

УДК 532.529:537.84

© 1992 г. М. Ю. МУРОМСКИЙ, Ю. А. СЕРГЕЕВ

О РАСПРОСТРАНЕНИИ ВОЗМУЩЕНИЙ В ДИСПЕРСНОЙ СРЕДЕ НАМАГНИЧЕННЫХ ЧАСТИЦ

Рассмотрено распространение одномерных вертикальных возмущений концентрации намагниченных частиц в дисперсной среде жидкость — твердые частицы или газ — твердые частицы, находящейся во внешнем однородном магнитном поле, ориентированном параллельно или антипараллельно силе тяжести. Дан анализ распространения линейных возмущений. Найдены критерии линейной устойчивости слоев намагниченных твердых частиц, псевдооживленных газом и капельной жидкостью. Исследовано распространение нелинейных длинных (кинематических) волн концентрации в дисперсной среде намагниченных частиц. Показано, что в приближении кинематических волн распространение нелинейных возмущений концентрации описывается уравнением Бюргерса. Проанализировано образование областей с резким изменением концентрации («ударных» фронтов). Найдена структура ударного фронта, в частности его ширина. Показано, что магнитное поле приводит к уширению ударного фронта, препятствуя тем самым формированию разрывов концентрации и соответственно приводя к «размыванию» границ неоднородностей, формирующихся в псевдооживленном слое. Тем самым дано качественное объяснение стабилизации развитых неоднородных псевдооживленных слоев намагничивающихся твердых частиц в магнитном поле.

Устойчивость к малым возмущениям псевдооживленного слоя намагниченных частиц в однородном магнитном поле рассматривалась ранее в [1] в предположении малой плотности дисперсионной среды (газа) по сравнению с плотностью твердых частиц. Задача о стабилизации барботажных процессов электрическим или магнитным полем рассматривалась также в [2]; постановка задачи и результаты [2] справедливы для достаточно разреженных дисперсных систем поляризующихся или намагничивающихся частиц, капель или пузырей в жидкости.

1. Основные уравнения. Рассматривается распространение одномерных вертикальных возмущений концентрации дисперсной фазы в концентрированной дисперсной среде намагничивающихся твердых частиц, помещенных в однородное магнитное поле, вектор напряженности которого параллелен или антипараллелен направлению силы тяжести. Для описания движения фаз принимается модель дисперсной среды как двойного континуума, состоящего из взаимопроникающих взаимодействующих идеальных жидкостей.

Предполагается, что твердые частицы сферичны и имеют одинаковый радиус. Размер частиц считается малым, так что малы числа Рейнольдса $Re = aU/\nu$ (здесь a — радиус твердых частиц, U — относительная скорость жидкости (газа) и твердых частиц вдали от возмущения концентрации в расчете на полное сечение слоя частиц, ν — кинематическая вязкость). В указанных предположениях выражение для силы межфазного взаимодействия на единицу объема двухфазной среды имеет вид

$$f = -\rho \nabla p + \rho F_0(\rho) u, \quad u = v - w \quad (1.1)$$

Здесь ρ — объемная концентрация дисперсной фазы, p — давление сплошной фазы, v и w — средние скорости сплошной и дисперсной фаз соответственно, u — скорость относительного движения фаз. Выражение для силы межфазного взаимодействия (1.1) записано в предположении, что несущественны эффекты

нестационарного относительного движения сплошной фазы и твердых частиц. Такое предположение всегда оправдано для систем газ — твердые частицы; оценки его применимости для систем жидкость — твердые частицы содержатся, например, в [3]. Пусть сила межфазного взаимодействия не зависит от вектора намагниченности, что справедливо, в частности, для сферических частиц [1]. Кроме того, обусловленные наличием магнитного поля эффекты относительного ориентированного движения фаз можно не учитывать, что верно, например, для мелких частиц [4]. В указанных предположениях функцию межфазного взаимодействия при $Re \ll 1$ запишем в виде

$$F_0 = 2\gamma d_1 \nu a^{-2} \Phi(\rho), \quad \Phi(\rho) = (1 - \rho)^{-n} \quad (1.2)$$

В соответствии с результатами [5] $n = 11/4$. Взаимодействие между частицами дисперсной фазы считается обусловленным только явлениями намагниченности частиц. Эффекты, связанные с механическим взаимодействием частиц (см.; например, [6—8]), не рассматриваются; соответственно эффективное давление дисперсной фазы полагается равным нулю.

Полагая, что явления магнитоstriction и эффектами гистерезиса можно пренебречь (материал твердых частиц является магнитомягким), запишем выражение для силы действия магнитного поля на частицы дисперсной фазы в виде [1, 9]

$$f_m = \mu_0 \rho M(H) \vec{\nabla} H \quad (1.3)$$

где μ_0 и $M(H)$ — магнитная проницаемость вакуума и намагниченность материала частиц, H — напряженность магнитного поля. Связь напряженности поля с параметрами дисперсной фазы определяется уравнениями магнитного поля

$$\text{rot } H = 0, \quad \text{div } B = 0, \quad B = \mu_0 [H + \rho M(H) H/H] \quad (1.4)$$

Здесь B — индукция магнитного поля; последнее уравнение в (1.4) записано в виде, справедливом для магнитомягкого материала.

Будем для определенности рассматривать распространение продольных одномерных возмущений концентрации в однородном псевдооживленном слое (результаты для других концентрированных дисперсных систем в поле сил тяжести получаются переходом к надлежащей системе координат). Введем безразмерные переменные

$$x = Lx', \quad t = \frac{L}{U} t', \quad v = Uv', \quad w = Uw' \quad (u = Uu') \quad (1.5)$$

$$p = d_1 U^2 p', \quad H = H_0 H', \quad B = \mu_0 H_0 B', \quad M = H_0 M'$$

Здесь x — вертикальная координата, t — время, p — давление сплошной фазы. С учетом принятых допущений и определяющих соотношений запишем уравнения сохранения масс и импульсов фаз и магнитного поля в безразмерных переменных в виде [3, 7] (штрих у безразмерных переменных здесь и далее опущен)

$$\begin{aligned} \epsilon_t + (\epsilon v)_x &= 0, \quad \rho_t + (\rho w)_x = 0 \quad (\rho + \epsilon = 1) \\ v_t + w v_x &= -p_x - G - \alpha^{-1} R \rho \epsilon^{-1} \Phi(\rho) u \end{aligned} \quad (1.6)$$

$$w_t + w w_x = -\alpha p_x - G + R \Phi(\rho) u + A(H) H_x$$

$$H_x + [\rho M(H)]_x = 0$$

$$\alpha = \frac{d_1}{d_2}, \quad G = \frac{Lg}{U^2}, \quad R = \frac{9d_1 \nu L}{2d_2 U a^2} = \frac{9}{2} \frac{d_1}{d_2} \frac{L}{a} \frac{1}{Re} \quad (1.7)$$

$$A(H) = \frac{\mu_0}{d_2 U^2} M(H)$$

Здесь ε — пористость, d_2 — плотность материала твердых частиц.

Аналогичная модель использовалась в [2] для анализа распространения малых возмущений в дисперсных системах поляризующихся или намагничивающихся частиц, капель или пузырей. В отличие от модели настоящей работы модель [2] применима для разреженных дисперсных систем (в [2] использовано выражение для функции межфазного взаимодействия, соответствующее $\Phi = \text{const}$ в (1.2)). Это не позволяет непосредственно использовать результаты [2] для анализа устойчивости псевдооживленного слоя и других концентрированных дисперсных систем.

Из уравнений неразрывности с учетом условий невозмущенности потока на бесконечности $x \rightarrow \pm \infty$ найдем [7, 8]

$$u = \varepsilon^{-1} (1 - w) \quad (1.8)$$

Исключая давление непрерывной фазы, из (1.6) и (1.8) получим следующее уравнение, связывающее скорости фаз с концентрацией дисперсной фазы:

$$w_t + w w_x = \alpha (v_t + v v_x) + G(\alpha - 1) + R(1 - w)\varphi(\rho) + A(H)H_x; \quad \varphi = \varepsilon^{-2}\Phi(\rho) = (1 - \rho)^{-n-2} \quad (1.9)$$

Для определения стационарного решения положим

$$\rho = \rho_0 = \text{const} \quad (\varepsilon = \varepsilon_0 = 1 - \rho_0), \quad v = \varepsilon_0^{-1} \quad (1.10)$$

$$w = 0, \quad H = H_0 = \text{const}$$

Уравнение для стационарной концентрации ρ_0 найдем в виде

$$G(\alpha - 1) + R\varphi(\rho_0) = 0 \quad (\alpha < 1) \quad (1.11)$$

Магнитное поле не влияет на стационарное распределение концентрации.

2. Распространение линейных возмущений. Линеаризуем уравнения (1.6) в окрестности стационарного состояния (1.10), полагая ($\eta, v_1, w_1, H_1 \ll 1$)

$$\rho = \rho_0 + \eta, \quad v = \varepsilon_0^{-1} + v_1, \quad w = w_1, \quad H = H_0 + H_1$$

Заметим прежде всего, что линеаризованное выражение для магнитной силы $f_m = A(H)H_x$ в четвертом уравнении (1.6) сводится с помощью последнего уравнения системы (1.6) к виду

$$f_m = -\rho_0 \gamma \eta_x; \quad \gamma = \frac{\mu_0 M_0^2}{d_2 U^2 (1 + \rho_0 \chi_0)}, \quad \chi_0 = \left(\frac{dM}{dH} \right)_{H=H_0} \quad (2.1)$$

Здесь χ_0 — дифференциальная магнитная восприимчивость материала твердых частиц.

Из линеаризованных уравнений неразрывности дисперсной фазы в (1.6), уравнения (1.8) и соотношения (1.8) получим следующие уравнения, связывающие возмущения скоростей фаз и концентрацию дисперсной фазы:

$$\begin{aligned} \eta_t + \rho_0 w_x &= 0, \quad \varepsilon_0 v_1 + \rho_0 w = \varepsilon_0^{-1} \eta \\ w_t - \alpha (v_{1t} + \varepsilon_0^{-1} v_{1x}) + R(\varphi_0 w - \varphi_0' \eta) + \rho_0 \gamma \eta_x &= 0 \\ \varphi_0 &= \varphi(\rho_0), \quad \varphi_0' = (d\varphi/d\rho)_{\rho=\rho_0} \end{aligned} \quad (2.2)$$

Из (2.2) получим уравнение для возмущения концентрации дисперсной фазы в виде

$$\xi \left(\frac{\partial}{\partial t} + c_1 \frac{\partial}{\partial x} \right) \left(\frac{\partial}{\partial t} + c_2 \frac{\partial}{\partial x} \right) \eta + \left(\frac{\partial}{\partial t} + c_0 \frac{\partial}{\partial x} \right) \eta = 0$$

$$\xi = \frac{\varepsilon_0^{n+2} (\varepsilon_0 + \alpha \rho_0)}{R}; \quad c_0 = \frac{(n+2) \rho_0}{\varepsilon_0} \quad (2.3)$$

$$c_{1,2} = \frac{\rho_0 \varepsilon_0}{\varepsilon_0 + \alpha \rho_0} \left\{ -\frac{\alpha}{\varepsilon_0^2} \pm \left[\gamma + \frac{\alpha}{\rho_0 \varepsilon_0^3} (\rho_0^2 \varepsilon_0^2 \gamma - 1) \right]^{1/2} \right\}$$

Здесь n определено в (1.2), c_0 — скорость кинематической волны при концентрации частиц, соответствующей стационарному состоянию слоя ($\rho = \rho_0$), c_1 и c_2 — характеристические скорости системы (2.2).

Поскольку для всех значений параметров $c_1 > 0$, $c_2 < 0$, стационарное состояние слоя устойчиво к малым возмущениям при выполнении неравенства $c_1 > c_0$ [10], приводящего с учетом выражений для характеристических скоростей в (2.3) к условию линейной устойчивости вида

$$\gamma > \frac{\rho_0 [(n+2)(\varepsilon_0 + \alpha \rho_0) + \alpha]^2 + \alpha \varepsilon_0}{\rho_0 \varepsilon_0^3 (\varepsilon_0 + \alpha \rho_0)} \quad (2.4)$$

Далее учтем, что скорость газа U , входящая в определение безразмерного параметра γ (2.1), не может быть задана независимо от значения концентрации дисперсной фазы ρ_0 в равновесном однородном состоянии слоя. Связь между скоростью U и концентрацией ρ_0 для малых чисел Рейнольдса обтекания отдельных частиц определяется соотношением (см., например, [3])

$$U = 2/9 g a^2 d_1^{-1} \nu^{-1} (d_2 - d_1) (1 - \rho_0)^{n+2} \quad (2.5)$$

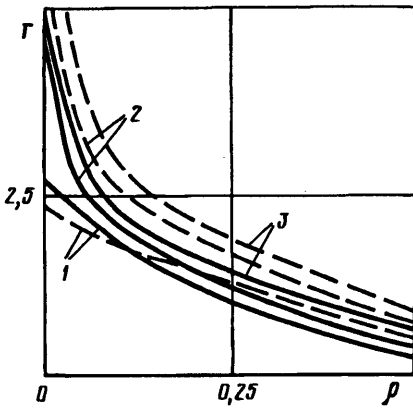
Используя соотношения (2.5) и (2.1), запишем условие устойчивости (2.4) в виде

$$N > \Gamma(\rho_0, \alpha, \chi_0); \quad N = \frac{9\sqrt{\mu_0} d_1 \nu M(H)}{2g a^2 \sqrt{d_2} (d_2 - d_1)} \quad (2.6)$$

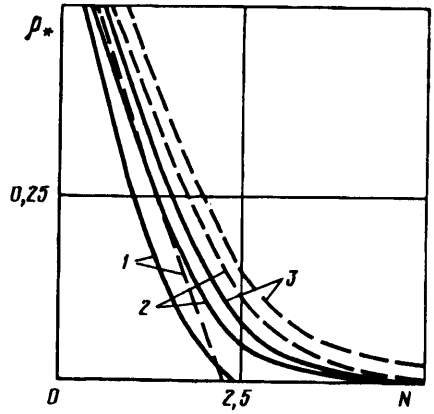
$$\Gamma(\rho, \alpha, \chi) = (1 + \chi \rho) \frac{\varepsilon^{n-1} \{ \rho [(n+2)(\varepsilon + \alpha \rho) + \alpha]^2 + \alpha \varepsilon \}}{\rho (\varepsilon + \alpha \rho)}$$

Здесь параметр N зависит только от намагниченности твердых частиц, их размеров и физических свойств фаз. Функция $\Gamma(\rho)$ монотонно убывает на промежутке $0 < \rho \leq 1$, причем при $\rho = 1$ $\Gamma = 0$. Для $\alpha \neq 0$ $\Gamma \rightarrow \alpha/\rho$ при $\rho \rightarrow 0$; при $\alpha = 0$ функция $\Gamma(\rho)$ ограничена и максимальное значение $\Gamma_{\max} = (n+2)^2$ достигается при $\rho = 0$. Вид функции $\Gamma(\rho)$ при $\chi = 0$ (сплошные линии) и $\chi = 1$ (штриховые линии) изображен на фиг. 1 кривыми 1—3 для $\alpha = 0, 0,3$ и $0,5$ соответственно.

Уравнение $N = \Gamma(\rho_0, \alpha, \chi_0)$ относительно ρ_0 имеет при $\alpha \neq 0$ единственное решение $\rho_0(N, \alpha, \chi_0)$ в интервале $0 < \rho \leq 1$ (при $\alpha = 0$ это уравнение либо имеет единственное решение, либо не имеет решений), такое, что стабилизированное состояние однородного псевдооживления имеет место в интервале концентрации $\rho_0 \leq \rho \leq 1$ (в действительности максимальное значение концентрации дисперсной фазы в псевдооживленном слое равно $\rho_{m\bar{c}} \approx 0,63$, так что указанный интервал должен быть заменен на $\rho_0 \leq \rho \leq \rho_{m\bar{c}}$; соответственно дополнительным условием возможности стабилизации состояния однородного псевдооживления является $\rho_0 \leq \rho_{m\bar{c}}$). Значения ρ_0 в зависимости от N приведены на фиг. 2 для $\chi_0 = 0$ (сплошные линии) и $\chi_0 = 1$ (штриховые линии) при $\alpha = 0, 0,2$ и $0,5$ кривыми 1—3 соответственно. Заметим, что при больших значениях N (при



Фиг. 1



Фиг. 2

$\alpha \neq 0$) для ρ , справедливо приближенное выражение $\rho_* = \alpha/N$, не зависящее от магнитной восприимчивости χ_0 .

Полученные значения ρ_* позволяют определить из (2.5) интервал скоростей газа (U_{mf} , U_{mb}), где U_{mf} — скорость минимального псевдооживления, $U_{mb} = U(\rho_*)$, в котором реализуется стабилизация однородного псевдооживленного слоя магнитным полем.

Для слоя твердых частиц, псевдооживленных газом, $\alpha = d_1/d_2 \ll 1$, $\Gamma = (1 + \chi\rho)(n + 2)^2 \varepsilon^{-2}$. В этом случае условие (2.6) переходит в условие стабилизации магнитным полем, полученное в [1] для $\alpha = 0$. Поскольку при $\alpha = 0$ функция $\Gamma(\rho)$ принимает на интервале $0 \leq \rho \leq 1$ максимальное значение при $\rho = 0$, из (2.6) следует возможность стабилизации слоя твердых частиц, псевдооживленных газом, во всем интервале изменения концентрации дисперсной фазы при выполнении условия $N \geq N_m = (n + 2)^2$. Полученный критерий не зависит от магнитных свойств материала частиц.

Результаты, приведенные выше для $\chi_0 = 0$, соответствуют достаточно сильному магнитному полю $H_0 > H_s$, когда имеет место магнитное насыщение материала твердых частиц и $M_0 = M(H_s) = M$, не зависит от напряженности поля.

Проанализируем теперь распространение линейной волны концентрации. В начальные моменты времени после возникновения возмущения (или на небольших расстояниях от источника возмущения) формируется волновой фронт [10], распространяющийся со скоростью c_1 и затухающий на расстоянии (в безразмерных переменных) порядка $c_1 R^{-1}$, где R определено в соотношениях (1.7). Характерное время затухания R^{-1} не зависит от магнитных свойств твердых частиц; характерный линейный масштаб затухания возмущений на малых временах тем меньше, чем меньше числа Рейнольдса обтекания отдельных частиц дисперсной фазы.

Рассмотрим случай сильного магнитного поля, когда намагниченность материала частиц высока и выполняется неравенство $\mu_0 M_0^2 \gg d_2 U^2$. В этом случае характеристические скорости $c_{1,2}$ определяются приближенным соотношением

$$c_{1,2} = \pm \rho_0 \varepsilon_0 (\varepsilon_0 + \alpha \rho_0)^{-1} \sqrt{\gamma} \quad (2.7)$$

Скорость распространения волнового фронта в начальные моменты запишем в размерных переменных в виде

$$c_1 \approx \frac{\rho_0 \varepsilon_0}{d_2 \varepsilon_0 + d_1 \rho_0} \sqrt{\frac{\mu_0 d_2}{1 + \chi_0 \rho_0}} M(H)$$

Линейный масштаб затухания определяется величиной

$$\frac{2 \mu_0^2 d_1^2 a^2 \rho_0 \epsilon_0 M(H_0)}{9 d_1 \nu (d_1 \epsilon_0 + d_2 \rho_0) (1 + \chi_0 \rho_0)^{1/2}}$$

При достаточно больших временах, когда возмущения, распространяющиеся со скоростью c_1 , затухают, основной вклад в распространение волны концентрации вносит возмущение, фронт которого движется со скоростью c_0 , не зависящей от магнитных свойств среды.

3. Длинные (кинематические) волны. Рассмотрим теперь распространение длинных волн концентрации в дисперсной среде намагничивающихся частиц в магнитном поле. Предположим, что характерный масштаб возмущения L велик, так что

$$G(1 - \alpha) = \frac{gL(d_2 - d_1)}{d_2 U^2} \gg 1, \quad R = \frac{9L}{2a} \frac{d_1}{d_2} \frac{1}{\text{Re}} \gg 1 \quad (3.1)$$

Ниже будем предполагать магнитное поле достаточно сильным, так что $H_0 > H_c$ и материал твердых частиц находится в состоянии магнитного насыщения. В этом случае параметр γ определяется соотношением $\gamma = \mu_0 M_0^2 / (d_2 U^2)$, а из последнего уравнения в (1.6) и последнего соотношения в (1.7) следует выражение для магнитной силы $A(H)H_x = -\gamma \rho_x$. С использованием предположений (3.1) запишем уравнение (1.9) в виде

$$(1 - w) \varphi(\rho) - \frac{\gamma}{R} \rho_x = K; \quad K = \frac{(1 - \alpha) G}{R} \approx \frac{2d_2(d_2 - d_1) a^2}{d_1^2 \nu U} \quad (3.2)$$

Из (3.2) и уравнения неразрывности дисперсной фазы получим уравнение распространения нелинейной волны концентрации дисперсной фазы в виде

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + c(\rho) \frac{\partial \rho}{\partial x} - \frac{\gamma}{R} \frac{\partial}{\partial x} \left[\frac{1}{\varphi(\rho)} \frac{\partial \rho}{\partial x} \right] = 0 \quad (3.3)$$

$$c = 1 + K \epsilon^{n+1} [(n+3)\rho - 1]$$

Здесь $c(\rho)$ — скорость кинематической волны [11], не зависящая от магнитных свойств среды. Уравнение (3.3) представляет собой уравнение Бюргерса с нелинейным диффузионным членом.

Вводя, как и в разд. 2, отклонение концентрации η от значения в однородном равновесном состоянии слоя ρ_0 из соотношения $\rho = \rho_0 + \eta$ и учитывая, что рассматриваются длинные волны, так что $\eta_x \ll \eta$, линеаризуем третье слагаемое в уравнении (3.3).

Для анализа параметров распространяющегося возмущения от намагниченности частиц дисперсной фазы и времени вернемся к размерным переменным. Для описания длинных волн концентрации намагниченных частиц в псевдооживленном слое получим уравнение Бюргерса

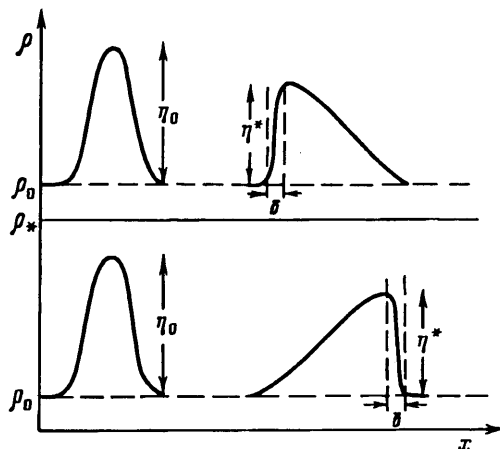
$$\frac{\partial \eta}{\partial t} + U c(\rho_0 + \eta) \frac{\partial \eta}{\partial x} - \frac{2\mu_0 M_0^2 a^2}{9 d_1 \nu} \frac{1}{\varphi(\rho_0)} \frac{\partial^2 \eta}{\partial x^2} = 0 \quad (3.4)$$

Будем далее рассматривать нелинейные возмущения, амплитуда которых такова, что концентрация не слишком сильно отличается от значения невозмущенной концентрации ρ_0 , и линеаризуем выражение для характеристической скорости в окрестности ρ_0 так, что

$$c(\rho_0 + \eta) = c_0 + \beta \eta; \quad c_0 = c(\rho_0) = (n+2) \rho_0 \epsilon_0^{-1} \quad (3.5)$$

$$\beta = (dc/d\rho)_{\rho=\rho_0} = \epsilon_0^{-2} (n+2) [2 - (n+3) \rho_0]$$

Здесь $\beta > 0$ при $0 < \rho_0 < \rho_c$, $\beta < 0$ при $\rho_c < \rho_0 < 1$, где ρ_c соответствует максимуму характеристической скорости $c(\rho)$ (для $n = 11/4$, $\rho_c = 8/23$ [11]). При



Фиг. 3

таким способом линеаризации характеристической скорости из рассмотрения исключается ближайшая окрестность точки $\rho = \rho_*$.

Особенности распространения кинематической волны удобно проанализировать на примере задачи Коши. Зададим для уравнения (3.4) начальное возмущение в виде импульса $\eta(x, 0) = \eta_0 S(x)$ амплитудой η_0 , имеющего характерный линейный масштаб L (см. фиг. 3). Фронт волны на достаточном удалении от начального возмущения описывается следующими выражениями [10] для «левой» и «правой» ветвей характеристической скорости соответственно

$$\rho < \rho_*: 0 < x - U c_0 t < \sqrt{2\eta_0 \beta U L t}, \quad \eta = \frac{x}{U \beta t} - \frac{c_0}{\beta} \quad (3.6)$$

$$x - U c_0 t > \sqrt{2\eta_0 \beta U L t}, \quad \eta = 0$$

$$\rho > \rho_*: \sqrt{2\eta_0 |\beta| U L t} < x - c_0 t < 0, \quad \eta = \frac{c_0}{|\beta|} - \frac{x}{U |\beta| t} \quad (3.7)$$

$$0 < x - U c_0 t < \sqrt{2\eta_0 |\beta| U L t}, \quad \eta = 0$$

Вид решения для левой и правой ветвей характеристической скорости $c(\rho)$ схематически изображен на фиг. 3.

При анализе распространения нелинейных волн концентрации частиц в дисперсных системах основной интерес представляют условия формирования областей с резкими изменениями или разрывами концентрации дисперсной фазы, моделирующих границы формирующихся неоднородностей. Координата фронта волны определяется для левой и правой ветвей характеристической скорости соответственно соотношениями $x = U c_0 t \pm \sqrt{2\eta_0 |\beta| U L t}$, а скорость «ударного» фронта

$$D = U c_0 \pm \sqrt{\eta_0 |\beta| U L / (2t)} \quad (3.8)$$

В отсутствие магнитного поля полученные соотношения задают координаты и скорости распространяющихся разрывов концентрации дисперсной фазы, формирующихся соответственно в передней и задней частях кинематической волны (т. е. на участках возмущения, соответствующих уплотнению и разрежению дисперсной фазы) [11]. При обусловленном намагниченностью частиц их взаимодействии полученные соотношения определяют координаты и скорости волновых фронтов с резким непрерывным изменением концентрации. Аналогично [11] находим, что полученное решение описывает формирование ударных фронтов в случае $\rho < \rho_*$ при распространении волны уплотнения концентрации дисперсной фазы и в случае $\rho > \rho_*$ при распространении волны разрежения (см. фиг. 3).

Из решения задачи для уравнения (3.4) следуют выражения для амплитуды η^* и ширины δ ударного фронта:

$$\eta^* = \sqrt{\frac{2\eta_0 |\beta| L}{Ut}}, \quad \delta = \frac{\sqrt{2} \mu_0 M_s^2 a^2 \rho_0 \sqrt{t}}{9d_1 \nu \varphi(\rho_0) \sqrt{\eta_0 |\beta| UL^3}} \quad (3.9)$$

Полученные выражения определяют структуру ударного фронта. Из (3.9), в частности, следует, что ширина ударного фронта пропорциональна квадрату намагниченности твердых частиц, возрастает со временем как $t^{1/2}$, не зависит от плотности частиц дисперсной фазы и в то же время пропорциональна квадрату их размера. Полученный результат означает, что магнитное поле оказывает стабилизирующее воздействие на развитый псевдооживленный слой, приводя к «размыванию» границ формирующихся в слое неоднородностей.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Rosensweig R. E.* Magnetic stabilization of the state of uniform fluidization//Ind. & Engng Chem. Fundam. 1979. V. 18. № 3. P. 260—269.
2. *Налетова В. А.* Стабилизация барботажных процессов электрическим полем//Изв. АН СССР. МЖГ. 1982. № 4. С. 5—12.
3. *Бородуля В. А., Гупало Ю. П.* Математические модели химических реакторов с кипящим слоем. Минск: Наука и техника. 1976. 207 с.
4. *Бувич Ю. А.* Континуальная механика монодисперсных суспензий. О свойствах суспензии сферических диполей во внешнем поле//ПММ. 1974. Т. 38. № 2. С. 301—311.
5. *Горошко В. Д., Розенбаум Р. Б., Тодес О. М.* Приближенные закономерности гидравлики взвешенного слоя и стесненного падения//Изв. вузов. Нефть и газ. 1958. № 1. С. 125—131.
6. *Нигматулин Р. И.* Основы механики гетерогенных сред. М.: Наука, 1978. 336 с.
7. *Курдюмов В. Н., Сергеев Ю. А.* О распространении нелинейных волн в псевдооживленном слое при взаимодействии частиц дисперсной фазы//Изв. АН СССР. МЖГ. 1987. № 2. С. 81—89.
8. *Сергеев Ю. А.* О распространении волн и скачков концентрации дисперсной фазы в псевдооживленном газом слое слабозаимодействующих твердых частиц//Изв. АН СССР. МЖГ. 1988. № 5. С. 77—85.
9. *Cowley M. D., Rosensweig R. E.* The interfacial stability of a ferromagnetic fluid//J. Fluid Mech. 1967. V. 30. № 4. P. 671—688.
10. *Уизем Дж. Б.* Линейные и нелинейные волны: Пер. с англ. М.: Мир, 1977. 622 с.
11. *Сергеев Ю. А.* Распространение нелинейных волн в бидисперсном псевдооживленном слое//Изв. АН СССР. МЖГ. 1985. № 1. С. 49—58.

Москва

Поступила в редакцию
13.VI.1991