стенки на перфорированную не создает искажений профиля течения и уравнения (1.1) и (1.2) остаются справедливыми.

Рассматриваются бесконечно малые возмущения в виде бегущей волны. Поведение таких возмущений описывается уравнением Орра — Зоммерфельда

$$\Phi = \text{Real} \{ \varphi(y) \exp(i\alpha(x - Ct)) \}, \quad V_x = \frac{\partial \Phi}{\partial y}, \quad V_y = -\frac{\partial \Phi}{\partial x}$$

$$(U - C)(\varphi'' - \alpha^2\varphi) - U''\varphi = \frac{1}{i\alpha R}(\varphi^{IV} - 2\alpha^2\varphi'' + \alpha^4\varphi) \quad (1.3)$$

$$R = \frac{U_{\infty}^*\delta^*}{\mu}$$

где  $\Phi$  — функция тока,  $V_x, V_y$  — продольная и поперечная компоненты скорости возмущения,  $R$  — число Рейнольдса, действительная величина  $\alpha$  — волновое число,  $C = C_r + iC_i$  — комплексная фазовая скорость. Если  $C_i < 0$ , то возмущение будет затухать, если  $C_i > 0$ , то нарастать.

Заметим, что рассматриваются лишь двумерные возмущения, так как для уравнений, описывающих трехмерные возмущения, и для граничных условий, приводимых ниже, осуществимо преобразование Сквайра [7], позволяющее привести задачу о трехмерных возмущениях к эквивалентной двумерной задаче.

На внешней границе пограничного слоя, следуя известной процедуре, предложенной в [8], ставятся следующие граничные условия:

$$(\varphi'' - \alpha^2\varphi)' + \gamma(\varphi'' - \alpha^2\varphi) = 0, \quad \gamma = \sqrt{i\alpha R(1 - C) + \alpha^2}$$

$$(\varphi'' - \gamma^2\varphi)' + \alpha(\varphi'' - \gamma^2\varphi) = 0, \quad y \rightarrow \infty \quad (1.4)$$

Запись граничных условий в таком виде соответствует требованиям невозрастания возмущений на бесконечности и равенства скорости на внешней границе

пограничного слоя скорости набегающего потока. На непроницаемой стенке при  $y = -d$  ставятся условия прилипания

$$\varphi = \varphi' = 0 \quad (1.5)$$

Задача для течения Пуазейля в канале с проницаемыми стенками формулируется аналогично. Сохраняя ориентацию системы координат, расположим ось  $X$  вдоль оси симметрии канала, ось  $Y$  — поперек. Уравнения (1.3), описывающие возмущение, не меняют своего вида. За масштаб длины теперь выбирается полуширина канала  $L^*$  и число Рейнольдса определяется как  $R = U_0^* L^* / \mu$ , где  $U_0^*$  — скорость на оси канала. Сохраняют свой вид и условия прилипания (1.5) на непроницаемых стенках, расположенных симметрично за перфорированными стенками:  $y = \pm (1 + d)$ . Вместо условий (1.4) для симметричных и асимметричных возмущений на оси канала ставятся соответствующие граничные условия

$$\varphi' = \varphi''' = 0, \quad \varphi = \varphi'' = 0, \quad y = 0 \quad (1.6)$$

Невозмущенный профиль скорости течения в канале и в щели между перфорированной и непроницаемой стенками имеет вид

$$U(y) = U^*(y) / U_0^* = 1 - y^2, \quad 0 < y < 1 \quad (1.7)$$

$$U(y) = -4U_d(y-1)(y-1-d)/d^2, \quad 1 < y < 1+d \quad (1.8)$$

2. Граничные условия на проницаемой стенке. Здесь и в дальнейшем будут рассматриваться проницаемые стенки, которые удовлетворяют ряду упрощающих условий.

1. Переток жидкости сквозь пластинку происходит благодаря множеству одинаковых сквозных цилиндрических отверстий, диаметры которых настолько меньше характерного линейного размера рассматриваемых возмущений, что неоднородностью давления на торцах отверстия можно пренебречь. Кроме того, течение жидкости в отверстии считаем параллельными, пренебрегая компонентами скорости, поперечными к оси отверстия.

2. Расстояния между соседними отверстиями  $r_1$ , с одной стороны, существенно больше, чем радиус отверстия  $r_0$ , а с другой — гораздо меньше характерного линейного размера возмущения  $1/\alpha$ , т. е.

$$1/\alpha \gg r_1 \gg r_0$$

3. Отверстия расположены равномерно по пластинке, т. е. отношение суммарной площади отверстий  $S_h$  на любом достаточно большом участке поверхности пластинки к площади этого участка  $S$  есть величина постоянная

$$\kappa = S_h/S = \text{const}$$

4. Пренебрегается неоднородностью течений, которые создаются затопленными струями, возникающими вблизи устьев каждого из отверстий из-за втока и вытока жидкости. Принимается, что скорость жидкости вблизи проницаемой стенки однородна, направлена по нормали к поверхности и ее величина характеризует процесс протекания интегрально. Некоторым обоснованием такого предположения могут служить известные данные [9] о распределении скоростей в затопленной струе вязкой жидкости, вытекающей в неограниченное пространство, заполненное той же жидкостью. Они свидетельствуют о том, что эти неоднородности затухают обратно пропорционально расстоянию от конца отверстия, из которого вытекает струя.

С учетом допущений 1 и 2 уравнения движения жидкости в отдельном отверстии и граничные условия на боковой стенке отверстия и его оси имеют вид

$$\frac{\partial V}{\partial t} - \frac{1}{R} \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left( r \frac{\partial V}{\partial r} \right) = \frac{p_1 - p_2}{l} \quad (0 \leq r \leq r_0)$$

$$V = 0 \quad (r = r_0), \quad r = \frac{\partial V}{\partial r} = 0 \quad (r = 0)$$

где  $p$  обозначает давление,  $l$  — безразмерную толщину проницаемой стенки, а индексы 1 и 2 указывают на ориентацию торцов относительно оси координат. Используя решение [10] задачи о движении жидкости в отверстии под воздействием гармонического перепада давления, можно получить связь между перепадом давления на торцах и расходом через одно отверстие. Усредняя по элементу поверхности стенки с учетом допущения 3, получим граничные условия на проницаемой стенке

$$\varphi' = 0, \quad \varphi = -\frac{1}{i\alpha} V_w \quad (1.9)$$

$$V_w = \frac{p_1 - p_2}{i\alpha Cl} \kappa \frac{J_2(\sqrt{i\alpha CR} r_0)}{J_0(\sqrt{i\alpha CR} r_0)} \quad (1.10)$$

Здесь  $J_0$  и  $J_2$  обозначают функции Бесселя первого рода.

Вместо условия прилипания для продольной компоненты скорости в (1.9) можно поставить условие проскальзывания [11], которое учитывает влияние отверстий на эту компоненту скорости и имеет вид

$$\varphi_1' = \varphi_2' = -\lambda (\varphi_1'' - \varphi_2''), \quad \lambda = -\frac{4r_0\kappa}{9\pi} \quad (1.11)$$

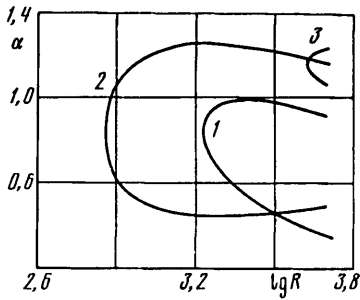
Индексы 1 и 2, как и ранее, определяют ориентацию сторон проницаемой стенки относительно локальной системы координат. Учет проскальзывания на проницаемой стенке деформирует профиль скорости стационарного невозмущенного движения. Так, например, для частного случая течения в канале и при отсутствии внешних сил, вызывающих проток в щели, профиль невозмущенной скорости описывается не уравнениями (1.7)—(1.8), а соотношениями

$$\begin{aligned} U(y) &= 1 + a_1 y^2, \quad 0 < y < 1 \\ U(y) &= a_2 y + a_3, \quad 1 < y < 1 + d \\ a_1 &= \frac{\lambda a_2 - 1}{2a_2 + 1}, \quad a_2 = -\frac{2\lambda}{2d + 4d\lambda + \lambda}, \quad a_3 = -a_2(1 + d) \end{aligned} \quad (1.12)$$

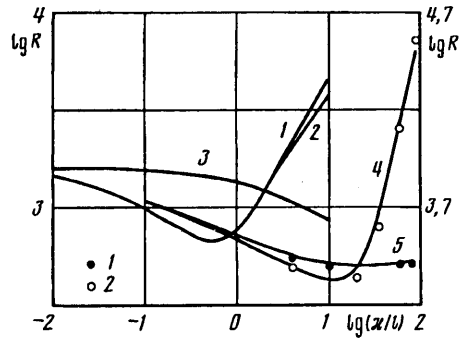
В исследованном диапазоне параметров проницаемой стенки замена условия прилипания на условие проскальзывания не ведет к появлению качественных отличий, а количественные отличия незначительны.

**3. Методика исследований.** Поставленная краевая задача решалась численно на собственные значения с помощью методики, ранее успешно применявшейся к задаче устойчивости течений в каналах и трубах с податливыми стенками [12, 13] и детально описанной в [14]. Для нахождения решений уравнения Орра — Зоммерфельда (1.3), удовлетворяющих поставленным граничным условиям, использовался метод дифференциальной прогонки. После выполнения этапа прямой прогонки находилась характеристическая функция, корни которой определяют собственные значения поставленной краевой задачи. Корни вычислялись методом Ньютона. В качестве начального приближения выбиралось некоторое известное собственное значение, связанное либо с течением пограничного слоя, либо с течением в щели. При этом, независимо от выбора, полученное собственное значение определяет поведение возмущения во всей связанной системе пограничный слой — проницаемая стенка — течение в щели. Изменяя параметры перфорации стенки (радиуса отверстий  $r_0$  и проницаемость  $\kappa$ ) от нуля до желаемого значения, находилось как продолжение по непрерывности решение задачи для проницаемой стенки. После того как собственные значения задачи устойчивости течения на проницаемой стенке были определены, с использованием их непрерывности, строились нейтральные кривые, вычислялись скорости роста возмущений.

Для течения в пограничном слое при фиксированных вязкости жидкости и скорости набегающего потока изменение числа Рейнольдса влечет изменение масштаба длины. Учитывая это обстоятельство, безразмерная ширина щели между перфорированной и непроницаемой стенками  $d$  определялась соотношением  $d = d_0(R_0/R)$ ; где  $d_0$  — безразмерная ширина щели, определенная при некотором



Фиг. 1



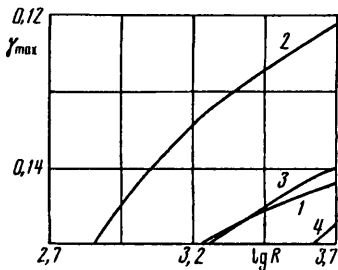
Фиг. 2

произвольном числе Рейнольдса  $Ro$  (в нашем случае 5000). Выполнение этого условия при произвольном числе Рейнольдса  $R$  соответствует требованию постоянства размерной величины  $d^* = d\delta$ . Другие безразмерные параметры проницаемой стенки: радиус перфорации  $r_0$  и ее толщину  $l$ , фигурирующих в граничном условии (1.9), пересчитывать подобным образом не нужно, так как безразмерная величина  $V_w$ , определяемая (1.10), при изменении масштаба длины своего значения не меняет.

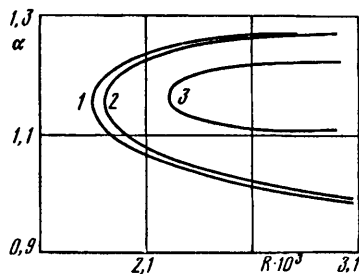
При исследовании устойчивости течения Пуазейля в канале принималось, что фиксированы вязкость жидкости и ширина канала, а изменение числа Рейнольдса сопровождается изменением масштаба скорости. В этом случае следует пересчитывать профиль скорости стационарного течения в щели. Если же никакие параметры не пересчитывать, то это будет соответствовать ситуации, когда рассматривается поток с фиксированной скоростью в канале фиксированной толщины, а изменение числа Рейнольдса связано с изменением вязкости жидкости.

**4. Пограничный слой. Течение в щели отсутствует.** Перейдем к обсуждению результатов. Нейтральные кривые, полученные для течения в пограничном слое без протока в щели, показаны на фиг. 1. Кривая 1 является нейтральной кривой течения пограничного слоя на непроницаемой пластинке и приведена для сравнения. Критическое число Рейнольдса, определяемое по носу нейтральной кривой, в этом случае равно 1620. Кривая 2, для которой  $d = 5$  и  $x/l = 0,3$ , указывает на возможность сильной дестабилизации течения, при этом расширяется спектр неустойчивых возмущений и значительно уменьшается критическое число Рейнольдса. Однако возможен такой подбор параметров перфорации, когда проницаемая стенка будет способствовать стабилизации течения. Этот случай иллюстрируется кривой 3 ( $d = 5$  и  $x/l = 10$ ). Для нее критическое число Рейнольдса существенно больше, чем для течения на непроницаемой пластинке, также уменьшился спектральный диапазон неустойчивых возмущений.

На фиг. 2 показаны зависимости критического числа Рейнольдса от проницаемости стенки при различных значениях радиуса перфорационных отверстий и ширины щели между перфорированной и непроницаемой стенками. На этой фигуре приведены результаты и для течения в пограничном слое, и течения Пуазейля в канале. Левая ось ординат и кривые 1—3 относятся к течению в пограничном слое, а правая ось ординат и кривые 4, 5 — к течению Пуазейля. Для кривых 1 и 2 радиус отверстий  $r_0 = 0,1$ , а ширина щели равна  $d = 5$  и 1 соответственно. Как видно из рисунка, для того чтобы успешно стабилизировать течение, проницаемость стенки должна быть достаточно высокой, например при величине  $x/l = 10$  критическое число Рейнольдса становится в 2—2,5 раза больше, чем для течения пограничного слоя на непроницаемой пластине. При небольшой проницаемости стенки  $x/l < 3$  добиться стабилизации течения, подобрав подходящие радиус отверстий и ширину щели, не удалось. Критическое число Рейнольдса для таких значений  $x/l$  сильно уменьшается. Уменьшение радиуса отверстий также дестабилизирует поток (кривая 3,  $r_0 = 0,01$ ). Хотя в этом случае число Рейнольдса уменьшается при небольших значениях прони-



Фиг. 3



Фиг. 4

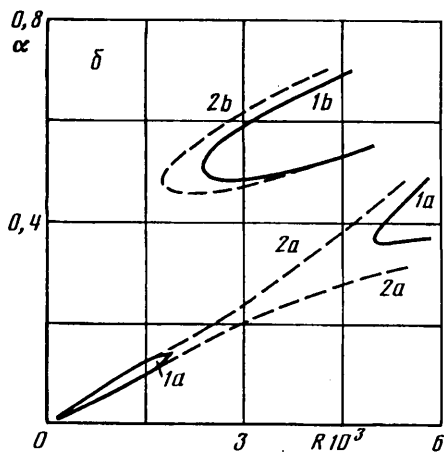
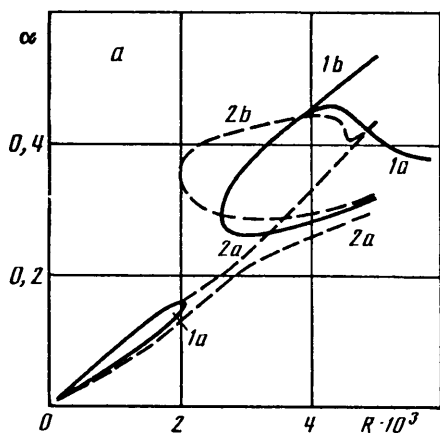
цаемости стенки не так сильно, как на других кривых, режима стабилизации течения не обнаружено. Расчеты для отверстий с радиусом более 0,1 не проводилось, чтобы условие  $1/\alpha \gg r_0$ , ставящее предел применимости предлагаемой модели, не нарушалось.

В работе было определено влияние проницаемой стенки на скорость роста неустойчивых возмущений  $\gamma$ , определяемой как  $\gamma = \alpha C_i / C_r$ . Уменьшение скорости роста имеет важное значение для успешной стабилизации течения. Если она сильно возрастает, то несмотря на увеличение критического числа Рейнольдса, стабилизации может не произойти. На фиг. 3 показана зависимость от числа Рейнольдса максимального значения скорости роста  $\gamma_{max}$ . Кривая для течения на непроницаемой пластинке отмечена номером 1 и показана для сравнения. Для кривых 2, 3, 4 ширина щели  $d=5$ ; радиус отверстий  $r_0=0,1$ ; проток в щели отсутствует и проницаемость  $\kappa/l$  соответственно равна 0,3; 3,0; 10,0. Кривая 2 иллюстрирует случай сильной дестабилизации течения. Видно, что кроме уменьшения критического числа Рейнольдса сильно возрастают скорости роста. Кривая 3 показывает случай слабой стабилизации течения. Критическое число Рейнольдса немного больше, чем для течения на непроницаемой пластинке. Однако возмущения нарастают быстрее. Это говорит о том, что стабилизации для такой проницаемости стенки может и не произойти. Наконец, кривая 4 демонстрирует сильное гашение возмущений.

5. Пограничный слой с учетом течения в щели. Использование течения в щели предоставляет возможность дополнительного воздействия на пограничный слой. Этим можно воспользоваться для повышения устойчивости пограничного слоя к возникающим в нем малым возмущениям. Однако возможность дестабилизировать течение также увеличивается. Так как неустойчивость может вызываться не только возмущениями, возникшими в пограничном слое, но и возникшими в щели. В связи с этим следует рассмотреть две группы собственных значений описанной краевой задачи. Одна из них получена с помощью непрерывного перехода из краевой задачи устойчивости течения в пограничном слое на непроницаемой пластине и связана с возмущениями, возникающими в пограничном слое, а вторая группа собственных значений получена из задачи устойчивости течения Пуазейля в канале и связана с возмущениями, возникающими в щели.

Рассмотрим сначала возмущения, связанные с течением в пограничном слое. Нейтральные кривые показаны на фиг. 4. Им отвечает ширина щели  $d=5$  и проницаемость  $\kappa/l=3$ . Цифрами 1; 2; 3 помечены кривые, для которых скорость на средней линии щели соответственно равна  $U_d=0,03; 0,3; 0,7$ . Течение в щели способствует стабилизации этой группы возмущений, причем стабилизация тем заметней, чем больше скорость течения и чем больше проницаемость перфорированной стенки.

Рассмотрим теперь другую группу возмущений, связанную с течением в щели. Для удобства введем новый безразмерный параметр — число Рейнольдса течения в щели, определенное через полуширину щели и скорость на ее центральной линии  $R_d = U_d^* d^* / 2\nu = 1/2 U_d^* d R$ . С ростом  $R_d$  течение теряет устойчивость. Значение  $R_d$ , при котором это происходит, назовем критическим  $R_d^*$ . Оно зависит



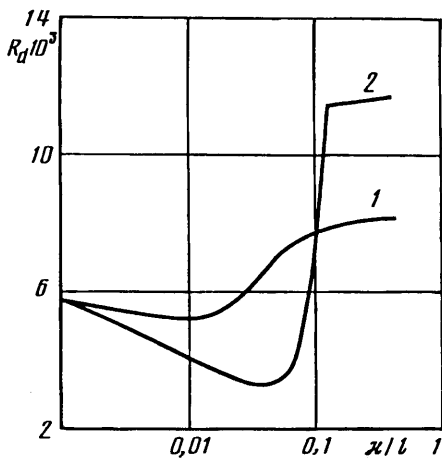
Фиг. 5

от проницаемости стенки и от течения в пограничном слое, поэтому можно представить его как функцию проницаемости и числа Рейнольдса пограничного слоя  $R_d^*(\kappa/l, R)$ . Заметим, что в предельном случае непроницаемой стенки течение в щели и пограничный слой никак не связаны и  $R_d^*(0, R)$  — постоянная величина, равная 5780.

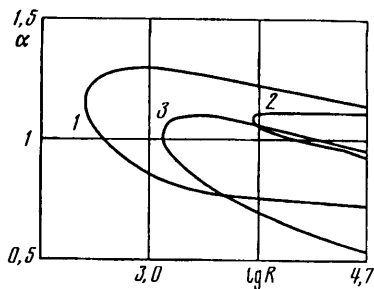
Структура исследуемого собственного значения в пространстве введенных параметров имеет довольно сложное строение. Она представляет собой два листа, которые сливаются вместе при невысокой величине проницаемости стенки, а при ее увеличении полностью разделяются. Каждый лист содержит области неустойчивости. Ограничивающие эти области нейтральные кривые показаны на фиг. 5, при этом фигуре 5,а соответствует величина проницаемости  $\kappa/l = 0,08$ ; а на фигуре 5,б она равна 0,3. Ширина щели одинакова для обеих фигур и равна  $d = 5$ . Цифрами 1, 2 отмечены кривые, для которых параметр  $R_d$  равен соответственно 10 000; 16 250. Буквы *a*, *b* у цифр указывают на то, что кривые расположены на разных листах. Область неустойчивости, ограниченная кривыми 1а или 2а, возникает тогда, когда число Рейнольдса в щели превышает критическое значение  $R_d^*(\kappa, 0)$  и существует при сколь угодно малом  $R$ . С ростом  $R$  течение в пограничном слое стабилизирует возмущения, возникающие в щели, и эта область может исчезнуть, если значение  $R_d$  не велико. Однако дальнейшее увеличение  $R$  вновь приводит к потере устойчивости. Эта ситуация показана кривыми 1а. Если число Рейнольдса в щели возрастает, стабилизирующее влияние пограничного слоя ослабевает. Область неустойчивости, заключенная между ветвями кривой 2а, становится непрерывной. Отличительная особенность рассмотренной неустойчивости состоит в том, что ее возникновение определяется значением  $R_d$  и не зависит от  $R$ .

Область неустойчивости, расположенная на другом листе, ведет себя иначе. Она существует только при достаточно больших значениях  $R$  и  $R_d$ . Уменьшение  $R$  или  $R_d$  приводит к ее исчезновению, как можно видеть на фиг. 5, где для разных значений  $R_d$  построены нейтральные кривые 1b и 2b, ограничивающие эту область неустойчивости. Кривые на фиг. 5, а, соответствующие разным областям неустойчивости, соединяются. Это происходит из-за слияния различных листов рассматриваемого собственного значения.

На фиг. 6 показана зависимость критического числа Рейнольдса в щели от проницаемости пластины для значений  $R = 200; 5000$  (кривые 1 и 2) при ширине щели  $d = 5$ . Эта зависимость не монотонна. Сначала увеличение проницаемости стенки уменьшает значение  $R_d^*$ . Его минимальная величина в 1,5—2 раза ниже критического числа Рейнольдса для течения в щели с непроницаемой стенкой. Напомним (фиг. 2), что при малой проницаемости стенки возмущения, возник-



Фиг. 6



Фиг. 7

кающие в пограничном слое, также сильно неустойчивы. Полученные результаты показывают, что добиться стабилизации течения в пограничном слое с помощью стенки, имеющей невысокую проницаемость, невозможно как без протока, так и с ним. Тем более что слабопроницаемая стенка экранирует стабилизирующее влияние течения в щели. Дальнейшее увеличение проницаемости приводит к возрастанию значения  $R_d^*$ . По сравнению со случаем непроницаемой стенки оно возрастает в 1,5—2 раза. Таким образом, именно для сильнопроницаемой стенки использование протока для усиления эффекта стабилизации может оказаться успешным.

Кривая 2 имеет излом, который объясняется неодинаковым влиянием проницаемости стенки на разные области неустойчивости. При высоких числах Рейнольдса  $R$  и малых значениях  $x/l$  раньше других при увеличении  $R_d$  появляется область неустойчивости, расположенная на листе  $b$ . Но увеличение проницаемости сильно стабилизирует ее. В то же время область неустойчивости на листе  $a$ , возникающая сначала при больших значениях  $R_d$ , слабо стабилизируется с ростом проницаемости. И при некотором значении  $x/l$  оказывается, что она возникает при увеличении  $R_d$  самой первой.

6. Течение Пуазейля без учета течения в щели. Течение в щели между внутренними проницаемыми и внешними непроницаемыми стенками отсутствует. Собственные значения поставленной краевой задачи были получены с помощью непрерывного перехода от известных собственных значений задачи устойчивости течения Пуазейля в канале с непроницаемыми стенками. Полученные нейтральные кривые показаны на фиг. 7. Кривым 1, 2 соответствует  $r_0 = 0,01$  и следующие значения ширины щели и проницаемости стенок. Для кривой 1  $x/l = 20$ ,  $d = 0,2$ ; для кривой 2  $x/l = 60$ ;  $d = 0,15$ . Кривая 3 построена для течения в канале с непроницаемыми стенками и приведена для сравнения.

На фиг. 2 (правая ось ординат; кривые 4 и 5) показана зависимость критического числа Рейнольдса от проницаемости стенки. Для обеих кривых  $r_0 = 0,01$ , а ширина зазора соответственно равна  $d = 0,1$ ;  $0,15$ . Качественно эти кривые довольно похожи на кривые для течения Блазиуса, представленные на той же фигуре. Течение стабилизируется при высоких значениях проницаемости пластинки и дестабилизируется при низких. Уменьшение радиуса перфорационных отверстий меньше некоторого значения, так же как и для пограничного слоя, делает стабилизацию течения невозможной. Однако для течения в канале гораздо резче проявляется зависимость от ширины зазора.

Учет проскальзывания (1.11) в граничных условиях на проницаемой стенке не оказывает заметного влияния на полученные результаты. Были проведены



расчеты критических чисел Рейнольдса для нескольких выборочных значений проницаемости стенки. В расчетах учитывалось, что проскальзывание на стенке видоизменяет профиль невозмущенной стационарной скорости. Результаты, полученные для течения в канале без протока в щели, представлены на фиг. 2. Для ширины щели  $d = 0,1; 0,15$  они показаны символами 1 и 2. Расхождение результатов, полученных с учетом условия проскальзывания и без него, невелико.

#### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Шлихтинг Г. Теория пограничного слоя. М.: Наука, 1974. 711 с.
2. Гапонов С. А. Влияние свойств пористого покрытия на устойчивость пограничного слоя // Изв. СО АН СССР. Сер. техн. наук. 1971. № 3. Вып. 1. С. 21—23.
3. Biringen S. Active control of transition by periodic suctionblowing // Phys. Fluids. 1984. V. 27. № 6. P. 1345—1347.
4. Biringen S., Nutt W. E., Caruso M. J. Numerical study of transition control by periodic suction blowing // AIAA Pap. 1985. № 1700. 12 p.
5. Kleiser L., Laurien E. Numerical investigation of interactive transition control // AIAA Pap. 1985. № 566. 10 p.
6. Устинов М. В. Влияние периодических воздействий на устойчивость пограничного слоя // Изв. АН СССР. МЖГ. 1988. № 3. С. 109—115.
7. Squire H. B. On the stability of the three-dimensional disturbances of viscous flow between parallel walls // Proc. Roy. Soc. London. Ser. A. 1933. V. 142. № 847. P. 621—628.
8. Сопруненко И. П. Устойчивость струйных течений // Изв. АН СССР. Механика. 1965. № 4. С. 31—35.
9. Ландау Л. Д., Лифшиц Е. М. Теоретическая физика. Т. 6. Гидродинамика. М.: Наука, 1988. 736 с.
10. Helmholtz H. Under elektrische Grenzschichten // Ann. Phys. und Chem. 1879. V. 7. S. 337—382.
11. Брутян М. А., Крапивский П. Л. Течение вязкой жидкости над перфорированной границей при малых числах Рейнольдса // Изв. АН СССР. МЖГ. 1986. № 5. С. 172—175.
12. Ганиев Р. Ф., Украинский Л. Е., Устенко И. Г. О стабилизации малых возмущений течения Пуазейля в канале с упругими стенками // Изв. АН СССР. МЖГ. 1988. № 3. С. 67—72.
13. Ганиев Р. Ф., Малых Ю. Б., Украинский Л. Е. Линейная устойчивость течения вязкой несжимаемой жидкости в круглой вязкоупругой трубе // Изв. АН СССР. МЖГ. 1986. № 6. С. 126—134.
14. Гольдштик М. А., Штерн В. Н. Гидродинамическая устойчивость и турбулентность. Новосибирск: Наука, 1977. 366 с.

Москва

Поступила в редакцию  
20.III.1991