

УДК 532.526:537.84

© 1992 г. А. Я. ВОРОНОВ

О СТРУКТУРЕ ПРИЭЛЕКТРОДНЫХ ПОГРАНИЧНЫХ СЛОЕВ ГАЗОРАЗРЯДНОЙ ПЛАЗМЫ

Процессы, протекающие в приэлектродных областях газовых разрядов, оказывают сильное влияние на все характеристики газоразрядной плазмы, в том числе и на их продольную структуру. Экспериментальному и теоретическому изучению этих областей разряда всегда уделялось внимание (см. обзоры [1, 2] и библиографию к ним, а также работы [3—5]).

Однако теоретические исследования, как правило, проводятся без учета того, что уравнения плазмы относятся к типу дифференциальных уравнений с сингулярным возмущением [6]. Сингулярность математической модели некоторого физического объекта свидетельствует о возможном наличии в последнем пограничных слоев. При поиске таких слоев и исследовании их свойств рекомендуется обращаться к асимптотическим методам теории сингулярных возмущений. Используя эти методы, можно, например, установить пределы применимости упрощающего предположения о «квазинейтральности» плазмы [7] или исследовать структуру пристеночных погранслоев газоразрядной плазмы [8, 9].

Цель настоящей работы заключается в том, чтобы на основе асимптотических методов анализа сингулярно возмущенных уравнений провести исследования структуры приэлектродных областей газоразрядной плазмы в одномерной постановке, установить причины возможного появления на аноде отрицательного скачка потенциала и минимума электрического поля вблизи катода, провести сравнение с экспериментом.

1. Выпишем в общем виде систему дифференциальных уравнений, описывающих стационарное состояние газоразрядной плазмы электроположительных газов [2, 8]

$$\operatorname{div} \Gamma_a = \alpha (|E|) |\Gamma_a|, \quad \vec{\Gamma}_a = -D_a \nabla c_a - k_a c_a E \quad (1.1)$$

$$\operatorname{div} E = 4\pi e (c_p - c_a), \quad \vec{\Gamma}_p = -D_p \nabla c_p + k_p c_p E \quad (1.2)$$

$$\operatorname{div} \Gamma_a = Q_a, \quad \operatorname{div} E = 4\pi \kappa, \quad a = e, p$$

Здесь c_e и c_p — соответственно концентрации свободных электронов и однозарядных положительных ионов, D_a и k_a — их коэффициенты свободной диффузии и подвижности, E — напряженность электрического поля, α — первый коэффициент ионизации Таунсенда, Γ_a — вектор плотности потока частиц сорта a , κ — поверхностная плотность заряда, Q_a — величина скачка нормальной составляющей Γ_a на тех поверхностях, при переходе через которые она терпит разрыв. Уравнения (1.1) записаны в предположении, что конвективное движение и магнитное поле отсутствуют, а объемной электрон-ионной рекомбинацией можно пренебречь. Здесь предполагается, что средняя длина свободного пробега электронов $l \ll L$, где L — линейные размеры области, занятой плазмой.

Пусть разряд организован в газоразрядной камере с плоскопараллельными круглыми электродами, расстояние между которыми $L \ll R$, где R — радиус электродов. Введем прямоугольную систему координат, начало которой совместим с центром анода на его поверхности, а ось z направим к катоду перпендикулярно поверхности электродов. Будем считать, что все переменные величины могут

зависеть только от z (одномерный случай) и заменим систему (1.1) следующей системой эквивалентных интегродифференциальных уравнений в безразмерных величинах:

$$h \frac{dN_a}{dx} = G_a N_a V - h J_a(0) - h \int_0^x \mu_a |J_e(x)| dx, \quad h \frac{dV}{dx} = Y \quad (1.3)$$

$$h \frac{dY}{dx} = V(N_p + \nu N_e) + h [J_e(0) - J_p(0)] - h(1 - \gamma) \int_0^x \mu_p |J_e| dx \quad (1.4)$$

$$J_a^{(2)} - J_a^{(1)} = g_a, \quad V^{(2)} - V^{(1)} = 4\pi h \eta \quad (x = 0, x = 1)$$

$$0 \leq x = \frac{z}{L} \leq 1, \quad \frac{4\pi e^2 L^2}{kT} c_a = AN_a$$

$$L \frac{k_p}{D_p} E = \varepsilon, \quad L\alpha = \frac{D_a}{D_e} \mu_a, \quad \frac{L}{c_m D_a} \Gamma_a = J_a, \quad G_p = 1$$

$$\frac{D_p}{D_e} = \gamma, \quad \frac{k_p}{k_e} = \sigma, \quad \frac{T}{T_e} = \nu, \quad \frac{L}{c_m D_a} Q_a = g_a$$

$$L \frac{k_p}{D_p} \kappa = \eta, \quad G_e = -\nu, \quad \mu_e = \gamma \mu_p$$

$$A = \frac{4\pi e^2 L^2}{kT} c_m, \quad h^2 = A^{-1} = \frac{r^2}{L^2}, \quad a = e, p$$

$$V(x, h) = h\varepsilon(x, h), \quad Y(x, h) = N_p(x, h) - N_e(x, h)$$

Здесь r — радиус Дебая для положительных ионов в точке x_m , где

$$c_p(x_m) = c_m = \max c_p(x), \quad x \in (0, 1).$$

Коэффициенты D_a , k_a , так же как и температуры нейтральной газовой среды T и свободных электронов плазмы T_e , считаются постоянными по всему объему разряда. Число $J_e(0) < 0$, а значение $J_p(0)$ полагают обычно равным нулю [2, 5]. В граничных условиях (1.4) величины g_a и η , определяющие скачки нормальных составляющих векторов $J_a(x, h)$ и $\varepsilon(x, h)$ в точках внутренней поверхности анода ($x = 0$) и катода ($x = 1$), должны быть заданы. В общем случае они могут зависеть от h , значений ε , N_a , dN_a/dx в точках внутренних поверхностей электродов, а также от их эмиссионных свойств и микроструктуры. В настоящее время нет достоверной информации относительно значений этих величин. Неизвестными в задаче (1.3), (1.4) будем считать функции $N_a(x, h)$, $V(x, h)$ и $Y(x, h)$.

В уравнениях этой задачи имеется малый параметр h , который стоит перед производными и для всех $c_m \geq 10^6 \text{ см}^{-3}$, $T = 300 \text{ К}$, $L = 1 \text{ см}$, $h \leq 10^{-1}$. Для построения приближенного решения задачи (1.3), (1.4) можно воспользоваться асимптотическими методами, т. е. искать ее решение в виде разложения по положительным степеням h . В этом случае условия (1.4) могут быть заменены эквивалентными условиями вида

$$N_a = a_a(h) = \sum_{s=0}^{\infty} h^s a_s^{(a)}, \quad V_0^{(2)} - V_0^{(1)} = \sum_{s=0}^{\infty} h^s c_s, \quad (x = 0) \quad (1.5)$$

$$N_a = b_a(h) = \sum_{s=0}^{\infty} h^s b_s^{(a)}, \quad V_1^{(2)} - V_1^{(1)} = \sum_{s=0}^{\infty} h^s d_s, \quad (x = 1)$$

где числа c_s , d_s , $a_s^{(a)}$ и $b_s^{(a)}$ определяются по известным зависимостям g_a и η от

своих переменных (см. [10, § 13]). Система (1.3) относится к разряду систем сингулярно возмущенных уравнений условно устойчивого типа [8, 9]. Причем здесь имеет место критический случай с пограничными слоями на обоих концах сегмента $[0, 1]$ (см. [11, гл. 3]).

2. Обозначим через W совокупность функций $N_s, V, Y, J_s \dots$ и будем строить асимптотические разложения решений задачи (1.3), (1.4) в виде

$$W(x, h) = w(x, h) + \Pi w(x_1, h) + Qw(x_2, h) = \\ = \sum_{s=0}^{\infty} h^s [w_s(x) + \Pi_s w_s(x_1) + Q_s w_s(x_2)]$$

$$x_1 = \frac{x}{h}, \quad x_2 = \frac{x-1}{h}$$

где $\Pi w(x_1, h)$ и $Qw(x_2, h)$ — пограничные ряды соответственно на левом и правом концах сегмента $[0, 1]$.

Подставляя (2.1) в (1.3) и используя технику работы с погранфункциями, предложенную в [10], последовательно находим $w_s(x)$, $\Pi_s w_s(x_1)$ и $Q_s w_s(x_2)$ для всех $s=0, 1, 2, \dots$. Так, например, для определения $w_0(x)$ получим систему уравнений, вырожденную по отношению к системе (1.3)

$$G_a n_0^{(e)} v_0 = 0, \quad y_0 = 0, \quad v_0 (n_0^{(p)} + \nu n_0^{(e)}) = 0 \quad (2.2)$$

$$n_0^{(e)} = a_0^{(e)} (x=0), \quad n_0^{(e)} = b_0^{(e)} (x=1), \quad a = e, p$$

Решение задачи (2.2): $v_0(x) \equiv 0$, $y_0(x) \equiv 0$, $n_0^{(e)} \equiv n_0^{(p)} = \alpha_0(x)$, где $\alpha_0(x)$ — произвольная функция, которая должна быть определена на следующем шаге.

Система уравнений для определения $w_1(x)$ имеет вид

$$\frac{d\alpha_0}{dx} = G_a v_1 \alpha_0 - f_0^{(e)}(0) - \int_0^x \mu_0^{(e)} |f_0^{(e)}(x)| dx$$

$$\frac{dv_0}{dx} = y_1, \quad \mu_0^{(e)} = \gamma \mu_0^{(p)}, \quad a = e, p \quad (2.3)$$

$$\frac{dy_0}{dx} = (1 + \nu) v_1 \alpha_0 + f_0^{(e)}(0) - f_0^{(p)}(0) - (1 - \gamma) \int_0^x \mu_0^{(p)} |f_0^{(e)}| dx$$

$$\alpha_0 = a_0 (x=0), \quad \alpha_0 = b_0 (x=1) \quad (2.4)$$

Решение системы (2.3)

$$y_1(x) = n_1^{(p)}(x) - n_1^{(e)}(x) \equiv 0$$

$$v_1 \alpha_0 = \frac{f_0^{(e)}(0)}{\gamma(1+\nu)} \left[(1-\gamma) \exp\left(-\int_0^x \mu_0^{(e)} dx\right) - 1 \right] \quad (2.5)$$

$$\alpha_0 = a_0 + \frac{f_0^{(e)}(0)}{\sigma(1+\nu)} \left[x - (1+\sigma) \int_0^x \exp\left(-\int_0^\xi \mu_0^{(e)} d\xi\right) d\xi \right] \quad (2.6)$$

Введенные в граничные условия (2.4) постоянные a_0 и b_0 еще подлежат определению. Из (2.5) и (2.6) видно, что распределения $v_1(x)$ и $\alpha_0(x)$ очень сильно зависят от ионизационного коэффициента $\alpha(|E|)$, выражение для которого в общем случае неизвестно. Обычно зависимость $\alpha(|E|)$ подбирают эмпирически для каждой газообразной среды свою и справедливую только в узком интервале значений E . Поскольку здесь принято считать T_e всюду постоянной, то будет

естественным полагать и ионизационный коэффициент $\mu_s = \text{const}$. При этом следует считать его неизвестным и искать в виде

$$\mu_s = \mu_s(h) = \sum_{i=0}^{\infty} h^i \mu_i^{(s)}$$

Тогда при известном b_0 граничное условие (2.4) можно использовать для определения коэффициента $\mu_0^{(s)}$. Значение координаты x_m выберем так, чтобы $\alpha_0(x_m) = \max \alpha_0(x) = 1$. Легко проверяется, что $x_m = \ln(1 + \sigma) / \mu_0^{(s)} \in (0, 1)$. Не выписывая полностью систему уравнений, определяющую $w_2(x)$, отметим, что $y_2(x) = dv_2/dx$.

Таким образом, отличные от нуля главные члены регулярных рядов для $w(x)$ найдены. Члены пограничных рядов $\Pi_s w(x_1)$ и $Q_s w(x_2)$, $s = 0, 1, 2, \dots$, определяют так, чтобы устранить невязки, вносимые функциями (2.5) и (2.6) в граничные условия на обоих концах сегмента $[0, 1]$.

3. Составим систему уравнений для определения $\Pi_0 w(x_1)$

$$\frac{d\Pi_0 n_s}{dx_1} = G_s (a_0 + \Pi_0 n_s) \Pi_0 v, \quad \Pi_0 n_s = a_0^{(s)} - a_0 \quad (x = 0)$$

$$\frac{d\Pi_0 v}{dx_1} = \Pi_0 y, \quad \Pi_0 v = V_1 \quad (x = 0) \tag{3.1}$$

$$\frac{d\Pi_0 y}{dx_1} = [(1 + \nu) a_0 + \Pi_0 n_p + \nu \Pi_0 n_s] \Pi_0 v_1, \quad \Pi_0 y = a_0^{(p)} - a_0^{(s)} \quad (x = 0)$$

$$\Pi_0 w(\infty) = 0 \tag{3.2}$$

Первые интегралы этой системы

$$\Pi_0 y = \Pi_0 n_p - \Pi_0 n_s \tag{3.3}$$

$$\Pi_0 n_s + \nu \Pi_0 n_p = \frac{\nu}{2} \Pi_0^2 v, \quad (a_0 + \Pi_0 n_s) (a_0 + \Pi_0 n_p)^\nu = D$$

$$V_1 = \pm \sqrt{\frac{2}{\nu} [a_0^{(s)} + \nu a_0^{(p)} - (1 + \nu) a_0]}, \quad D = a_0^{1+\nu} = a_0^{(s)} [a_0^{(p)}]^\nu \tag{3.4}$$

Из (3.4) следует

$$a_0 = a_0^{(s)} \exp(\nu q_1) = a_0^{(p)} \exp(-q_1), \quad q_1 = \frac{1}{1 + \nu} \ln \left[\frac{a_0^{(p)}}{a_0^{(s)}} \right]$$

Как следует из (3.3), знаки функций $\Pi_0 n_s(x_1)$ и $\Pi_0 v(x_1)$ на $[0, 1]$ совпадают, а знак $\Pi_0 n_p(x_1)$ им противоположен. Причем знак функции $\Pi_0 n_s(x_1)$ определяется знаком невязки $a_0^{(s)} - a_0$. Для получения явной зависимости $\Pi_0 w(x_1)$ составим краевую задачу, определяющую $\Pi_0 v(x_1)$. Она получается из 3-го уравнения системы (3.1), если там сделать подстановку $\xi = \exp(k_1 x_1)$, $k_1 = -\sqrt{(1 + \nu) a_0}$ и воспользоваться интегралами (3.3)

$$\xi^2 F'' + \xi F' - F - \nu_2 \eta_1 \xi F F' - \nu_1 \eta_1^2 F^3 = 0 \tag{3.5}$$

$$F = 0 \quad (\xi = 0), \quad F = 1 \quad (\xi = 1)$$

$$\Pi_0 v(\xi) = V_1 F(\xi), \quad \eta_1 = \frac{V_1}{k_1}, \quad \nu_1 = \frac{\nu}{2}, \quad \nu_2 = 1 - \nu$$

Выбор метода построения приближенного решения задачи (3.5) зависит от численного значения параметров ν и η_1 . Так, например, для $0 < \eta_1 \ll 1$ хорошим

приближением к решению этой задачи будет выражение (14) из [8]. Однако этот случай в приэлектродных областях реализуется крайне редко. Поэтому для $\eta_1 \gg 10$ введем малый параметр $\mu_1 = \eta_1^{-1}$ и будем рассматривать задачу (3.5) как сингулярно возмущенную. Если заменить ее эквивалентной системой сингулярно возмущенных уравнений и искать решение этой системы в следующем виде:

$$\mu_1 F' = \frac{1}{\xi^2} Z + \frac{\nu_2}{2\xi} F^2 + \frac{\mu_1}{\xi} F, \quad F = 0 \quad (\xi = 0) \quad (3.6)$$

$$\mu_1 Z' = \nu_1 F^3 - \mu_1 \frac{\nu_2}{2} F^2, \quad F = 1 \quad (\xi = 1)$$

$$\Omega(\xi, \mu_1) = \omega(\xi, \mu_1) + Q\omega(\xi_2, \mu_1) = \sum_{r=0}^{\infty} \mu_1^r [\omega_r(\xi) + Q_r \omega_r(\xi_2)], \quad \xi_2 = \eta_1(\xi - 1) \quad (3.7)$$

то, подставляя (3.7) в (3.6), легко убеждаемся, что $f_0(\xi) = z_0(\xi) \equiv 0$, а для определения $Q_0 f(\xi_2)$ получаем уравнение

$$\frac{d^2 Q_0 f}{d\xi_2^2} = \nu_2 Q_0 f \frac{dQ_0 f}{d\xi_2} + \nu_1 Q_0^3 f \quad (3.8)$$

Так как в активной газоразрядной плазме $\nu \ll 1$, то решение уравнения (3.8) можно искать в виде разложения по положительным степеням этого параметра

$$Q_0 f(\xi) = \sum_{s=0}^{\infty} \nu_1^s Q_s^{(0)} f(\xi), \quad \xi = \text{th}(\eta_1 \xi)$$

$$Q_0^{(0)} f(\xi) = -2\xi, \quad Q_1^{(0)} f(\xi) = 8 \sum_{n=1}^{\infty} C_{2n-1} \xi^{2n-1} - 4\xi$$

$$C_3 = -C_1 / 3, \quad C_5 = -C_1 / 15 - 1 / 20$$

$$C_{2n-1} = \frac{1}{(n-1)(2n-1)} \{ [(2n-3)(2n-4) - 1] C_{2n-3} - [(n-3)(2n-5) - 1] C_{2n-5} \}, \quad n = 4, 5, \dots$$

Неизвестный коэффициент C_1 находится из граничного условия.

Система уравнений, определяющих $Q_0 w(x_2)$, по виду совпадает с системой (3.1). В последней надо только $\Pi_0 w(x_1)$ заменить на $Q_0 w(x_2)$, параметры a_0 и $a_0^{(a)}$ — на b_0 и $b_0^{(a)}$, V_1 и q_1 — на V_0 и q_0 , а условие (3.2) — на равенство $Q_0 w(-\infty) = 0$. Аналогично при установлении явной зависимости $Q_0 w(x_2)$ приходим к уравнению (3.5) для $F(\xi)$

$$\xi = \exp(k_0 x_2), \quad k_0 = \sqrt{(1 + \nu) b_0}$$

$$Q_0 v(\xi) = V_0 F(\xi), \quad \eta_0 = V_0 / k_0$$

Таким образом, определены и все главные члены пограничных рядов.

4. Сравним полученное приближенное решение задачи (1.3), (1.4) с экспериментом. Трудность здесь состоит в том, что в экспериментальных работах нет никакой информации относительно зависимости g_a и η от своих переменных. Если потенциал катода $\Phi(1) = 0$, а потенциал анода $\Phi(0) = \Phi_0$, то

$$\Phi_0 = \int_0^1 \varepsilon(x) dx \approx \int_0^1 \left[\nu_1(x) + \frac{1}{h} \Pi_{-1} \varepsilon(x_1) + \frac{1}{h} Q_{-1} \varepsilon(x_2) \right] dx =$$

$$= \varphi_0 + \Pi_0 \varphi(\eta_1) + Q_0 \varphi(\eta_0), \quad \varphi_0 = \int_0^1 v_1(x) dx \quad (4.1)$$

$$\Pi_0 \varphi(\eta_1) = \int_0^{\nu_n} \Pi_0 v(x_1) dx_1, \quad Q_0 \varphi(\eta_0) = \frac{1}{h} \int_0^1 Q_0 v(x_2) dx$$

Выписанные соотношения (4.1) по известным величинам скачков потенциала в приэлектродных слоях позволяют определить параметры η_1 и η_0 , а затем и числа q_1, q_0 .

Рассмотрим процессы, которые могут протекать на поверхности электродов. На аноде в общем случае должно выполняться следующее условие:

$$J_e + J_n - \gamma J_p = J \quad (x = 0) \quad (4.2)$$

$$J_e = -\frac{dN_e}{dx} - \nu N_e \varepsilon, \quad J_p = -\frac{dN_p}{dx} + N_p \varepsilon, \quad |\Gamma| = \frac{i}{eS}$$

где J_n — плотность потока быстрых электронов («пучок»), i — полный ток, во внешней цепи, S — площадь анода. Ограничившись в асимптотических разложениях (2.1) решения задачи (1.3), (1.4) только первыми отличными от нуля членами регулярных и пограничных рядов

$$N_a(x) \approx n_0^{(e)}(x) + \Pi_0 n_a(x_1) + Q_0 n_a(x_2), \quad a = e, p$$

$$\varepsilon_0(x) \approx v_1(x) + \frac{1}{h} \Pi_0 v(x_1) + \frac{1}{h} Q_0 v(x_2)$$

выражения для которых найдены ранее (2.5), (2.6), (3.1)–(3.4), и подставляя их в (4.2), найдем, что

$$J_p(0) \approx \frac{j_0^{(e)}(0)}{1 + \nu} \left(1 - \frac{a_0^{(p)}}{a_0} \right)$$

Таким образом, $J_p(0) = 0$ только при $a_0^{(p)} = a_0$, т. е. при отсутствии пограничного слоя (в рассматриваемом приближении), так как в этом случае все $\Pi_0 w(x_i) \equiv 0$. При $a_0^{(p)} > a_0$ $J_p(0) > 0$. Это случай эмиссии ионов с поверхности анода. Он может иметь место также при наличии на аноде поверхностной ионизации. При $a_0^{(p)} < a_0$ $J_p(0) < 0$, что соответствует случаю существования на аноде поверхностных стоков для ионов (случай поверхностной рекомбинации заряженных частиц). Все соотношение (4.2) приобретает вид

$$[\nu \exp(-\nu q_1) + \gamma \exp(q_1) + 1 - \gamma] \frac{j_0^{(e)}(0)}{1 + \nu} = J - J_n \quad (x = 0) \quad (4.3)$$

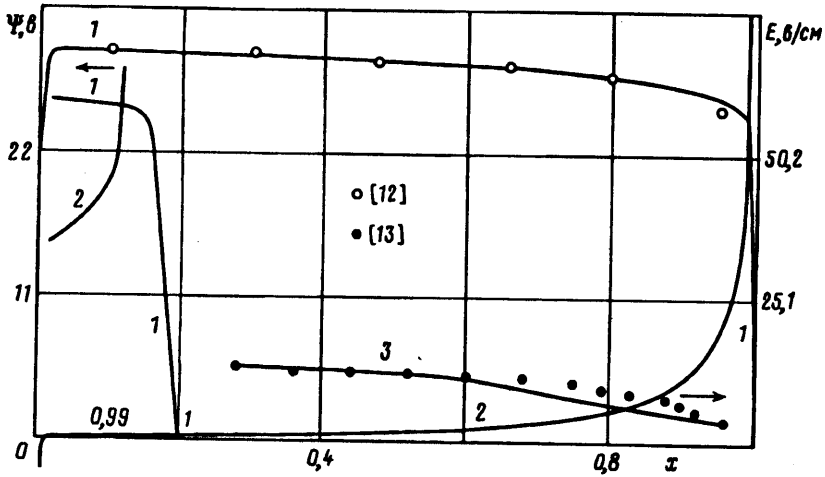
Равенство (4.3) позволяет найти константу $J_0^{(e)}(0)$. Неизвестные параметры a_0, b_0 и $\mu_0^{(e)}$ определяются при решении следующей системы алгебраических уравнений:

$$\varphi_0(a_0, \mu_0^{(e)}) = \int_0^1 v_1(x) dx$$

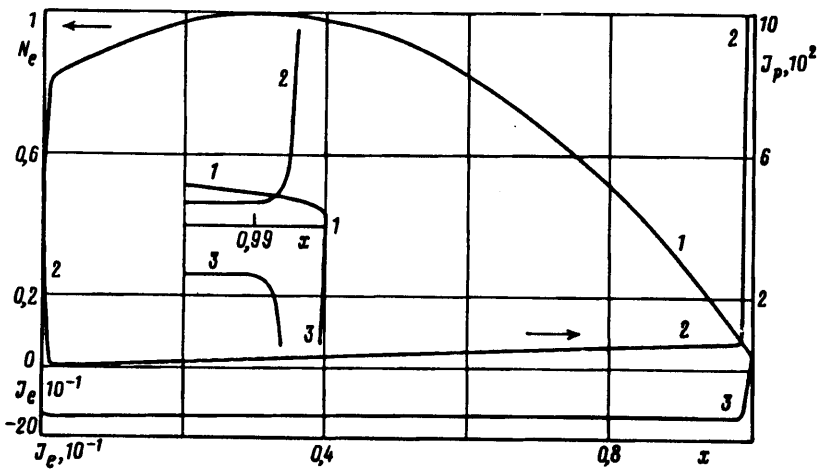
$$b_0 = a_0 + \frac{j_0^{(e)}(0)}{\sigma(1 + \nu)} \left\{ 1 + \frac{1 + \sigma}{\mu_0^{(e)}} [\exp(-\mu_0^{(e)}) - 1] \right\}$$

$$1 = a_0 + \frac{j_0^{(e)}(0)}{\mu_0^{(e)}(1 + \nu)} \left[\frac{\ln(1 + \sigma)}{\sigma} - 1 \right]$$

Физический смысл этих равенств очевиден. Зная a_0 и b_0 , находим все остальные константы, вошедшие в решение задачи (1.3), (1.4). Нами собраны численные значения этих параметров, которые вычислялись для наиболее интересного случая



Фиг. 1



Фиг. 2

$\alpha_0^{(p)} > \alpha_0^{(e)}$: $\eta_1 = 27,94$, $\eta_0 = 71,2$, $q_1 = 6,046$, $q_0 = 7,905$, $j_0^{(e)}(0) = -1,375$, $a_0 = 0,795$, $b_0 = 0,062$, $\mu_0^{(e)} = 7,218 \cdot 10^{-3}$, $k_1 = -0,921$, $k_0 = 0,2573$, $V_0 = 18,32$, $V_1 = -25,73$, $a_0^{(e)} = 0,53$, $a_0^{(p)} = 335,82$, $b_0^{(e)} = 0,04$, $b_0^{(p)} = 168,1$, $x_m = 0,32$.

Этот случай здесь выбран еще и потому, что он обычно выпадает из рассмотрения в других теоретических работах по причине, отмеченной ранее. Расчет велся по изложенному выше плану для разряда в He при

$p = 1,9$ тор, $T = 800$ К, $T_e = 1,2 \cdot 10^4$ К, $i = 0,5$ А, $L = 1,1$ см, $c_m = 10^{12}$ см $^{-3}$, $\Psi_0 = \Psi(0) = 22$ В, $\Delta\Psi_0 = -8$ В, $\Delta\Psi_1 = 25$ В, $|\Gamma| = 4 \cdot 10^{18}$ см $^{-2} \cdot$ с $^{-1}$, $|\Gamma_n| = 2,7 \cdot 10^{18}$ см $^{-2} \cdot$ с $^{-1}$, $k_p = 2,3 \cdot 10^3$ см $^2 \cdot$ (В \cdot с) $^{-1}$, $k_e = 10^6$ см $^2 \cdot$ (В \cdot с) $^{-1}$.

Численные значения этих параметров взяты либо непосредственно из [12], либо из справочников, но так, чтобы они соответствовали условиям эксперимента, описанного в этой работе.

На фиг. 1 приведены графики функций $\Psi(x)$, $E(x)$, $E_1(x)$ (кривые 1—3), где

$$\Psi(x) = \frac{D_p}{k_p} \Phi(x) \approx \frac{D_p}{k_p} [\Phi_0 - \varphi_0(x) - \Pi_0 \varphi(x_1) - Q_0 \varphi(x_2)]$$

$$E(x) = \frac{D_p}{Lk_p} \varepsilon(x), \quad E_1(x) = \frac{D_p}{Lk_p} \varphi_1^{(2)}(x)$$

На фиг. 2 — графики функций $N_e(x)$, $J_p(x)$, $J_e(x)$ (кривые 1—3), где

$$J_p \approx 1,67 \cdot 10^5 \quad (x = 1), \quad J_e = -45,6 \quad (x = 0,997)$$

при $\nu = 0,067$, $\sigma = 2,3 \cdot 10^{-3}$, $h = 2 \cdot 10^{-4}$.

Приведенные выше данные и графики функций (фиг. 2) свидетельствуют, в частности, о том, что на поверхности катода $N_e \simeq b_0^{(e)} \neq 0$, в силу чего и $J_e > 0$ ($x = 1$), хотя они относительно и малы. Аналогично для анода $N_p \simeq a_0^{(p)} \neq 0$, $J_p > 0$ ($x = 0$). Последний результат для экспериментальной установки, описанной в работе [12], можно объяснить тем, что быстрые электроны плазмы (пучок), ускоряясь в прикатодной области разряда и по пути к аноду слабо взаимодействуя с нейтралами, достигают последнего с энергией, равной энергии ионизации атомов He или близкой к ней. Ионизуя атомы этого элемента у поверхности анода, пучок создает тем самым условия для возникновения прианодного погранслоя плазмы газового разряда особой структуры, на котором потенциал поля испытывает «отрицательный» скачок. На вставке к фиг. 2 видно, что функция $J_e(x)$ в точке $x \approx 0,997$ имеет узкий и глубокий минимум. Он отражает начальную стадию процесса формирования в прикатодном погранслое пучка быстрых электронов. Из графика функции $N_e(x)$ и данных, приведенных выше, видно, что концентрация этих электронов составляет 0,04 плотности медленных электронов. Этот вывод соответствует результатам измерений, проведенным в [12]. Поскольку энергичные электроны слабо взаимодействуют с нейтралами и перестают участвовать в диффузионных процессах, то вне погранслоя решение задачи (1.3), (1.4) их уже не воспринимает.

Объемный заряд

$$Y = N_p - N_e \approx h^2 \frac{dv_1}{dx} + \frac{d\Pi_0 v}{dx_1} + \frac{dQ_0 v}{dx_2} > 0$$

всюду. В плазме столба газового разряда он относительно невелик ($\sim 10^{-4} - 10^{-6}$). На поверхности электродов объемный заряд достаточно заметной величины: $Y \approx a_0^{(p)} - a_0^{(e)}$ ($x = 0$), $Y \approx b_0^{(p)} - b_0^{(e)}$ ($x = 1$). Этим объясняется большое значение электрического поля, которое на поверхности обоих электродов имеет противоположные направления, а по абсолютной величине равно $\epsilon \approx 10^5$ ($E \approx 5 \cdot 10^3$ В · см⁻¹). Полученное значение для E на поверхности электродов, по-видимому, завышено. Это вызвано тем, что в приэлектродных погранслоях плазмы реальное значение ν заметно больше использованного для расчетов усредненного по всему объему газоразрядной плазмы. Если учесть этот факт, то величина ϵ на поверхности электродов уменьшится.

5. Построенное здесь приближенное решение задачи (1.3), (1.4) может быть использовано не только для объяснения особенностей приэлектродных погранслоев плазмы одномерных стационарных диффузных газовых разрядов, но и для исследования их продольной структуры. Качественный анализ системы уравнений (2.3) показывает, что на форму распределений $\alpha_0(x)$ и $\eta(x)$ оказывает сильное влияние вид зависимости $\mu_0^{(e)} = \mu_0^{(e)}(|\epsilon|)$. При этом выясняется, что увеличение $\alpha_0(x)$ сопровождается уменьшением $\eta(x)$ и, наоборот, при уменьшении $\alpha_0(x)$ увеличивается $\eta(x)$. Эксперимент подтверждает эти выводы. Так, например, когда пучок, теряя свою энергию, рассеивается в газовой среде раньше, чем он достигнет поверхности анода, то в тлеющем разряде появляется однородный участок плазмы (положительный столб), в котором электрическое поле и коэффициент ионизации $\mu_0^{(e)}$ постоянны. Но, начиная с конца столба, непосредственно перед катодом наблюдается резкий спад электрического поля при одновременном возрастании плотности заряженных частиц (см., например, [13]).

Приступая к подтверждению этих результатов численными расчетами, заменим уравнения (2.3) эквивалентной системой интегральных уравнений, определяющих функции $\alpha_0(x)$ и $\eta(x)$

$$\alpha_0(x) = \alpha_0(x_c) - \frac{j_0^{(e)}(0)}{1-\gamma} (x - x_c) - \nu \frac{1+\sigma}{1-\gamma} \int_{x_c}^x \nu_1 \alpha_0 dx \quad (5.1)$$

$$\nu_1(x) \alpha_0(x) = \nu_1(x_c) \alpha_0(x_c) + \frac{1-\gamma}{1+\nu} \int_{x_c}^x \mu_0^{(p)} |j_0^{(e)}(x)| dx$$

где $x > x_c$, x_c — координата конца положительного столба тлеющего разряда, т. е. той точки, начиная с которой наблюдается заметный спад $\nu_1(x)$. Приближенное решение системы (5.1) можно строить методом последовательных приближений. На фиг. 1 (кривая 3) представлен график второго приближения для $E(x)$. При его построении было положено

$$\alpha_0^{(0)}(x) = \alpha_0(x_c) - \frac{j_0^{(e)}(0)}{1-\gamma} (x - x_c), \quad \mu_0^{(e)} = 0 \quad (x = x_m)$$

$$\nu_1^{(0)}(x) \alpha_0^{(0)}(x) = \nu_1 \alpha_0(x_c), \quad \mu_0^{(e)} = \mu_0^{(e)} \left(1 + B \frac{\nu_1 - \nu_1 c}{\nu_1 \nu_1 c}\right)$$

где $\nu_1 c = \nu_1(x_c) > 0$. Расчет производился для N_2 при

$$p = 40 \text{ тор}, \quad j = 54 \text{ mA} \cdot \text{cm}^{-2}, \quad T = 300 \text{ K}, \quad T_e = 10^4 \text{ K}, \quad L = 2,5 \text{ см}, \quad x_c = 0,28, \quad x_m = 0,96, \quad c_m = 6,6 \cdot 10^{12} \text{ cm}^{-3}, \\ c_c = c(x_c) = 2,1 \cdot 10^{12} \text{ cm}^{-3}, \quad k_p = 38 \text{ cm}^2 \cdot (\text{B} \cdot \text{c})^{-1}, \quad k_e = 1,25 \cdot 10^4 \text{ cm}^2 \cdot (\text{B} \cdot \text{c})^{-1}, \quad \nu_1 c = 1193,2.$$

Эти данные взяты либо непосредственно из работы [13], либо из физических таблиц, но так, чтобы они соответствовали условиям данного эксперимента. Они позволяют вычислить остальные величины, необходимые для расчетов:

$$\alpha_0(x_c) = 1, \quad \alpha_0(x_m) = 3,1, \quad |j_0^{(e)}(0)| = 35,9, \quad \mu_0^{(e)} = 1,4 \cdot 10^{-4}, \quad B = 569,9$$

Использованный здесь для построения приближенного решения задачи (1.3), (1.4) пограничный метод позволил вскрыть причины возникновения «отрицательного» скачка потенциала на прианодном слое плазмы газового разряда. При наличии такого скачка падение напряжения на прикатодном погранслое может превысить величину приложенной извне к электродам разности потенциалов, что и наблюдалось в [12].

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Бычков Ю. И., Королев Ю. Д., Месяц Г. А. Импульсный разряд в газе в условиях интенсивной ионизации электронами // Успехи физ. наук. 1978. Т. 126. № 3. С. 451—477.
2. Райзер Ю. П. Современный уровень понимания явлений в катодных частях тлеющего разряда // Теплофиз. высокие температур. 1986. Т. 24. № 5. С. 984—994.
3. Яценко Н. А. Связь высокого постоянного потенциала плазмы с режимом горения высокочастотного емкостного разряда среднего давления // Журн. техн. физики. 1981. Т. 51. № 6. С. 1195—1204.
4. Баркалов А. Д., Гаврилюк В. Д., Гладуш Г. Г. и др. Механизм протекания переменного тока в молекулярном газе // Теплофиз. высокие температур. 1978. Т. 16. № 2. С. 265—267.
5. Райзер Ю. П., Суржиков С. Т. Двумерная структура нормального тлеющего разряда и роль диффузии в формировании катодного и анодного токовых пятен // Теплофиз. высокие температур. 1988. Т. 26. № 3. С. 428—435.
6. Чекмарев И. Б. Математические задачи гидродинамики частично ионизованного газа // Итоги науки и техники. ВИНТИ. Сер. Мех. жидкости и газа. 1981. Т. 14. С. 66—126.
7. Трушин С. А., Хапаев М. М., Шолин Г. В. О характере изменения электрического поля разделения зарядов на фронте нелинейных магнитозвуковых волн // Физика плазмы. 1988. Т. 14. № 1. С. 31—38.
8. Воронов А. Я. О структуре пограничного слоя плазмы положительного столба тлеющего разряда // Изв. АН СССР. МЖГ. 1988. № 3. С. 101—108.
9. Воронов А. Я. О структуре пограничного слоя плазмы положительного столба тлеющего разряда в электроотрицательных газах // Журн. вычисл. математики и мат. физики. 1990. Т. 30. № 8. С. 1201—1209.
10. Васильева А. Б., Бутузов В. Ф. Асимптотические разложения решений сингулярно возмущенных уравнений. М.: Наука, 1973. 272 с.
11. Васильева А. Б., Бутузов В. Ф. Сингулярно возмущенные уравнения в критических случаях. М.: Изд-во МГУ, 1978. 106 с.
12. Демидов В. И., Колоколов Н. Б., Мезенцев А. П., Мустафаев А. С. Функция распределения электронов по скоростям и пристеночный скачок потенциала в прикатодной плазме электрического разряда // Физика плазмы. 1986. Т. 12. № 12. С. 1496—1502.
13. Акишев Ю. С., Выхайло Ф. И., Нанартович А. П., Понаморенко В. В. Исследование квазистационарного разряда в азоте // Теплофиз. высокие температур. 1980. Т. 18. № 2. С. 266—272.