

УДК 532.529:533.6.011.55

© 1992 г. А. Н. ОСИПЦОВ, Е. Г. ШАПИРО

ДВУХФАЗНЫЙ ВДУВ С ЛОВОЙ ПОВЕРХНОСТИ ЗАТУПЛЕННОГО ТЕЛА В ГИПЕРЗВУКОВОМ ПОТОКЕ

Исследование термоэрозионного поведения некоторых материалов в высокоэнтальпийных газовых потоках, а также разработка новых способов активной тепловой защиты [1—3] ставят задачу исследования влияния дисперсных частиц, вводимых в поток с обтекаемой поверхности, на ее тепловые нагрузки. В указанных выше приложениях с твердой поверхности происходит вдув смеси газа и дисперсных частиц, движущихся далее в тонкой пристеночной области.

Ниже предложена математическая модель гиперзвукового обтекания лобовой поверхности осесимметричного затупленного тела стационарным потоком газа при заданном двухфазном вдуве с поверхности. Для описания течения в пристеночной области использована двухконтинуальная модель запыленного газа [3]. Задача решается в приближениях пограничного слоя и тонкого вязкого ударного слоя. На основе численных расчетов получено распределение параметров несущей и дисперсной фаз вблизи оси симметрии. Найдены параметры подобия, определяющие конвективный теплообмен. Проведено сравнение тепловых потоков в критическую точку тела в случаях отсутствия и наличия частиц. Определен диапазон параметров, в котором наличие частиц может существенно снизить тепловые потоки.

Ранее двухфазный вдув в сверхзвуковой поток в пренебрежении вязкостью и теплопроводностью несущей фазы рассматривался в [4]. Влияние частиц на течение в пограничном слое без эффектов вдува исследовано в [5—6].

1. Постановка задачи. Рассмотрим стационарное обтекание осесимметричного затупленного тела однородным гиперзвуковым потоком совершенного газа. С лобовой поверхности тела осуществляется заданный вдув смеси газа и частиц, поэтому в приповерхностной зоне формируется течение запыленного газа. Введем систему координат x^* , y^* ; ось x^* направлена по образующей, y^* — по нормали к телу. Отметим индексом s параметры среды частиц, ∞ — параметры на бесконечности, w — параметры вдуваемой смеси, звездочкой — размерные величины, где их необходимо отличать от соответствующих безразмерных величин, индекс s относится к параметрам торможения. Введем безразмерные переменные

$$x = \frac{x^*}{L}, \quad y = \frac{y^*}{L}, \quad \rho = \frac{\rho^*}{\rho_\infty^*}, \quad \rho_s = \frac{\rho_s^*}{\rho_{s\infty}^*}$$

$$\mu = \frac{\mu^*}{\mu_c^*}, \quad p = \frac{p^*}{\rho_\infty^* V_\infty^2}, \quad T = \frac{2c_p T^*}{V_\infty^2}, \quad T_s = \frac{2c_p T_s^*}{V_\infty^2}$$

Здесь L — характерный размер обтекаемого тела, c_p — теплоемкость газа при постоянном давлении, температуры отнесены к температуре торможения газа при гиперзвуковой скорости. Компоненты скоростей фаз отнесем к V_∞ . В безразмерной форме уравнения движения запыленного газа [3] с учетом вязкости и теплопроводности несущей фазы примут вид

$$\operatorname{div} \rho \mathbf{V} = 0, \quad \operatorname{div} \rho_{st} \mathbf{V}_{st} = 0$$

$$\rho (\nabla \vec{V}) \mathbf{V} + \nabla p + \alpha \beta \mu \sum_i \rho_{si} (\mathbf{V} - \mathbf{V}_{si}) = \frac{\varepsilon}{\kappa} \left[-\vec{\nabla} \left(\frac{2}{3} \mu \operatorname{div} \mathbf{V} \right) + 2 \operatorname{div} \dot{\mathbf{S}} \right]$$

$$\rho (\nabla \vec{V}) T = 2 (\nabla \vec{V}) p + \frac{2\varepsilon}{\kappa} \left[2\mu \dot{\mathbf{S}}^2 - \frac{2}{3} \mu (\operatorname{div} \mathbf{V})^2 \right] + \frac{\varepsilon}{\kappa \operatorname{Pr}} \operatorname{div} (\mu \nabla T) +$$

$$+ 2\alpha \beta \mu \sum_i \rho_{si} |\mathbf{V} - \mathbf{V}_{si}|^2 + \frac{2}{3} \frac{\alpha \beta \mu}{\operatorname{Pr}} \sum_i \rho_{si} (T_{si} - T), \quad \mu = T^\circ$$

$$(\mathbf{V}_{si} \nabla) \mathbf{V}_{si} = \beta \mu (\mathbf{V} - \mathbf{V}_{si}), \quad p = \frac{\gamma - 1}{2\gamma} \rho T$$

$$(\mathbf{V}_{si} \nabla) T_{si} = \frac{2}{3} \frac{c_p}{\operatorname{Pr}} \frac{c_p}{c_s} \beta \mu (T - T_{si}) \quad (1.1)$$

$$\kappa = \frac{\gamma - 1}{\gamma + 1}, \quad \operatorname{Pr} = \frac{c_p \mu^*}{\lambda^*}, \quad \varepsilon = \frac{1}{\operatorname{Re}} = \frac{\mu^* \kappa}{V_\infty L \rho_\infty^*}$$

$$\alpha = \frac{\rho_{sw}^*}{\rho_\infty^*}, \quad \beta = \frac{6\pi \sigma \mu_c^* L}{m V_\infty}$$

Здесь γ — показатель адиабаты, $1/\kappa$ — сжатие газа при гиперзвуковой скорости, c_s — теплоемкость вещества частиц, $\dot{\mathbf{S}}$ — тензор скоростей деформации [7]. Считается, что частицы обтекаются в режиме сплошной среды при малых числах Рейнольдса. В (1.1) учтена возможность пересечения траекторий частиц и возникновения зон неоднозначности их параметров — индекс i соответствует каждому из значений параметров частиц в областях из неоднозначности. Члены, описывающие воздействие частиц на газ, обращаются в ноль там, где частиц нет, т. е. $\rho_{si} = 0$.

Считается, что вдали от тела задан однородный поток чистого газа. На поверхности тела заданы параметры двухфазного вдува

$$u_w = u_{sw} = 0, \quad v(x, 0) = v_w, \quad v_s(x, 0) = v_{sw} \quad (1.2)$$

$$T(x, 0) = T_w, \quad T_s(x, 0) = T_{sw}, \quad \rho_{sw} = 1$$

Предполагаем, что числа Рейнольдса обтекания тела велики ($\varepsilon \ll 1$) и что скорость натекающего потока гиперзвуковая ($M_\infty^2 \gg 1$). Вдвух считаем слабым, так что не происходит отгеснения пограничного слоя. При этом возможны ситуации, когда частицы остаются внутри области пограничного слоя и когда частицы вылетают за границу пограничного слоя. Ниже рассмотрим эти случаи отдельно, используя приближения пограничного слоя и тонкого вязкого ударного слоя.

2. Приближение двухфазного пограничного слоя. Рассмотрим случай достаточно слабого вдува, так что двухфазное течение происходит на масштабах пограничного слоя. Тогда внешнее невязкое течение есть течение чистого газа. Ограничимся исследованием течения в окрестности оси симметрии. Пусть u_e — безразмерный градиент скорости невязкого обтекания в критической точке $u_e = du/dx(0,0)$. Введем погранслоиную координату $\eta = y u_e^{1/2} / \varepsilon^{1/2}$ и будем искать решение (1.1) вблизи оси симметрии внутри пограничного слоя в виде следующих рядов:

$$u = u_e x f(\eta) + \dots, \quad u_s = u_e x f_s(\eta) + \dots \quad (2.1)$$

$$v = (u_e \varepsilon)^{1/2} g(\eta) + \dots, \quad v_{si} = (u_e \varepsilon)^{1/2} g_{si}(\eta) + \dots$$

$$\rho(\eta) + \dots, \quad \rho_{si}(\eta) + \dots, \quad T(\eta) + \dots, \quad T_{si}(\eta) + \dots$$

Подставляя (2.1) в (1.1) и оставляя главные члены по ϵ и по x , получаем для параметров несущей фазы следующую систему:

$$\rho \left(f^2 + g \frac{df}{d\eta} \right) - \frac{1}{\kappa} + \alpha\beta\mu \sum_i \rho_{si} (f - f_{si}) = \frac{1}{\kappa} \frac{d}{d\eta} \left(\mu \frac{df}{d\eta} \right) \quad (2.2)$$

$$\rho g \frac{dT}{d\eta} + \frac{2}{3} \frac{\alpha\beta_1}{\text{Pr}} \mu \sum_i \rho_{si} (T - T_{si}) = \frac{1}{\kappa} \frac{d}{d\eta} \left(\mu \frac{dT}{d\eta} \right)$$

$$\frac{d}{d\eta} (\rho g) + 2\rho f = 0, \quad \mu = T^\infty$$

Здесь $\beta_1 = \beta/u_s$. Чтобы избежать проблемы, связанной с неоднозначностью параметров частиц в эйлеровых координатах из-за возможных пересечений траекторий частиц, введем лагранжевы координаты x_0, t (x_0 — абсцисса начала траектории частиц на поверхности тела, t — безразмерное время движения частицы по траектории). Аналогичный подход использовался ранее в [5]. В том же приближении, что и (2.2), уравнения дисперсной фазы в лагранжевых координатах на оси симметрии примут вид

$$\frac{d\eta_s}{dt} = g_s, \quad \frac{df_s}{dt} = \beta\mu (f - f_s)$$

$$\frac{dg_s}{dt} = \beta\mu (g - g_s), \quad \frac{dT_s}{dt} = \frac{2}{3} \frac{c_p}{\text{Pr}} \beta\mu (T - T_s) \quad (2.3)$$

$$\frac{1}{\rho_s} = \left| \frac{g_s}{g_{sw}} \right| \left(\frac{\partial x_s}{\partial x_0} \right)^2$$

Для определения $\rho_s(t)$ из последнего уравнения введем дополнительные функции

$$w_1 = \frac{\partial x_s(x_0, t)}{\partial x_0} \Big|_{x_0=0}, \quad w_2 = \frac{\partial u_s(x_0, t)}{\partial x_0} \Big|_{x_0=0}$$

Для их определения, дифференцируя по x_0 уравнения движения частиц в проекции на ось x , получаем

$$\frac{dw_1}{dt} = w_2, \quad \frac{dw_2}{dt} = \beta\mu (fw_1 - w_2) \quad (2.4)$$

Граничные условия для уравнений (2.2)–(2.4) на поверхности тела и условия срачивания с внешним потоком принимают вид

$$\eta = 0: f = 0, \quad g = g_w, \quad T = T_w \quad (2.5)$$

$$\eta \rightarrow \infty: f \rightarrow 1, \quad T \rightarrow 1$$

$$t = 0: \eta_s = 0, \quad g_s = g_{sw}, \quad f_s = 0$$

$$T_s = T_{sw}, \quad \rho_s = 1, \quad w_1 = 1, \quad w_2 = 0$$

В (2.2) по i суммируются значения источников членов, соответствующие возникающим в случае пересечения траекторий частиц различным значениям параметров дисперсной фазы при одном и том же значении η .

3. Метод и результаты численного решения. Полученные уравнения двухфазного пограничного слоя вблизи оси симметрии решались численно конечно-разностным методом.

Для удобства численных расчетов в уравнениях (2.2)–(2.3) была проведена замена переменного $\pi\xi = 2 \arctg(\pi\eta/2)$. Эта замена переводит область интегрирования в отрезок $[0, 1]$ и позволяет проводить интегрирование с постоянным шагом $\Delta\xi$, получая при этом в исходной координате сгущение

сетки вблизи поверхности тела. При интегрировании системы (2.2)—(2.5) использовался двухэтапный итерационный процесс, аналогичный [5]. На первом этапе также итерационной процедурой ищется решение уравнений несущей фазы (2.2), распределение параметров частиц считается при этом известным. По заданному начальному приближению $T(\xi)$ и $f(\xi)$ из уравнения неразрывности находится $g(\xi)$, затем прогонкой рассчитываются новые значения $T(\xi)$ и $f(\xi)$. Процесс продолжается до сходимости. На втором этапе итерационного процесса методом Эйлера с пересчетом находится решение уравнений дисперсной фазы (2.3)—(2.4) при известных газодинамических параметрах. Значения параметров частиц при этом определяются в узловых точках решения задачи (2.2). Итерационный процесс начинается от концентраций частиц $\alpha = 0$ и продолжается до $\alpha = 20$. При расчете большинства вариантов шаг интегрирования по ξ принимался равным 10^{-3} , было положено $Pr = 0,7$; $\omega = 0,5$.

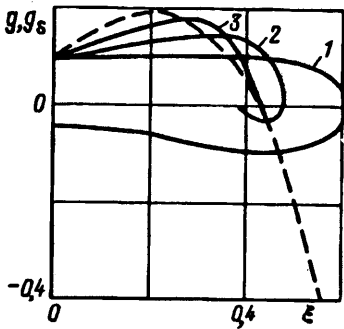
Внутри пограничного слоя на оси симметрии при двухфазном вдуве реализуется течение в окрестности критической точки, находящейся на конечном расстоянии от поверхности тела. Существуют два качественно различных режима движения инерционных частиц вблизи критической точки [8, 5]: если β_1 больше некоторого значения β_{1c} , частица не достигает критической точки за конечное время, а если меньше — достигает с конечной скоростью.

В задачах обтекания затупленных тел первый режим течения называют обычно режимом отсутствия инерционного осаждения частиц, а второй — режимом инерционного осаждения [8]. В рассматриваемом случае «подвешенной» критической точки при $\beta_1 < \beta_{1c}$ частица пролетает критическую точку и попадает в область встречного течения газа, в результате чего разворачивается и снова летит к телу. Вообще говоря, в этом режиме частицы совершают колебательные движения, но при численных расчетах учитывался только один разворот частиц, так как концентрация частиц, движущихся к телу, была уже на порядок меньше концентрации частиц, движущихся от тела. Поэтому индекс i при вычислении источниковых членов в уравнениях (2.2) принимал два значения, соответствующих частицам, движущимся от тела и к телу. При $\beta_1 \geq \beta_{1c}$ частицы обладают малой инерционностью и движутся при малом скоростном отставании от скорости вдуваемого газа. На внешней границе вдуваемого газа частицы образуют слой повышенной концентрации подобно слою накопления частиц вблизи поверхности тела, обтекаемого запыленным газом [5].

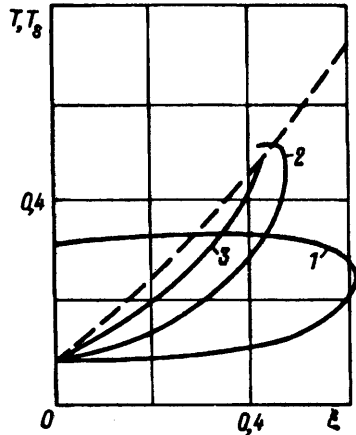
Из результатов численных расчетов следует, что толщина слоя вдува существенно зависит от параметров вдуваемой смеси, однако критическое значение β_{1c} при всех значениях T_w , v_w , α (при $v_{sw} = v_w$, $T_{sw} = T_w$) оказалось равным 5.

На фиг. 1, 2 приведены профили нормальной составляющей скорости g и температуры T газа (штриховые линии) и частиц. Цифры 1—3 у сплошных линий соответствуют параметру релаксации $\beta_1 = 0,05$; 1 и 5. При $\beta_1 = 0,05$ частицы проходят через область вдува, практически не меняя своих параметров, затормаживаются в области встречного течения и с конечной скоростью достигают стенки (кривые 1 на фиг. 1, 2). При $\beta_1 = 1$ частицы разворачиваются как в области встречного течения, так и в области вдува (кривые 2 на фиг. 1, 2), совершая колебательные движения вблизи границы области вдува. Для упрощения расчетов пренебрегаем отраженными от стенки частицами и учитываем только один разворот частиц. При $\beta_1 = 5$ рассогласование скоростей и температур фаз мало. Частицы не выходят за пределы области вдува, образуя на его границе слой повышенной концентрации. При увеличении β_1 профили параметров фаз сближаются и при $\beta_1 \geq 20$ практически совпадают.

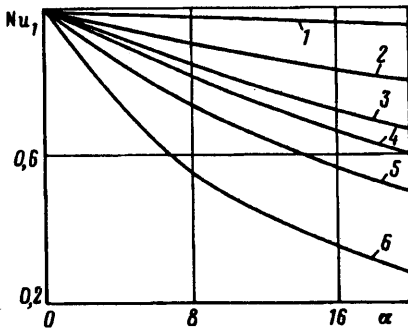
Основной целью настоящей работы было исследование влияния параметров вдуваемой смеси на тепловые потоки к стенке. Зависимость $Nu_1 = Nu/Nu_0(\alpha)$ (отношение теплового потока в критическую точку при вдуве газозвеси к тепловому потоку при вдуве чистого газа от массовой концентрации частиц) представлена на фиг. 3. Номера кривых 1—5 соответствуют $\beta_1 = 0,05$; 1; 5; 10; 50; $T_w = T_{sw} = 0,1$; $g_w = g_{sw} = 0,1$; $c_p/c_s = 0,25$. Расчеты показали, что при всех



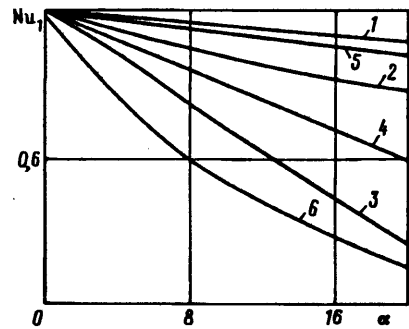
Фиг. 1



Фиг. 2



Фиг. 3

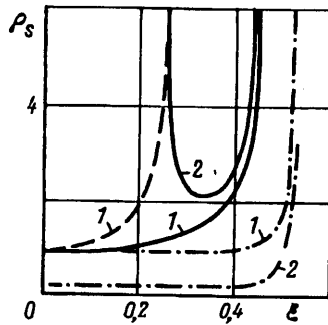


Фиг. 4

рассмотренных значениях $0,25 \leq c_p/c_s \leq 1$, g_w , T_w присутствие тяжелых частиц $\beta_1 \ll \beta_c$ даже при больших концентрациях α слабо снижает тепловые потоки. Наличие мелких частиц приводит к существенному уменьшению тепловых потоков, причем для каждого значения c_p/c_s существует предел по увеличению β_1 , после которого параметры течения практически не меняются. При таких β_1 вдуваемый газ и частицы находятся в состоянии, близком к равновесному, и могут рассматриваться как газ с эффективными параметрами. При малых скоростях вдува наличие примеси менее существенно, чем при больших скоростях.

Исследование влияния температуры вдуваемой смеси показало, что уменьшение T_w аналогично увеличению скорости вдува, так как уменьшение T_w (при фиксированном давлении) сопровождается увеличением плотности и, следовательно, расхода вдуваемого газа. При увеличении расхода вблизи стенки возникает область газа со слабо меняющимися скоростью и плотностью. При двухфазном вдуве с увеличением расхода падает не только абсолютная величина теплового потока, но и усиливается эффект снижения тепловых потоков за счет присутствия частиц. На фиг. 4 приведена зависимость $Nu_1(\alpha)$ для $\beta_1 \geq 20$ при $c_p/c_s = 1$ для $g_w = g_{sw} = 0,05; 0,1; 0,2$; $T_w = T_{sw} = 0,1$ — кривые 1—3; $g_w = g_{sw} = 0,1$; $T_w = T_{sw} = 0,05; 0,2$ — линии 4—5.

Была проведена серия расчетов теплообмена для случая, когда частицы сохраняют постоянную температуру T_{sw} . Этот режим имеет место либо в случае $c_s \gg c_p$, либо когда на поверхности частиц идет испарение и вся энергия, подводимая за счет теплопроводности в газе тратится на фазовый переход [9]. В этом случае влияние частиц на коэффициент теплоотдачи более существенно, чем в случае переменной T_{sw} . На фиг. 4 линия 6 соответствует $\beta_1 = 5$, $T_s = T_{sw} = 0,05$; $g_w = 0,1$.



Фиг. 5

4. Приближение тонкого вязкого ударного слоя. Как было показано выше, присутствие инерционных частиц ($\beta_1 \ll \beta_{1c}$) практически не сказывается на параметрах пограничного слоя. Однако достаточно тяжелые частицы могут пересечь пограничный слой и оказаться в области невязкого течения. Для описания таких режимов воспользуемся концепцией тонкого вязкого ударного слоя [10, 11]. В этом случае давление нельзя считать не зависящим от нормальной координаты и систему уравнений движения несущей фазы на оси симметрии, аналогичную (2.2), необходимо дополнить уравнением для определения давления

$$\frac{dp_2}{dy} = - \frac{\delta \rho_0 f_1^2}{1 + \delta y}, \quad p = p_0 + p_2(y) x^2 + \dots \quad (4.1)$$

Здесь y отнесено к толщине ударного слоя δ , которая определяется из уравнения неразрывности, записанного в интегральной форме

$$\delta \int_0^1 2\rho_0 f_1 (1 + \delta y) dy = \frac{\rho_w g_w}{\sqrt{Re}} + (1 + \delta)^2 \quad (4.2)$$

Индексами 0, 1, 2 здесь отмечены соответствующие коэффициенты разложения параметров несущей фазы по продольной координате.

Уравнения движения частиц имеют такой же вид, что и (2.3). Граничные условия на теле совпадают с (1.2), а вместо условий на внешней границе пограничного слоя используются условия Рэнкина — Гюгоньо на ударной волне. Метод решения получившейся системы уравнений аналогичен описанному в разд. 3. Оказалось удобным от переменной y перейти к $\xi = \ln(1 + y\sqrt{Re}) / \ln(1 + \sqrt{Re})$, что позволило при фиксированном $\Delta\xi$ получить сгущение сетки вблизи поверхности тела. Результаты расчетов для режимов, когда частицы не покидают области пограничного слоя, дали полное совпадение с результатами, описанными в разд. 3. При режимах вдува $g_{sw} \gg g_w$ целесообразно пользоваться моделью вязкого ударного слоя. Расчеты показали, что при таких режимах возрастает экранирующая роль дисперсной фазы.

Сравнение линий 2 ($g_w = g_{sw} = 0,1$) и 6 ($g_w = 0,1; g_{sw} = 1$) на фиг. 3 показывает существенное снижение Nu/Nu_0 даже для сравнительно тяжелых частиц $\beta_1 = 1$. Представляют интерес качественно различные распределения плотности среды частиц, возникающие при различных параметрах вдува. На фиг. 5 приведены профили $\rho_{s0}(\xi)$ при $g_w = 0,1$ и $g_{sw} = 1$, $\beta_1 = 0,05$ — штрихпунктир; $g_{sw} = 1$, $\beta_1 = 5$ — пунктир; $g_{sw} = 10$; $\beta_1 = 5$ — сплошная линия. Кривые 1 соответствуют плотности частиц, движущихся от тела, кривые 2 — к телу после разворота. Видно, что в точке разворота плотность частиц резко возрастает. Для очень инерционных частиц $\beta_1 = 0,05$ плотность частиц, движущихся к телу, на порядок меньше исходного значения. Для случая $g_{sw} = 10$ частицы, развернувшись в области невязкого течения, тормозятся на внешней границе слоя вдува газа. Здесь образуются две зоны повышенной плотности частиц. Все возникающие особенности

концентрации дисперсной фазы являются интегрируемыми, поэтому, как правило, не нарушаются условия применимости модели невзаимодействующих частиц [12].

Следует заметить, что массовая концентрация частиц α вычислялась по отношению к плотности газа перед ударной волной. Несложно оценить локальную массовую концентрацию $\alpha_1 = \rho_{sw}^* / \rho_w^*$. Для гиперзвуковых течений, когда изменение давления поперек ударного слоя мало

$$\alpha_1 = \alpha \frac{\rho_{\infty}^*}{\rho_{sw}^*} = \alpha T_w \frac{\gamma - 1}{\gamma + 1}$$

В большинстве проведенных расчетов принималось $T_w = 0,1$, поэтому для $\alpha \leq 20$ локальное значение массовой концентрации не превосходило 0,33. Оценка параметров релаксации β_1 при обтекании тела $L = 1$ м, $Re = 10^8$ для частиц $\sigma = 10^{-4}$ см дает $\beta_1 = 55$, а для $\sigma = 10^{-3}$ см имеем $\beta = 0,55$.

В заключение еще раз подчеркнем основной обнаруженный в работе эффект: при двухфазном вдуве с поверхности присутствие малоинерционных частиц снижает тепловые потоки в 1,5—2 раза при локальных массовых концентрациях дисперсной фазы порядка 10—20%. Указанный эффект может быть использован при разработке новых способов тепловой защиты.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Юревич Ф. Б., Ролин М. Н. Образование двухфазного пристеночного слоя в условиях радиационно-конвективного нагрева при гиперзвуковом обтекании // Изв. АН БССР. Сер. энерг. наук. 1982. № 2. С. 60—65.
2. Гришин А. М., Фомин В. М. Сопряженные и нестационарные задачи механики реагирующих сред. Новосибирск: Наука, 1984. 318 с.
3. Марбл Ф. Е. Динамика запыленных газов // Механика. Период сб. перев. иностр. ст. 1971. № 6. С. 48—89.
4. Антонов В. А., Гольдин В. Д., Пахомов Ф. М. Аэродинамика тел со вдувом. Томск: Изд. Том-го ун-та, 1990. 192 с.
5. Осипцов А. Н., Шапиро Е. Г. Влияние мелкодисперсной примеси на структуру пограничного слоя под гиперзвуковым обтекании затупленного тела // Изв. АН СССР. МЖГ. 1986. № 5. С. 55—62.
6. Белоусов В. Л., Головачев Ю. П., Шмидт А. А. Численное исследование сверхзвукового обтекания затупленного тела потоком вязкой газовой смеси: Препринт № 1247. Л.: ФТИ АН СССР им. А. Ф. Иоффе, 1988. 21 с.
7. Лойцянский Л. Г. Механика жидкости и газа. М.: Наука, 1978. 736 с.
8. Волочук В. М. Введение в гидродинамику грубодисперсных аэрозолей. Л.: Гидрометеиздат, 1971. 208 с.
9. Евстропова Е. В., Осипцов А. Н., Шапиро Е. Г. Пограничный слой в двухфазной среде газ — испаряющиеся капли // Изв. АН СССР. МЖГ. 1992. № 3. С. 42—50.
10. Cheng H. K. Viscous hypersonic blunt-body problems and the newtonian theory // Fundamental Phenomena in Hypersonic Flow. Ithaca. N. Y.: Cornell. Univ. Press, 1966. P. 90—132.
11. Davis R. T. Numerical solution of the hypersonic viscous shock-layer equations // AIAA Journal. 1970. V. 8. № 5. P. 843—851.
12. Осипцов А. Н. Исследование зон неограниченного роста концентрации частиц в дисперсных потоках // Изв. АН СССР. МЖГ. 1984. № 3. С. 46—52.

Москва

Поступила в редакцию
3.X. 1991