МЕХАНИКА
ЖИДКОСТИ И ГАЗА
№ 5 • 1992

УДК 532.5.013.2:539.3

© 1992 г. В. А. ЕРОШИН

ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНОЕ ИССЛЕДОВАНИЕ ВХОДА УПРУГОГО ЦИЛИНДРА В ВОДУ С БОЛЬШОЙ СКОРОСТЬЮ[1]

Проникание цилиндра (диска) в воду теоретически и экспериментально рассматривалось в работах [1—15]. Эти исследования включают в себя ряд вопросов: определение ударных нагрузок, изучение волновых процессов и напряженно-деформированного состояния погружающихся тел, исследование кинематических параметров тел в процессе входа в воду и при движении на подводной части траектории.

Физические процессы, сопровождающие вход в воду, взаимосвязаны и оказывают влияние друг на друга. Однако их изучение ведется, как правило, изолированно. В настоящее время наиболее полно исследованы ударные нагрузки. Для тел вращения с различными головными частями они определены в широком диапазоне чисел Маха, углов входа и атаки. Значительно меньшее число работ посвящено изучению напряженно-деформированного состояния погружающихся тел, хотя при больших скоростях этот вопрос достаточно актуален. Информация об изменении кинематических параметров тел в процессе входа в воду и при движении на подводной части траектории почти отсутствует.

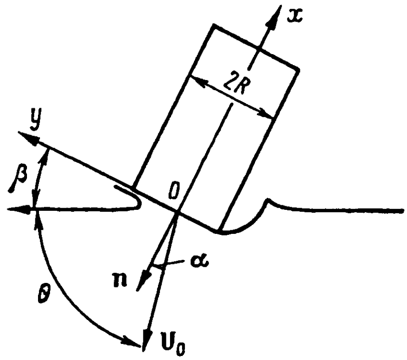
В последнее время в экспериментальном изучении входа тел в воду с большой скоростью наметился некоторый прогресс. Это связано с появлением новых методик и способов измерения. Для исследования влияния чисел Маха на величину ударных нагрузок разработана методика моделирования сжимаемости жидкости, в соответствии с которой вместо воды в качестве рабочей среды используется жидкость с низкой скоростью звука (мелкодисперсная среда, состоящая из жидкости с пузырьками газа, безразмерное уравнение состояния которой совпадает с безразмерным уравнением состояния воды [1]). Значительное развитие получил метод регистрации продольных волн сжатия, возбуждающихся в погружающихся телах при ударе о воду [2, 3]. Предложен метод исследования поперечных (изгибных) волн [3, 4]. Для изучения закона движения тел на подводной части траектории разработана методика пространственно-временных измерений кинематических параметров.

В данной статье на примере проникания цилиндра (торцом) сделана попытка охватить проблему входа в воду в целом, дать представление о различных сторонах протекающих при этом процессов и их взаимосвязи. Погружение рассматривается от момента первоначального контакта диска с поверхностью жидкости до перехода его движения в квазистационарный режим.

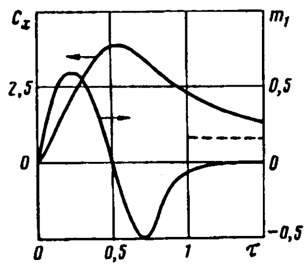
1. Определение ударных нагрузок. Рассмотрим проникание абсолютно твердого диска (цилиндра торцом) в жидкость под углом к свободной поверхности (фиг. 1). Будем предполагать, что вертикальная плоскость, проходящая через вектор скорости v_0 центра диска в момент его касания с поверхностью жидкости, является плоскостью симметрии. Введем подвижную декартову систему координат xyz с началом в центре диска. Ось x направим по оси симметрии диска в сторону, противоположную движению, ось y — вверх вдоль диаметра диска. При наличии плоскости симметрии ось z будет параллельна свободной поверхности.

Ориентацию диска по отношению к свободной поверхности и направление вектора скорости v зададим с помощью углов входа и атаки. Угол θ между вектором скорости центра диска и невозмущенным уровнем свободной поверхности

[1] По материалам доклада, прочитанного на VII съезде по теоретической и прикладной механике. Москва, август 1991 г. Представлено Ю. Л. Якимовым.



Фиг. 1



Фиг. 2

назовем углом входа, угол α между нормалью $\mathbf{n}$ к плоскости диска и вектором скорости $\mathbf{v}$ — углом атаки. Угол α будем отсчитывать от вектора нормали к вектору скорости (положительное направление против часовой стрелки, если смотреть с положительной стороны оси z).

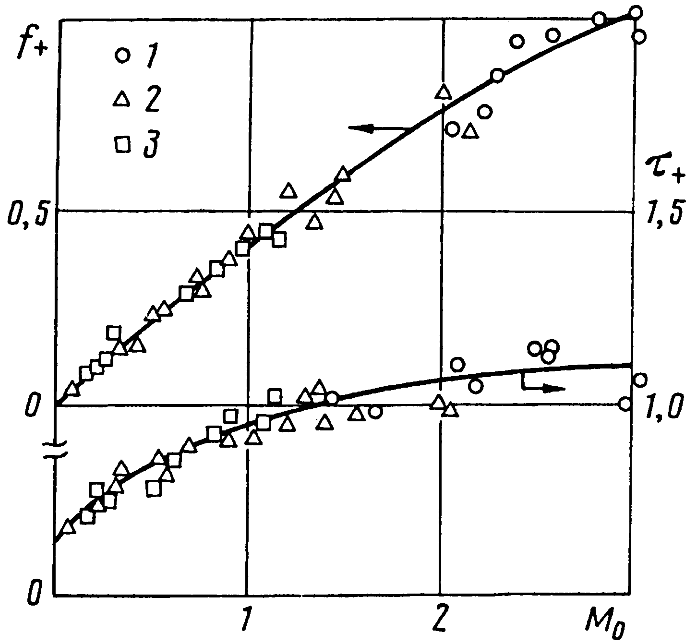
Систему гидродинамических сил, действующих на смоченную поверхность диска, приведем к центру диска и заменим одной силой, равной главному вектору системы $\mathbf{F}$, и одной парой с моментом, равным главному моменту системы относительно центра диска $\mathbf{M}_0$. Если жидкость невязкая, главный вектор направлен по нормали к поверхности диска ($F_y = F_z = 0$), а главный момент лежит в плоскости диска ($M_x = 0$). Если, кроме того, движение обладает плоскостью симметрии (плоскость xy), проекция главного момента на ось y также равна нулю ($M_y = 0$). Следовательно, главный вектор и главный момент определяются лишь скалярными величинами — проекциями F_x и M_z.

Если скорости погружения невелики, а углы между плоскостью диска и невозмущенным уровнем свободной поверхности не слишком малы, величины ударных нагрузок удовлетворительно описываются в рамках несжимаемой жидкости и зависят от плотности жидкости, скорости погружения, углов входа и атаки. Опытные данные по определению сил и моментов, действующих на погружающийся изолированный диск в широком диапазоне углов входа и атаки, а также приближенные формулы для их описания приведены в [5—7]. Типичные осциллограммы ударного коэффициента сопротивления $C_x = 2F_x/\pi\rho_0 v_0^2 R^2$ и безразмерного момента $m_1 = M_z/\pi\rho_0 v_0^2 R^3$ от безразмерного времени $\tau = v_0 t \sin\theta / [2R\cos(\theta-\alpha)]$ при погружении диска в воду с малой скоростью приведены на фиг. 2 ($M = 0{,}002$; $\theta = 75°$; $\alpha = 0$).

При входе в воду с большой скоростью или при ударах, близких к плоскому, жидкость уже нельзя считать несжимаемой и одним из основных определяющих параметров становится число Маха $\mathrm{M} = v_0/a_0$ (отношение скорости проникания к скорости звука в воде). В этом случае проведение экспериментов встречает значительные трудности, связанные с большими ударными нагрузками и крайне малым временем протекания процесса. Уменьшение ударных сил и увеличение продолжительности процесса (при сохранении числа Маха) возможно. Для этого вместо воды в качестве рабочей среды надо использовать мелкодисперсную среду, состоящую из жидкости с пузырьками газа, скорость звука в которой значительно меньше, чем в воде. Безразмерное уравнение состояния такой среды имеет вид [1]

$$\rho = \rho_0 \left[(1-\alpha_0) + \alpha_0 \left(1 + \frac{\gamma}{\alpha_0} \frac{\Delta P}{\rho_0 a_0^2} \right)^{-1/\gamma} \right]^{-1} \tag{1.1}$$

где $\Delta P = P - P_0$ — перепад давления, ρ — плотность жидкости, a_0, α_0 — скорость звука и объемная концентрация газа в невозмущенной области, γ — показатель



Фиг. 3

адиабаты газа. При малых значениях параметров $\Delta P/\rho_0 a_0^2 << 1$, $\Delta\rho/\rho_0 << 1$ уравнение (1.1) с точностью до малых членов имеет вид

$$\frac{\Delta P}{\rho_0 a_0^2} = \frac{\Delta\rho}{\rho_0}\left\{1 + \frac{\Delta\rho}{\rho_0}\left[\frac{(1+\gamma)}{2\alpha_0} - 1\right]\right\} \tag{1.2}$$

В линейном приближении оно совпадает с уравнением состояния для воды в форме Тета при произвольной объемной концентрации газа. При более высоких значениях давления, когда необходимо учитывать вторые члены разложения, необходимая объемная концентрация газа равна $\alpha_0 = (1+\gamma)/(n+3)$. При давлениях $0{,}25 < \Delta P/\rho_0 a_0^2 < 1{,}0$ удовлетворительное соответствие между уравнением (1.1) и уравнением состояния воды в форме Тета имеет место при $0{,}25 < \alpha_0 < 0{,}35$ [1]. Это позволяет в лабораторных условиях при сравнительно небольших скоростях погружения моделировать (с точки зрения сжимаемости жидкости) условия входа тел в воду со скоростями до 1000—1500 м/с. Так как абсолютные значения давления в этом случае сравнительно невелики, погружающиеся тела можно считать абсолютно твердыми. Использование этой методики позволило определить ударные нагрузки, действующие на диск [8—10], тупые конусы и полусферу [1, 11] в широком диапазоне чисел Маха, углов входа и атаки.

Гидродинамические силы. Приведем результаты исследования зависимости безразмерной силы, действующей на диск, от числа Маха и угла β ($\beta = \pi/2 - (\theta - \alpha)$) при несимметричном проникании диска в сжимаемую жидкость. Опытные данные показывают, что в пределах точности измерений максимальные значения безразмерной силы $f_+ = F_+/\pi\rho_0 v_0 a_0 R^2$ и безразмерного времени ее нарастания от нуля до максимума τ_+ зависят не от каждого из параметров M и β в отдельности, а от их комбинации $M_0 = M\cos\alpha/\sin\beta$, называемой геометрическим числом Маха (в проведенных экспериментах угол атаки $\alpha = 0$). Зависимости f_+ и τ от M_0 приведены на фиг. 3. Точками 1—3 изображены экспериментальные данные, соответствующие значениям угла $\beta = 5$; 10 и 15°, сплошной линией — результаты обработки экспериментов методом наименьших квадратов. При $0 < M_0 < 1$ функция $f_+(M_0)$ близка к линейной и может быть представлена в виде: $f_+ = 0{,}45\mathrm{M}_0$. Из этой формулы нетрудно получить выражение для максимального значения силы, действующей на диск при погружении в несжимаемую жидкость. Переходя от f_+ к ударному коэффициенту сопротивления, получаем: $C_x^+ = 0{,}9/\sin\beta$. Легко видеть, что при малых значениях угла β это выражение удовлетворительно согласуется с приближенной формулой [6]

$$C_x^+ = 0{,}8\cos\alpha\left[1 + \frac{\sin\theta}{\cos(\theta-\alpha)}\right]$$

Опытные данные, приведенные на фиг. 3, и приближенное аффинное подобие функций $F(t)$, характеризующих изменение силы с течением времени, позволяют описать зависимость $F(t)$ в широком диапазоне чисел Маха углов входа и атаки.

Момент гидродинамических сил. Количество работ, посвященных определению момента гидродинамических сил, невелико. Экспериментальное исследование момента, действующего на абсолютно твердый диск при малых числах Маха (несжимаемая жидкость), приведено в [7]. Опытные данные получены при скорости погружения до 3,5 м/с, углах входа $57{,}5° < \theta < 70°$ и нулевом угле атаки $\alpha = 0$. В работе [9] методом физического моделирования получены результаты для момента при проникании диска в сжимаемую жидкость при углах входа $54° < \theta < 88°$, углах атаки $-15° < \alpha < +15°$ и числах Маха $0{,}002 < \mathrm{M} < 0{,}2$.

Если влияние сжимаемости несущественно, экстремальные значения безразмерного момента m_1 и характерные значения безразмерного времени τ зависят не от каждого из параметров α и θ, а от угла β. При $5° \le \beta \le 45°$ зависимости максимального m_1^+ и минимального m_1^- значений момента приближенно могут быть представлены следующим образом [9]:

$$m_1^+ = 0{,}12\,(1 + \operatorname{ctg}\beta),\quad m_1^-/m_1^+ = 0{,}78\sqrt{(\beta/\pi)}\operatorname{ctg}\beta$$

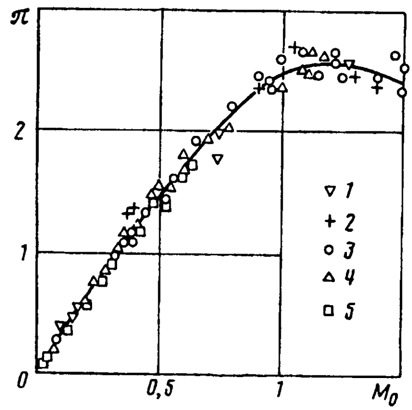
Положение нуля функции $\mathrm{M}_z(\tau)$, за исключением области малых значений угла β ($\beta < 5°$), практически не зависит от β: $\tau_0 \approx 0{,}5 \pm 0{,}05$. При $0 < \tau < \tau_0$ момент имеет симметричную относительно положения максимума τ_+ форму, т. е. $\tau_+/\tau_0 \approx 0{,}5$. Относительное положение минимума момента зависит от угла β и с достаточной точностью описывается формулой $\tau_-/\tau_0 = (1 + 0{,}96\operatorname{ctg}\beta)/(1 + 0{,}65\operatorname{ctg}\beta)$. Вторично (при нулевом угле атаки $\alpha = 0$) момент обращается в нуль при $\tau \approx 0{,}9$.

При малых углах входа опытные данные по прямому измерению момента отсутствуют. Тем не менее, анализируя характер изменения момента с уменьшением угла входа, можно попытаться получить его приближенное выражение при $0° < \theta < 45°$. Как следует из формул, приведенных выше, с уменьшением угла входа (ростом β) отношение минимального значения момента к максимальному m_1^-/m_1^+ стремится к нулю, а отношение τ_-/τ_0 — к единице. Это является следствием изменения характера распределения давления на смоченной части поверхности диска (при малых углах входа распределение давления вдоль оси y приобретает почти симметричную колоколообразную форму). Зависимость момента от времени в этом случае по существу вырождается в одну положительную полуволну. Если аппроксимировать момент параболой, то зависимость $m_1(\tau)$ принимает вид

$$m_1(\tau) = (4m_1^+/\tau_0^2)\tau(\tau_0 - \tau) \tag{1.3}$$

Эта формула содержит две неизвестные константы: m_1^+ и τ_0. Оценим величину m_1^+ при $\theta \to 0$. Для этого необходимо при $\tau = \tau_+$ иметь значение силы, действующей на диск, и y — координату центра давления.

Предположим, что при малых углах входа зависимость силы, действующей на диск, от глубины погружения его нижней кромки имеет тот же вид, что и



Фиг. 4

при горизонтальной буксировке частично погруженного диска. Последняя зависимость была экспериментально определена Г. В. Логвиновичем и Е. И. Федоровым. При небольшой относительной глубине погружения h/d она линейна и имеет вид [12] $C = 1{,}78(h/d)$; $h/d < 0{,}46$, причем при $0° < \alpha < 30°$ слабо зависит от угла атаки α. При этом h/d с точностью до малых второго порядка совпадает с безразмерным временем τ, поэтому при $\tau = \tau_+$ безразмерная сила, действующая на диск, равна $C_x = 1{,}78\tau_+ = 0{,}89\tau_0$. Зависимость безразмерной координаты центра давления ($y' = y/d$) от безразмерного времени τ при $\tau < \tau_0$ также не зависит от угла входа и приближенно может быть представлена в виде [7] $y' = -0{,}5(1 - \tau/\tau_0)$, т. е. при $\tau = \tau_+$ координата центра давления $y'(\tau_+) = -0{,}25$. Если при малых углах входа вид этой зависимости сохраняется, величина безразмерного момента m_1^+ при $\theta \to 0$ будет стремиться к $m_1^+ \to 0{,}22\tau_0$. При малых углах входа и атаки для определения m_1^+ можно пользоваться приближенной формулой

$$m_1^+ \approx 0{,}22\tau_0[1 + 0{,}55\ \mathrm{tg}\,(\theta - \alpha)] \qquad (1.4)$$

Следовательно, для зависимости момента от времени при малых углах входа и атаки получаем выражение:

$$m_1(\tau) = (0{,}89/\tau_0)[1 + 0{,}55\ \mathrm{tg}\,(\theta - \alpha)]\tau(\tau_0 - \tau),\ 0° < (\theta - \alpha) < 20°$$

Рассмотрим теперь свойства момента гидродинамических сил при проникании диска в сжимаемую жидкость в случае, когда углы между его плоскостью и невозмущенным уровнем свободной поверхности сравнительно невелики. Эксперименты, проведенные при различных значениях чисел Маха, углов α и β ($0{,}02 < \mathrm{M} < 0{,}02$; $2° < \beta < 15°$, $-10° < \alpha < +10°$), показали [9], что максимальные значения безразмерного момента $m_z^+ = \mathrm{M}_z^+/(2\pi\rho_0 v_0 a_0 R^3)$ и характерные значения безразмерного времени τ являются функциями не каждого из этих параметров в отдельности, а геометрического числа Маха M_0. Например

$$m_z^+ \approx 0{,}08\mathrm{M}_0 - 0{,}012\mathrm{M}_0^2,\ \tau_0 \approx 0{,}5 + 0{,}13\mathrm{M}_0,\ 0 < \mathrm{M}_0 < 3$$

Нетрудно показать, что в линейном приближении ($\mathrm{M} << 1, \alpha << 1, \beta << 1$) при различных значениях параметров M, α и β, но одном и том же геометрическом числе Маха $\mathrm{M}_0 = \mathrm{M}\cos\alpha/\sin\beta$ (являющемся коэффициентом подобия) течения жидкости подобны. Это, например, означает равенство безразмерных давлений в соответствующих точках диска при равных значениях безразмерного времени.

На фиг. 4 приведены зависимости максимальных значений безразмерного давления в центре диска $\pi = P_+/\rho_0 v_0 a_0$ от M_0 (цифрами 1—5 обозначены экспериментальные точки для углов $\beta = 2$; 3; 5; 10 и 15°, сплошной линией — результаты обработки опытных данных методом наименьших квадратов).

При погружении диска в несжимаемую жидкость независимо от значений параметров α и β геометрическое число Маха равно нулю, следовательно, при $\alpha \ll 1, \beta \ll 1$ все течения будут подобны. Зависимость давления в центре диска при $0 < \mathrm{M}_0 < 0{,}5$ можно приближенно представить в виде $P_+/\rho_0 v_0 a_0 \approx 3{,}2\mathrm{M}_0$. Пользуясь этой формулой, получаем выражение для максимального давления в центре диска при погружении в несжимаемую жидкость: $P_+ \approx 3{,}2(\rho_0 v_0^2)/\sin\beta$.

Опытные данные, приведенные на фиг. 3, 4, являются экспериментальным подтверждением гидродинамического подобия при несимметричном погружении диска в сжимаемую жидкость. Однако есть исключение. Минимальное значение момента зависит не только от числа M_0, но и угла β

$$m_2^- \approx 0{,}058\ (1/\sqrt{\beta})\exp(-0{,}64\ \mathrm{M}_0)$$

Это является проявлением нелинейных эффектов. Момент гидродинамических сил — очень чувствительный индикатор распределения давления и он регистрирует отклонение от линейной теории, которое трудно уловить путем прямого измерения давления.

Численные расчеты по определению давления на поверхности абсолютно твердого диска при несимметричном входе в воду со скоростью до 1500 м/с приведены в [13]. Результаты расчетов удовлетворительно согласуются с опытными данными, полученными методом физического моделирования.

2. Напряженно-деформированное состояние. Под действием ударных нагрузок в погружающемся теле возбуждается сложная система волн, распространение которых сопровождается изменением напряженно-деформированного состояния. При небольших скоростях проникания эти изменения невелики и погружающиеся тела можно считать абсолютно твердыми. С ростом скорости интенсивность волновых фронтов растет, а их распространение сопровождается ростом давления в воде и изменениями напряженно-деформированного состояния в погружающемся теле. Для понимания и адекватного описания этих процессов необходимо совместное решение задач гидродинамики и динамической теории упругости.

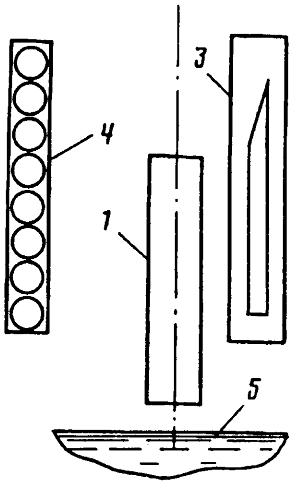
Численные расчеты плоских задач высокоскоростного удара деформируемых тел о поверхность сжимаемой жидкости приведены в [14]. Решение пространственной задачи при несимметричном входе в воду даже для такого тела, как сплошной круговой цилиндр, представляет значительные трудности и пока не получено.

Можно строить приближенное решение совместной задачи. Например, в [15] рассмотрено вертикальное симметричное проникание в воду сплошного упругого цилиндра с плоским срезом со скоростью 100—1000 м/с. В предположении одномерности напряженного состояния приведены оценки максимального давления на поверхности нагружения и осевого напряжения, определена величина импульса за время удара.

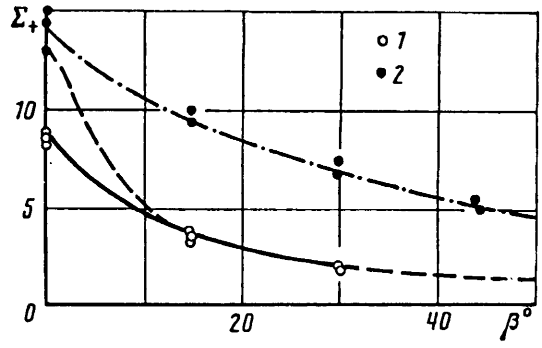
С другой стороны, имеется довольно полное представление о величинах ударных нагрузок, действующих на погружающийся абсолютно твердый диск. Поэтому можно решать динамическую задачу теории упругости для цилиндра с граничными условиями, соответствующими входу в воду. При этом можно воспользоваться принципом суперпозиции продольных и изгибных колебаний, подтвержденным экспериментально [16, 17]: разделив ударные нагрузки на симметричную и несимметричную части, отдельно исследовать распространение продольных и изгибных волн.

При использовании приближенных подходов важное значение имеет экспериментальная проверка сделанных предположений, сравнение численных расчетов с опытами, в которых производится непосредственное измерение параметров в распространяющихся импульсах. Методики регистрации продольных и изгибных волн, возбуждающихся при входе в воду, а также полученные с их помощью результаты приведены в [2—4].

Продольные волны. Для изучения продольных импульсов в [2, 3] использовалось устройство для определения ускорения [19], прининципиальная схема которого изображена на фиг. 5.



Фиг. 5



Фиг. 6

Идея метода состоит в следующем. При ударе о воду в погружающемся теле возбуждается волна сжатия, распространение которой сопровождается изменением скорости частиц на ее фронте. При отражении волны от свободного торца скорости удваиваются. Для их регистрации используются удлиненный источник света *2* со световой щелью *3* и фотоприемник *4* (для наглядности *3* и *4* развернуты на 90°). Расстояние осветителя от поверхности воды *5* выбирается таким образом, чтобы в момент касания с ней задний торец модели находился в середине световой щели. При подлете к зоне измерения модель полностью перекрывает световой поток и запускает развертку осциллографа. Затем световая щель начинает открываться. На клиновидном участке, где изменение светового потока растет пропорционально квадрату времени, производится калибровка сигнала, ускорения и определяется скорость модели; на прямоугольном, где освещенность растет пропорционально первой степени времени, происходят удар о воду и регистрация осциллографом изменения светового потока, связанного с отражением от торца волны сжатия.

При данном способе измерения происходит осреднение скачка скорости по части поверхности торца (в пределах ширины щели), поэтому однозначная интерпретация результатов возможна лишь для одномерного импульса. В последнем случае осевое напряжение σ_x и изменение скорости в волне сжатия Δv связаны формулой $\sigma_x = \rho C_0 \Delta v$, т. е. описанная методика позволяет изучать напряженно-деформированное состояние тел, необходимо лишь установить, на каком расстоянии от поверхности нагружения распространяющийся импульс становится одномерным (здесь $C_0 = \sqrt{E/\rho}$, Е и ρ — плотность и модуль Юнга материала модели).

Численные расчеты показывают [21], что при нагружении полубесконечного цилиндрического стержня скачком давления распространяющийся импульс можно считать одномерным после прохождения 15—20 диаметров от поверхности нагружения. Изменение осевого напряжения по сечению в этом случае составляет около 1%. Если ограничиться точностью 5—10%, обычной для такого рода измерений, головной импульс можно считать одномерным начиная с расстояния четырех калибров, тем более что при дальнейшем его распространении форма сигнала изменяется довольно медленно [3].

Сравним величины ударных сил, действующих на нижнее основание цилиндра, и значения вызываемых ими осевых напряжений. На фиг. 6 приведена зависимость максимального значения безразмерного осевого напряжения $\Sigma_x = 2\sigma_x/\rho_0 v_0^2$ от угла β. Опытные данные для сплошного титанового цилиндра диаметром $d = 30$ мм и длиной $L = 180$ мм при скорости проникания $v_0 = 250$ м/с обозначены точками *1*, результаты обработки экспериментов методом наименьших квадратов изображены сплошной линией, максимальные значения безразмерной силы C_x^+ — штриховой.

Особенно сильное несоответствие этих зависимостей наблюдается при плоском ударе о воду, когда крутизна фронта очень велика (при $\beta = 0$ время нарастания силы значительно меньше времени прохождения волной расстояния, равного диаметру цилиндра). При распространении таких коротких импульсов с крутым передним фронтом максимальное осевое напряжение после прохождения расстояния порядка четырех диаметров (т. е. к моменту времени, когда волна становится одномерной) уменьшается приблизительно в 2 раза, а протяженность импульса возрастает примерно в 5 раз (интегральное значение почти не меняется). Если за время нагружения импульс успевает пройти расстояние порядка 8—10 диаметров ($\beta > 15°$), имеет место удовлетворительное соответствие результатов. На фиг. 6 приведены также опытные данные для осевого напряжения в тонкостенной титановой модели в виде стакана диаметром $d = 30$ мм, длиной $L = 180$ мм при длине сплошной головной части $L_0 = 15$ мм и толщине стенки $\delta = 2{,}5$ мм (точки *2*).

Изгибные волны. Метод регистрации углов поворота [20] позволяет изучать изгибные колебания тел при несимметричном входе в воду с большой скоростью.

Измерительная система состоит из лазера, модели с плоским зеркалом на свободном торце, экрана и фотоаппарата. На некотором расстоянии от поверхности воды модель, летящая со скоростью v_0, входит в зону измерения, луч лазера попадает на зеркало и отражается на полупрозрачный экран. Описанная им линия регистрируется находящейся позади экрана фотокамерой. В экспериментах определяется угол поворота верхнего основания модели $\Delta\beta$, связанный простым соотношением с отклонением h от нулевой линии луча лазера на экране: $\Delta\beta = h/(2\xi \cos\varphi)$, где ξ — расстояние от зеркала модели до экрана, φ — угол между лучом лазера и осью канала ствола. Поступательное движение модели осуществляет развертку осциллограммы по времени в «горизонтальном» направлении, а поворот под действием гидродинамических сил — в «вертикальном». Скорость развертки луча лазера на экране равна $2v_0 \sin\varphi$. Если амплитуда изгибных колебаний невелика, угловую скорость можно определить по формуле $\Omega = (v_0 \operatorname{tg}\varphi \operatorname{tg}\kappa)/\xi$, где κ — угол наклона осциллограммы по отношению к нулевой линии. Методика [20] позволяет также определять углы атаки и скольжения тела в момент его касания с поверхностью жидкости и не имеет принципиальных ограничений на скорость входа. Чувствительность при измерении угловых перемещений зависит от толщины луча лазера и расстояния ξ и в проведенных экспериментах имеет порядок $\pm 0{,}03°$,

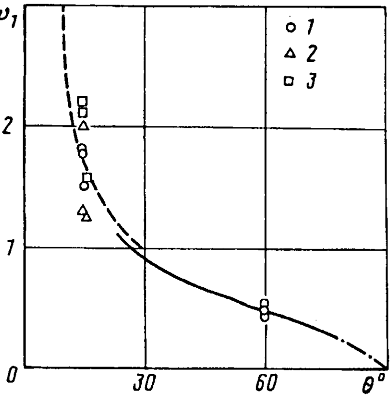
Результаты исследования углов поворота и изгибных колебаний сплошных цилиндрических моделей различной длины при скоростях проникания 100—400 м/с и углах входа $\theta = 60$ и $15°$ опубликованы в [3, 4]. Ниже приведены опытные данные, характеризующие зависимость амплитуды колебаний угла поворота $2a \cdot 10^3$ (радиан) верхнего основания сплошного титанового цилиндра диаметром 30 и длиной 60 мм от скорости входа:

v, м/с	185	270	270	310	348	365	365	375	375
I	0,30	1,3	1,7	2,0	2,6	3,6	3,9	3,4	3,8
II	0,31	1,4	1,4	2,2	3,2	3,7	3,7	4,0	4,0

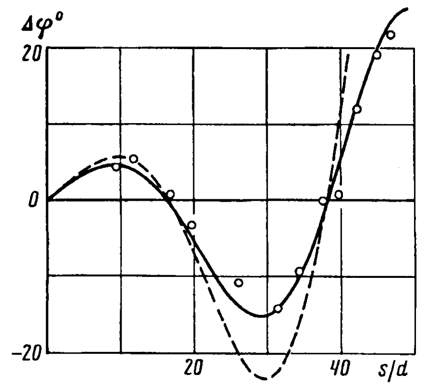
Опытные данные I удовлетворительно согласуются с результатами численных расчетов II, проведенных по уравнениям изгибных колебаний балки Тимошенко при нагружении одного из ее оснований моментом гидродинамических сил, соответствующим условиям входа в воду [3, 4].

Содержание волнового пакета, распространяющегося по цилиндру, зависит от угла входа. При вертикальном симметричном проникании возбуждаются продольные волны, при малых углах входа — изгибные. При промежуточных значениях возбуждаются и те и другие.

3. Движение диска в начальной стадии погружения. Экспериментальное исследование входа диска (цилиндра торцом) в воду включает в себя не только определение ударных нагрузок и напряженно-деформированного состояния, но и изучение его движения на подводной части траектории. Ударное взаимодействие с поверхностью жидкости приводит к уменьшению скорости проникания, изменению углов входа и атаки, а также появлению угловой скорости (вращению цилиндра). Режим прямолинейного поступательного движения цилиндра является неустойчивым. Значения угла атаки и угловой скорости после окончания ударной стадии погружения вместе с массово-геометрическими характеристиками опре-



Фиг. 7



Фиг. 8

деляют скорость развития возмущений на подводной части траектории. Для получения необходимой информации о характере этого движения необходимо проведение пространственно-временных измерений. В отличие от аэромеханики, где задачи определения сил и моментов, действующих на тело в свободном полете, давно уже стали традиционными [22], в гидродинамике в этом направлении сделаны лишь первые шаги.

Определение угловой скорости. Рассмотрим вход в воду короткого цилиндра, имеющего массу m и момент инерции I относительно поперечной оси, проходящей через центр масс. Зная момент гидродинамических сил и интегрируя по времени уравнение вращательного движения цилиндра относительно центра масс при начальных условиях $t = 0, \theta = \theta_0, \alpha = \alpha_0, \Omega = \Omega_0$, можно получить значение угловой скорости в момент окончания ударной стадии погружения $(t = t_*)$. В частности, при малых углах входа получаем следующее выражение для безразмерной угловой скорости:

$$\omega_* = \omega_0 + 1{,}86 \left(\frac{\rho_0 R^5}{I}\right) \frac{[1 + 0{,}55 \operatorname{tg}(\theta_0 - \alpha_0)] \cos(\theta_0 - \alpha_0)}{\sin\theta_0} \tau_0^2$$

$$\omega = \frac{d\Omega}{v_0}, \quad \omega_* = \omega(\tau_*), \quad m = \pi\rho R^2 L, \quad I = \frac{m(R^2 + L^2)}{12} \qquad (3.1)$$

Величину параметра τ_0 ($\tau_0 \approx 0{,}5$) можно уточнить при сравнении расчетов с экспериментальными данными. На фиг. 7 приведена зависимость безразмерной угловой скорости $\omega_1 = (\omega_* - \omega_0)(I/\rho_0 R^5)$ от угла входа при нулевом угле атаки (в экспериментах углы атаки изменялись в пределах $\pm 2°$). Сплошная линия изображает зависимость, полученную при численном интегрировании момента [9], штриховая построена по формуле (3.1) при $\tau_0 = 0{,}48$. Точками 1—3 обозначены опытные данные при скоростях входа $v_0 = 135, 185$ и 230 м/с. Эксперименты проводились со сплошными титановыми моделями ($\theta = 15°$, $d = 30$ мм, $L = 120$ мм; $\theta = 60°$, $d = 30$ мм, $L = 60$ мм). Результаты расчетов, приведенные на фиг. 7, удовлетворительно согласуются с опытными данными. При малых углах входа угловая скорость имеет особенность вида $1/\theta_0$. Необходимо отметить, что асимптотику момента, построенную в разд. 1 при малых углах входа, можно распространить на случай переменной скорости погружения и изменяющиеся во времени углы входа и атаки.

Устойчивость движения. Будем предполагать, что изменения скорости, углов входа и атаки за время ударной стадии погружения незначительны и их можно не учитывать. Величину угловой скорости после удара о воду обозначим ω_*. После полного смачивания нижнего основания цилиндра на него будет действовать сила сопротивления $F_x = 2C_x(\pi\rho_0 v^2 R^2)$ и восстанавливающий момент

$M_z = C_m(\pi\rho_0 v^2 R^3)$. Здесь $C_x = 0{,}82 \cos\alpha$, $C_m = C_x(K_\alpha \sin\alpha + K_\omega \omega)$ — коэффициенты сопротивления и момента, K_α, K_ω — некоторые, неизвестные пока константы (вращательные производные). Первый член в выражении для C_m учитывает зависимость момента от угла атаки α в квазистационарном приближении, второй — влияние угловой скорости ω (замыв боковой поверхности цилиндра не учитывается).

Впервые уравнения движения диска (пластинки) при струйном обтекании исследованы в [23]. Показано, что при постоянной скорости центра диска его движение является неустойчивым. При медленном вращении и малых значениях угла атаки ($\omega \ll 1$, $\alpha \ll 1$) уравнения движения цилиндра можно проинтегрировать в общем виде. В этом случае для скорости проникания и угла атаки получаем следующие выражения:

$$v = v_* e^{-As}$$

$$(\alpha - \alpha_*) = e^{\lambda s}\left\{\alpha_* \cos\mu s + \left[\frac{\alpha_*}{\mu}\left(\frac{1}{2}lB + C\right) + \frac{(1 + lC)\,\omega_*}{\mu}\right]\sin\mu s\right\}$$

$$\lambda = A + \frac{1}{2}lB - C, \quad \mu = \sqrt{D}, \quad D = 2B - \left(\frac{1}{2}lB - C\right)^2$$

$$A = \frac{\pi\rho_0 R^3 C_x}{m}, \quad B = \frac{2\pi\rho_0 R^5 C_x}{I} K_\alpha, \quad C = \frac{\pi\rho_0 R^5 C_x}{I} K_\omega$$

Здесь s — безразмерный путь, пройденный с момента окончания ударной стадии погружения t_* и отнесенный к диаметру цилиндра ($s(t_*) = 0$), $l = L/2R$ — безразмерная длина цилиндра, v_*, ω_*, α_* — значения скорости, угловой скорости и угла атаки при $t = t_*$.

В квазистационарном приближении ($K_\omega = 0$) параметр λ имеет положительное значение, т. е. прямолинейное поступательное движение цилиндра является неустойчивым. С ростом пути s под действием начальных возмущений, вносимых углом атаки α_* и угловой скоростью ω_*, развиваются колебания угла атаки, амплитуда которых с течением времени растет, пока не произойдет замыв боковой поверхности. Выражения для угла поворота цилиндра $\Delta\beta = (\beta - \beta_*)$ и поперечного смещения центра кавитатора (диска) $y_0(s)$ имеют тот же вид, что и для угла атаки, хотя и более громоздки.

С использованием методики пространственно-временных измерений кинематических параметров было проведено измерение углов поворота $\Delta\beta$ и поперечного смещения y_0 цилиндра. В результате обработки экспериментов, проведенных с различными моделями, и их сопоставления с теоретическими расчетами получены следующие значения вращательных производных: $K_\alpha = 0{,}09$; $K_\omega = 0{,}26$. На фиг. 8 приведена зависимость угла поворота $\Delta\beta$ от безразмерного пути s для стального цилиндра диаметром $2R = 30$ мм и длиной $L = 35$ мм ($m = 185$ г). Эксперименты проводились при скорости проникания $v_0 = 240$ м/с и угле входа $\theta = 60°$. Углы атаки изменялись в пределах $\pm 2°$. Сплошной линией изображены результаты расчетов по приближенной аналитической формуле при $K_\alpha = 0{,}09$; $K_\omega = 0{,}26$, штриховой при — $K_\alpha = 0{,}09$; $K_\omega = 0$.

Эксперименты подтверждают как колебательный характер движения цилиндра на подводной части траектории, так и возрастание амплитуды колебаний (во всем интервале изменения $0 < s < 50$ замыва боковой поверхности не было). Пользуясь полученными выше значениями для вращательных производных K_α, K_ω, в рамках предложенной теоретической модели можно исследовать зависимости λ и μ от безразмерной длины модели. Нетрудно показать, что для сплошных цилиндров $\lambda(l) > 0$ при $l > 0{,}2$. При $l \approx 0{,}6$ величина λ имеет максимум, а затем монотонно стремится к нулю. С ростом длины цилиндра влияние K_ω на величину λ быстро убывает (при $l = 3$ оно не превосходит 10%). Величина μ практически не зависит от K

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Ерошин В. А., Романенков Н. И., Серебряков И. В., Якимов Ю. Л.* Гидродинамические силы при ударе тупых тел о поверхность сжимаемой жидкости//Изв. АН СССР. МЖГ. 1980. № 6. С. 44—51.
2. *Ерошин В. А.* Экспериментальное изучение волн сжатия, возбуждающихся в упругом цилиндре при входе в воду//Прикладные проблемы прочности и пластичности. Горький: Изд-во Горьк. ун-та, 1990. Вып. № 46. С. 54—59.
3. *Ерошин В. А.* Проникание упругого цилиндра в воду с большой скоростью: Препринт № 5. М.: Ин-т механики МГУ, 1991. 83 с.
4. *Ерошин В. А., Плюснин А. В., Созоненко Ю. А., Якимов Ю. Л.* О методике исследования изгибных колебаний упругого цилиндра при входе в воду под углом к свободной поверхности//Изв. АН СССР. МЖГ. 1989. № 6. С. 164—167.
5. *Журавлев Ю. Ф.* Погружение в жидкость диска под углом к свободной поверхности//Сб. работ по гидродинамике. М.: ЦАГИ, 1959. С. 227—233.
6. *Шорыгин О. П., Шульман Н. А.* Вход диска в воду с углом атаки//Уч. зап. ЦАГИ. 1977. Т. 8. № 1. С. 12—21.
7. *Осьминин Р. И.* Измерение коэффициента момента силы, действующей на изолированный диск при его погружении под углом к свободной поверхности воды//Тр. ЦАГИ. 1976. Вып. 1741. С. 19—23.
8. *Ерошин В. А.* Погружение диска в сжимаемую жидкость под углом к свободной поверхности//Изв. АН СССР. МЖГ. 1983. № 2. С. 142—144.
9. *Ерошин В. А., Константинов Г. А., Романенков Н. И., Якимов Ю. Л.* Экспериментальное определение момента гидродинамических сил при несимметричном проникании диска в сжимаемую жидкость//Изв. АН СССР. МЖГ. 1990. № 5. С. 88—94.
10. *Ерошин В. А., Константинов Г. А., Романенков Н. И., Якимов Ю. Л.* Экспериментальное определение давления на диске при погружении в сжимаемую жидкость под углом к свободной поверхности//Изв. АН СССР. МЖГ. 1988. № 2. С. 21—25.
11. *Ерошин В. А., Константинов Г. А., Романенков Н. И., Якимов Ю. Л.* Распределение давления на поверхности сферического сегмента при погружении в сжимаемую жидкость//Изв. АН СССР. МЖГ. № 2. С. 9—14.
12. *Стрекалов В. В.* Рикошет при входе в воду диска, плоскость которого близка к вертикальной//Уч. зап. ЦАГИ. 1977. Т. 8. № 5. С. 66—73.
13. *Альев Г. А.* Пространственная задача о погружении диска в сжимаемую жидкость//Изв. АН СССР. МЖГ. 1988. № 1. С. 17—20.
14. *Баженов В. Г., Козлов Е. А., Крылов С. В.* Численное моделирование нелинейных двумерных задач ударного взаимодействия деформируемых сред и конструкций на основе метода С. К. Годунова//Прикладные проблемы прочности и пластичности: Горький, Изд-во Горьк. ун-та, 1990. Вып. 45. С. 99—106.
15. *Laumbach D.* Impact shock on blunt-nosed missile striking water with its axis normal to the water, S. C.— N. M.— 64. Sept. 2964. 25 p.
16. *Белл Дж. Ф.* Экспериментальные основы механики деформируемых твердых тел. Ч. 1. Малые деформации. М.: Наука, 1984. 596 с.
17. *De Vault G. P., Curtis C. W.* Elastic cylinder with free lateral surface and mixed time-dependent and conditions//J. Acoust. Soc. Amer. 1962. V. 30. № 4. P. 421—432.
18. *Плюснин А. В.* Расчет возмущений свободного торца цилиндра при ударном воздействии на другой торец//Некоторые задачи о поведении вязких и упругопластических конструкций. М.: Изд-во МГУ, 1989. С. 136—149.
19. *Серебряков И. В.* Устройство для определения ускорения: А. с. № 638897 СССР//Б. И. 1978. № 47.
20. *Ерошин В. А., Макаршин В. М., Константинов Г. А. и др.* Способ определения параметров движения объекта с зеркальной поверхностью и устройство для его осуществления: А. с. № 1486775 СССР//Б. И. 1989. № 22. С. 156.
21. *Джонс, Норвуд.* Распределение деформаций и напряжений в поперечном сечении упругого цилиндрического стержня в условиях осесимметричного импульсного нагружения//Прикл. механика: Тр. амер. о-ва инж.-мех. 1967. № 3. С. 280—288.
22. *Златин Н. А., Красильщиков А. П., Мишин Г. И., Попов Н. Н.* Баллистические установки и их применение в экспериментальных исследованиях. М.: Наука, 1974. 344 с.
23. *Ерошин В. А., Привалов В. А., Самсонов В. А.* Две модельные задачи о движении тела в сопротивляющейся среде//Сб. научно-методических статей по теоретической механике. М.: Высш. шк., 1987. Вып. 18. С. 75—78.

Москва

Поступила в редакцию
20.XII.1991