

УДК 533.6.011.5

© 1992 г. Л. В. ТЕРЕНТЬЕВА

СВЕРХЗВУКОВОЕ ОБТЕКАНИЕ ОБЛАСТЕЙ ЭНЕРГОВЫДЕЛЕНИЯ

В работе в рамках линейной теории решена задача о сверхзвуковом обтекании пространственных осесимметричных областей тепловыделения. Исследована зависимость распределения параметров по потоку от формы области тепловыделения.

Одним из механизмов подвода тепла к потоку является поглощение энергии лазерного излучения. Возникающая при этом задача о генерации волн объемными источниками тепловыделения рассмотрена в плоской постановке в работах [1—5]. Для решения использованы линейные [1], слаболинейные [2, 3] модели, а также проведены полные расчеты в рамках уравнений газовой динамики [4, 5]. Аналогичные задачи возникают и в астрофизике [6, 7]. Задача об обтекании слабых источников тепловыделения рассматривалась в общей постановке в работе [7], в которой была установлена аналогия между сверхзвуковым обтеканием тонких тел и слабых источников излучения. В работе [8] были исследованы автомодельные режимы обтекания конических и клиновидных областей тепловыделения сверхзвуковым потоком газа, а также решена задача об обтекании сферической области тепловыделения, в которой тепло подводится по гауссовскому закону.

Теплоподвод вблизи внешней поверхности летящего тела позволяет получить зоны повышенного и пониженного давления, которые можно использовать для улучшения его аэродинамических характеристик. Обзор работ по данной тематике дан в [9].

Пусть в потоке идеального совершенного газа имеются объемно распределенные источники энерговыведения. Мощность источника Q_m — количество тепла, подведенное к единице массы газа в единицу времени, считается известной функцией координат и времени, а также параметров состояния среды. Уравнения, описывающие движение газа, имеют вид

$$\frac{d\rho_1}{dt} + \rho_1 \operatorname{div} \mathbf{V}_1 = 0, \quad \frac{dV_1}{dt} + \frac{1}{\rho_1} \operatorname{grad} p_1 = 0$$

$$\frac{dh_1}{dt} - \frac{1}{\rho_1} \frac{dp_1}{dt} = Q_m, \quad h_1 = \frac{\gamma}{\gamma - 1} \frac{p_1}{\rho_1}$$

Здесь p_1 — давление, ρ_1 — плотность, \mathbf{V}_1 — вектор скорости, h_1 — удельная энтальпия, γ считается постоянным во всей области течения.

Задача об обтекании источника решается при следующих дополнительных предположениях. Никаких граничных условий на поверхности, ограничивающей область тепловыделения, не ставится — газ течет сквозь эти области. Рассматриваются только сверхзвуковые течения, в невозмущенной области поток считается однородным.

Предположим, что теплоподвод мал и поток слабо отклоняется от равномерного

$$Q_m = Q_0 q(x, y, z), \quad u_1 = u_\infty (1 + \varepsilon w), \quad v_1 = u_\infty \varepsilon v, \quad w_1 = u_\infty \varepsilon w,$$

$$p_1 = p_\infty (1 + \varepsilon p), \quad \rho_1 = \rho_\infty (1 + \varepsilon \rho), \quad \varepsilon = \frac{Q_0 L (\gamma - 1) p_\infty}{u_\infty \rho_\infty}$$

Ось X направлена по вектору скорости набегающего потока, $u_\infty, p_\infty, \rho_\infty$ — скорость, давление, плотность в набегающем потоке, $q(x, y, z)$ — безразмерный приток тепла, известная функция, Q_0 — характерная величина притока тепла, L — характерная длина.

Система линейных уравнений для безразмерных возмущений $p, \rho, \mathbf{V} = (u, v, w)$ — давления, плотности и вектора скорости имеет вид

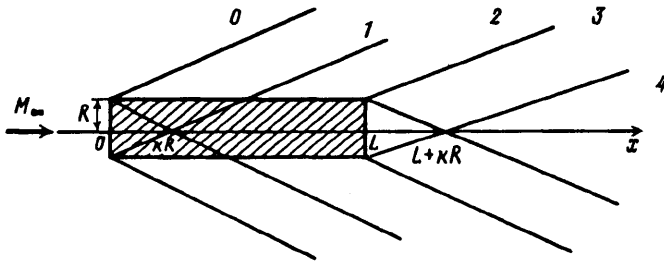
$$\frac{d\rho}{dx} + \operatorname{div} \mathbf{V} = 0$$

$$\frac{dV_1}{dx} + \frac{1}{\gamma M_\infty^2} \operatorname{grad} p = 0 \quad (1)$$

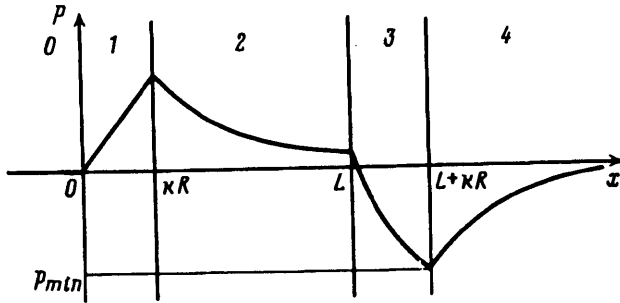
$$\frac{dp}{dx} - \gamma \frac{d\rho}{dx} = q(x, y, z), \quad M_\infty = \sqrt{\frac{\gamma p_\infty}{\rho_\infty}}$$

Введем потенциал скорости $\varphi(x, y, z)$, $\mathbf{V} = \operatorname{grad} \varphi$. Тогда для функции $\varphi(x, y, z)$ из системы (1) получаем следующее уравнение:

$$(M_\infty^2 - 1) \frac{\partial^2 \varphi}{\partial x^2} - \frac{\partial^2 \varphi}{\partial y^2} - \frac{\partial^2 \varphi}{\partial z^2} = -\frac{1}{\gamma} q(x, y, z)$$



Фиг. 1



Фиг. 2

Решение этого уравнения при однородных начальных условиях имеет вид

$$\varphi(x, y, z) = -\frac{1}{2\pi\gamma} \int_{\tau=0}^{\tau=x} \iint_{k^2 x - \tau} q(\tau, \xi, \eta) \frac{d\tau d\xi d\eta}{\sqrt{(x-\tau)^2 - k^2 r^2}}$$

$$r = r(x, y, \xi, \eta) = \sqrt{(y-\xi)^2 + (z-\eta)^2}, \quad k^2 = M_\infty^2 - 1$$

Зная потенциал $\varphi(x, y, z)$, можно определить компоненты скорости, а также возмущения давления и плотности

$$p = -\gamma M_\infty^2 u, \quad \rho = \frac{\rho}{\gamma} - \frac{1}{\gamma} \int q(x, y, z) dx$$

В случае задания теплоподвода вдоль бесконечно тонкой нити конечной длины («факела»), расположенной по потоку, формула давления имеет простой вид [10].

Предположим, что тепловыделение происходит равномерно в конечном объеме, имеющем форму кругового цилиндра радиуса R и длины L .

$$q(x, y, z) = Q, \quad y^2 + z^2 \leq R^2, \quad 0 \leq x \leq L, \quad Q = \frac{Q_s}{V}$$

$$q(x, y, z) = 0, \quad y^2 + z^2 > R^2$$

Здесь Q — объемная плотность теплоподвода, Q_s — суммарный теплоподвод, V — объем цилиндра. Для того чтобы получить решение для такого «теплового» цилиндра, надо проинтегрировать решение для факела по области S_0 плоскости $Y_0 Z_0$, определяемой неравенством $y_0^2 + z_0^2 \leq R_0^2$. При этом необходимо учесть, что область влияния для точки с координатами (x, y, z) ограничена обращенным назад характеристическим конусом $x - \tau > k\tau$, $r^2 = (y - y_0)^2 + (z - z_0)^2$. Все пространство, таким образом, разбивается на пять областей, отделенных друг от друга коническими поверхностями Маха (фиг. 1, на которой область энерговыведения заштрихована) (считаем, что $L > kR$). После замены переменных и перехода к полярным координатам повторные интегралы сводятся к однократным.

Решение имеет следующий вид:

$$\varphi(x, y, z) = J_1\left(0, \frac{x}{k}, 0, x - kr\right), \quad 0 \leq x \leq kR, \quad 0 \leq a \leq R - \frac{x}{k}$$

$$\varphi(x, y, z) = J_1\left(0, R - a, 0, x - kr\right) + J_2\left(R - a, \frac{x}{k}, 0, x - kr\right), \quad x \leq (a + R)k,$$

$$R - x/k < a \leq R$$

$$\varphi(x, y, z) = J_2\left(a - R, \frac{x}{k}, 0, x, -kr\right), \quad (a - R)k \leq x \leq (a + R)k, \quad a > R$$

$$\varphi(x, y, z) = J_1(0, R - a, 0, x - kr) + J_2(R - a, R + a, 0, x - kr), \quad kR \leq x \leq L$$

$$a \leq x/k - R, \quad 0 \leq a \leq R$$

$$\varphi(x, y, z) = J_2(a - R, R + a, 0, x - kr), \quad (a + R)k \leq x \leq (a - R)k + L, \quad a > R$$

$$\varphi(x, y, z) = J_1\left(0, \frac{x-L}{k}, 0, L\right) + J_2\left(\frac{x-L}{k}, R - a, 0, x - kr\right) + J_2(R - a, R + a, 0, x - kr),$$

$$x \geq L, \quad 0 \leq a \leq R - \frac{x-L}{k}$$

$$\varphi(x, y, z) = J_1(0, R - a, 0, L) + J_2\left(R - a, \frac{x-L}{k}, 0, L\right) - J_2\left(\frac{x-L}{k}, R + a, 0, x - kr\right)$$

$$x \leq (R + a)k + L, \quad R - (x - L)/k \leq a \leq R$$

$$\varphi(x, y, z) = J_2\left(a - R, \frac{x-L}{k}, 0, L\right) + J_2\left(\frac{x-L}{k}, R + a, 0, x - kr\right)$$

$$(a - R)k + L \leq x \leq (a + R)k + L, \quad a > R$$

$$\varphi(x, y, z) = J_1(0, R - a, 0, L) + J_2(R - a, R + a, 0, L), \quad x \geq kR + L, \quad 0 \leq a \leq R$$

$$a \leq (x - L)/k - R$$

$$\varphi(x, y, z) = J_2(a - R, a + R, 0, L), \quad x \geq (a + R)k + L, \quad a > R$$

$$a = \sqrt{y^2 + z^2}, \quad f(x, r, c) = \ln(x - c + \sqrt{(x - c)^2 + k^2 r^2}),$$

$$J_1(b_1, b_2, c_1, c_2) = -\frac{Q}{\gamma} \int_{b_1}^{b_2} (f(x, r, c_1) - f(x, r, c_2)) r dr$$

$$J_2(b_1, b_2, c_1, c_2) = -\frac{Q}{\gamma \pi} \int_{b_1}^{b_2} (f(x, r, c_1) - f(x, r, c_2)) \arccos \frac{R^2 - a^2 - r^2}{2ar} r dr$$

На оси абсцисс получаем следующее распределение возмущения давления, плотности и продольной компоненты скорости

$$0 \leq x \leq kR: p(x, 0, 0) = \frac{M_\infty^2 Q}{k^2} x, \quad \rho(x, 0, 0) = \frac{Q}{\gamma k^2} x$$

$$u(x, 0, 0) = -\frac{Q}{\gamma k^2} x$$

$$kR \leq x \leq L: p(x, 0, 0) = M_\infty^2 g_1(x), \quad u(x, 0, 0) = -\frac{1}{\gamma} g_1(x)$$

$$\rho(x, 0, 0) = \frac{M_\infty^2}{\gamma} \left[g_1(x) + \frac{M_\infty^2 - 1}{M_\infty^2} x \right], \quad g_1(x) = \frac{Q}{k^2} (x - \sqrt{x^2 - k^2 R^2})$$

$$L \leq x \leq L + kR: p(x, 0, 0) = M_\infty^2 g_2(x), \quad \rho(x, 0, 0) = \frac{M_\infty^2}{\gamma} g_2(x)$$

$$u(x, 0, 0) = -\frac{1}{\gamma} g_2(x), \quad g_2(x) = \frac{Q}{k^2} (L - \sqrt{x^2 - k^2 R^2})$$

$$x \geq L + kR: p(x, 0, 0) = M_\infty^2 g_3(x), \quad \rho(x, 0, 0) = \frac{M_\infty^2}{\gamma} g_3(x)$$

$$u(x, 0, 0) = -\frac{1}{\gamma} g_3(x)$$

$$g_3(x) = \frac{Q}{k^2} (L - \sqrt{x^2 - k^2 R^2} + \sqrt{(x - L)^2 - k^2 R^2})$$

На фиг. 2 приведен качественный вид зависимости $p(x, 0, 0)$. В точке $x = L + kR$ возмущение давления достигает своего минимального значения p_{\min} .

При $L < kR$ решение несколько отличается от случая $L > kR$. В частности, распределение возмущения давления на оси абсцисс имеет вид

$$0 \leq x \leq L: \quad p(x, 0, 0) = \frac{M_{\infty}^2 Q}{k^2} x$$

$$L \leq x \leq kR: \quad p(x, 0, 0) = \frac{M_{\infty}^2 Q}{k^2} L$$

$$kR \leq x \leq L + kR: \quad p(x, 0, 0) = M_{\infty}^2 g_2(x)$$

$$x \geq L + kR: \quad p(x, 0, 0) = M_{\infty}^2 g_3(x)$$

Однако минимальное значение возмущения давления достигается в той же точке $x = L + kR$ и имеет то же значение p_{\min} . Можно показать, что при $R = R^* = (4V/k\pi)^{1/3}$ и $L = L^* = (Vk^2/16\pi)^{1/3}$ достигается абсолютный максимум модуля p_{\min} , равный $M_{\infty}^2 Q / (2\pi V^2 k^4)^{1/3}$. Отношение R^* к L^* вообще не зависит от объема цилиндра и равно $4\sqrt{M_{\infty}^2 - 1}$.

Во всех случаях сверхзвукового обтекания цилиндрических областей тепловыделения за этими областями образуется протяженная зона пониженного давления. Размеры этой зоны позволяют поместить в нее тело, которое будет обладать меньшим сопротивлением по сравнению со случаем отсутствия теплоподвода [8].

Автор выражает благодарность В. А. Левину, руководившему работой.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Кучеров А. Н. Двумерные стационарные течения газа при слабом подводе энергии//Уч. зап. ЦАГИ. 1977. Т. 8. № 4. С. 19—38.
2. Белоконов В. А., Руденко О. В., Хохлов Р. В. Аэродинамические явления при сверхзвуковом обтекании лазерного луча//Акуст. журн. 1977. Т. 23. № 4. С. 632—634.
3. Карабутов А. А., Руденко О. В. Нелинейные плоские волны, возбуждаемые объемными источниками в движущейся с трансзвуковой скоростью среде//Акуст. журн. 1979. Т. 25. № 4. С. 536—542.
4. Федорченко А. Т. Двумерные нелинейные волновые процессы при импульсном локальном тепловыделении в газовом потоке//Акуст. журн. 1981. Т. 27. № 4. С. 595—604.
5. Федорченко А. Т. О генерации нелинейных волн в сверхзвуковом потоке объемными источниками тепловыделения//Акуст. журн. 1986. Т. 32. № 2. С. 230—237.
6. Краснобаев К. В., Сюняев Р. А. Расчет обтекания рентгеновского источника звездным ветром//Изв. АН СССР. МЖГ. 1983. № 4. С. 106—111.
7. Краснобаев К. В. Сверхзвуковое обтекание слабых источников излучения//Изв. АН СССР. МЖГ. 1983. № 4. С. 133—136.
8. Георгиевский П. Ю., Левин В. А. Сверхзвуковое обтекание объемных источников энерговыделения//Механика. Современные проблемы. М.: Изд-во МГУ, 1987. С. 93—99.
9. Течения газа с подводом тепла вблизи внешней поверхности тела, 1971. 312 с. (ЦАГИ. ОНТИ. Обзоры. Переводы. Рефераты. № 347. Обзоры).
10. Фоллз М. И. Влияние малого теплоподвода у кормовой поверхности тонкого осесимметричного тела на его аэродинамические характеристики//Неравновесные течения газа с физико-химическими превращениями. М.: Изд-во МГУ, 1985. С. 68—77.

Москва

Поступила в редакцию
29.V.1991