

УДК 533.6.011.8+532.517.2

© 1992 г. И. В. ЕГОРОВ

К ВОПРОСУ О ВЛИЯНИИ РЕАЛЬНЫХ СВОЙСТВ ВОЗДУХА НА ИНТЕГРАЛЬНЫЕ АЭРОДИНАМИЧЕСКИЕ ХАРАКТЕРИСТИКИ

В данной работе представлены результаты математического моделирования осесимметричного гиперзвукового обтекания эллипсоида. Расчетные данные получены на основе численного решения полных уравнений Навье — Стокса конечно-разностным методом. Исследования проведены для задачи ламинарного обтекания наветренной части тела. Рассмотрено влияние удлинения эллипсоида на суммарный тепловой поток, сопротивление давления и вязкого трения. Результаты получены для трех различных моделей газа (воздуха): совершенного, химически равновесного и химически неравновесного. Для последней модели рассмотрены различные наборы коэффициентов каталитичности. Анализируется влияние реальных свойств воздуха на интегральные аэродинамические характеристики эллипсоида с различным удлинением.

1. Постановка задачи. Один из способов математического моделирования обтекания затупленного тела гиперзвуковым потоком вязкого теплопроводного газа заключается в численном решении полных уравнений Навье — Стокса в совокупности с системой граничных условий. В произвольной криволинейной системе координат (ξ, η)

$$x = x(\xi, \eta), \quad y = y(\xi, \eta)$$

где x, y — декартовы координаты, уравнения Навье — Стокса с двумя независимыми переменными в форме законов сохранения имеют вид

$$\frac{\partial E}{\partial \xi} + \frac{\partial G}{\partial \eta} + B = 0$$

Здесь E и G — векторы потоков в криволинейной системе координат, B — вектор источника. Векторы E и G связаны с соответствующими декартовыми векторами E^D и G^D по формулам

$$E = J \left(E^D \frac{\partial \xi}{\partial x} + G^D \frac{\partial \xi}{\partial y} \right), \quad G = J \left(E^D \frac{\partial \eta}{\partial x} + G^D \frac{\partial \eta}{\partial y} \right)$$

в которых $J = \partial(x, y) / \partial(\xi, \eta)$ — якобиан преобразования.

В данной работе были рассмотрены три различные модели состояния газа (воздуха): совершенный газ с постоянным значением отношения удельных теплоемкостей $\gamma = C_p / C_v$, химически равновесное и химически неравновесное состояния. В последних двух возбуждение внутренних степеней свободы было принято равновесным. Дальнейшее описание постановки задачи приведено для химически неравновесной модели газа (воздуха), представляющего собой пятикомпонентную смесь (O, N, NO, O₂, N₂). Декартовы компоненты векторов E^D , G^D для уравнений Навье — Стокса с двумя независимыми переменными в безразмерной форме имеют вид

$$E^D = \begin{pmatrix} \rho u \\ \rho u^2 + p + \tau_{xx} \\ \rho uv + \tau_{xy} \\ \rho uH + I_Q^x \\ \rho uC_O + I_O^x \\ \rho uC_N + I_N^x \\ \rho uC_{NO} + I_{NO}^x \end{pmatrix}, \quad G^D = \begin{pmatrix} \rho v \\ \rho v^2 + p + \tau_{yy} \\ \rho vH + I_Q^y \\ \rho vC_O + I_O^y \\ \rho vC_N + I_N^y \\ \rho vC_{NO} + I_{NO}^y \end{pmatrix}$$

а вектор источника В для осесимметричного течения можно записать как.

$$B = - \left(0, 0, \left(p + \frac{\mu}{Re_\infty} \left(\frac{2}{3} \operatorname{div} V - 2 \frac{v}{r} \right) \right) r^{-1}, 0, J\omega_O, J\omega_N, J\omega_{NO} \right)^T$$

Здесь $r = |y|$ — расстояние от оси симметрии эллипсоида. В выражениях для потоков введены следующие обозначения: I_Q^x, I_Q^y — декартовы компоненты вектора теплового потока

$$I_Q = \sum_{i=1}^5 h_i I_i + \tau V - \frac{\lambda}{Re_\infty Pr_\infty (\gamma_\infty - 1) M_\infty^2} \operatorname{grad} (T)$$

Здесь τ — симметричная матрица, коэффициентами которой являются

$$\tau_{xx} = \frac{2\mu}{Re_\infty} \left(\operatorname{div} V - \frac{\partial u}{\partial x} \right), \quad \tau_{xy} = -\frac{\mu}{Re_\infty} \left(\frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial x} \right)$$

$$\tau_{yy} = \frac{2\mu}{Re_\infty} \left(\operatorname{div} V - \frac{\partial v}{\partial y} \right), \quad \operatorname{div} V = \frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} + \frac{v}{r}$$

I_O^x, I_O^y — декартовы компоненты вектора диффузионного потока атомарного кислорода, определяемого в данной работе на основе закона Фика в приближении бинарной модели диффузии

$$I_O = -\mu / (Re_\infty Sm) \operatorname{grad} (C_O)$$

(выражения для потоков I_N, I_{NO} выписываются аналогично); u, v — декартовы компоненты вектора скорости V ; p — давление; ρ — плотность; T — температура; H — полная энтальпия; C_i, ω_i, h_i — массовые концентрации, скорости образования, статические энтальпии компонент смеси газа соответственно; μ, λ — коэффициенты вязкости и теплопроводности; $Pr_\infty, M_\infty, Re_\infty$ и Sm — числа Прандтля, Маха, Рейнольдса и Шмидта, соответственно. Индекс ∞ приписывается величинам, значения которых вычисляются по параметрам невозмущенного потока.

Для замыкания системы дифференциальных уравнений Навье — Стокса были использованы соотношения

$$\sum_{i=1}^5 C_i = 1, \quad \sum_{i=1}^5 I_i = 0$$

и уравнение состояния смеси идеальных газов. Концентрации элементов газовой смеси (O и N) в соответствии с принятой бинарной моделью диффузии считались постоянными и определялись по значениям в невозмущенном потоке. Во многих работах (см., например, [1]) отмечалось, что модель бинарной диффузии является достаточно хорошим приближением.

Для системы дифференциальных уравнений Навье — Стокса необходимо корректно поставить граничные условия. Задача гиперзвукового обтекания эллипсоида вращения решалась в области, ограниченной обтекаемой поверхностью тела $\eta = 0$, осью симметрии течения $\xi = 0$, поверхностью ударной волны

$\eta = 1$ и выходной границей $\xi = 1$. Математические координаты ξ, η были связаны с декартовыми x, y и с величиной отхода ударной волны $x'(\xi)$ соотношениями

$$x = x_w(\xi) + x'(\xi) f(\eta) n_w^x(\xi), \quad y = y_w(\xi) + x'(\xi) f(\eta) n_w^y(\xi)$$

Здесь $(x_w(\xi), y_w(\xi))$ — параметрическое представление обтекаемой поверхности, $n_w^x(\xi), n_w^y(\xi)$ — компоненты единичного вектора ее внешней нормали, $f(\eta)$ — функция, определяющая сгущение узлов расчетной сетки по нормальной к поверхности тела координате. На ударной волне ставились обобщенные условия Ренкина — Гюгонио

$$\rho u \frac{\partial \eta}{\partial x} + \rho v \frac{\partial \eta}{\partial y} = \frac{\partial \eta}{\partial x}$$

$$(u + p + \tau_{xx}) \frac{\partial \eta}{\partial x} + \tau_{xy} \frac{\partial \eta}{\partial y} = (1 + p_\infty) \frac{\partial \eta}{\partial x}$$

$$(v + \tau_{xy}) \frac{\partial \eta}{\partial x} + (p + \tau_{yy}) \frac{\partial \eta}{\partial y} = p_\infty \frac{\partial \eta}{\partial y}$$

$$(H + I_Q^*) \frac{\partial \eta}{\partial x} + I_Q^* \frac{\partial \eta}{\partial y} = H_\infty \frac{\partial \eta}{\partial x}, \quad (C_O + I_O^*) \frac{\partial \eta}{\partial x} + I_O^* \frac{\partial \eta}{\partial y} = 0$$

$$(C_N + I_N^*) \frac{\partial \eta}{\partial x} + I_N^* \frac{\partial \eta}{\partial y} = 0, \quad (C_{NO} + I_{NO}^*) \frac{\partial \eta}{\partial x} + I_{NO}^* \frac{\partial \eta}{\partial y} = 0$$

в предположении, что набегающий невозмущенный поток состоит из молекулярного азота и кислорода ($C_{O_2} = 0,233$).

В законах сохранения на ударной волне выражения для операторов $\partial/\partial x, \partial/\partial y$, используемые при определении диффузии, теплопроводности и диссипации, выписывались по формулам

$$\frac{\partial}{\partial x} = \left(\frac{\partial \eta}{\partial x} \right) \frac{\partial}{\partial \eta}, \quad \frac{\partial}{\partial y} = \left(\frac{\partial \eta}{\partial y} \right) \frac{\partial}{\partial \eta}$$

На поверхности тела ставились условия прилипания $u = v = 0$, локального баланса тепла

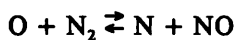
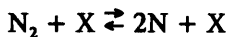
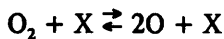
$$I_Q^n + \varepsilon \sigma T^4 = 0$$

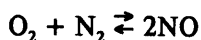
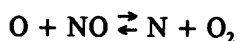
каталитичности для атомарного кислорода и азота

$$I_i^n + K_i \rho C_i = 0 \quad (i = 1, 2)$$

Здесь I_Q^n — проекция вектора теплового потока на нормаль к поверхности тела, ε — коэффициент черноты поверхности, σ — постоянная Стефана — Больцмана. Для отличия безразмерных величин от размерных последние в данной работе обозначены индексом *. Для окиси азота поверхность тела считалась абсолютно некаталитической ($I_{NO}^n = 0$).

При моделировании неравновесных химических процессов учитывались следующие шесть реакций по схеме Зельдовича:





где X — каталитическая частица, в качестве которой может выступать любая компонента газовой смеси. При численном решении значения скоростей химических реакций определялись по соотношениям, рекомендованным в [2], коэффициенты переноса — по [3, 4], удельные энтальпии компонент газовой смеси — по [5]. Модель химически равновесного газа основывалась на трех реакциях диссоциации с теми же выражениями для констант равновесия [2], коэффициентов переноса [3, 4] и удельных энтальпий газовой смеси [5]. Для модели совершенного газа динамическая вязкость определялась по формуле Саттерленда, $\gamma = 1,4$, $\text{Pr} = 0,72$.

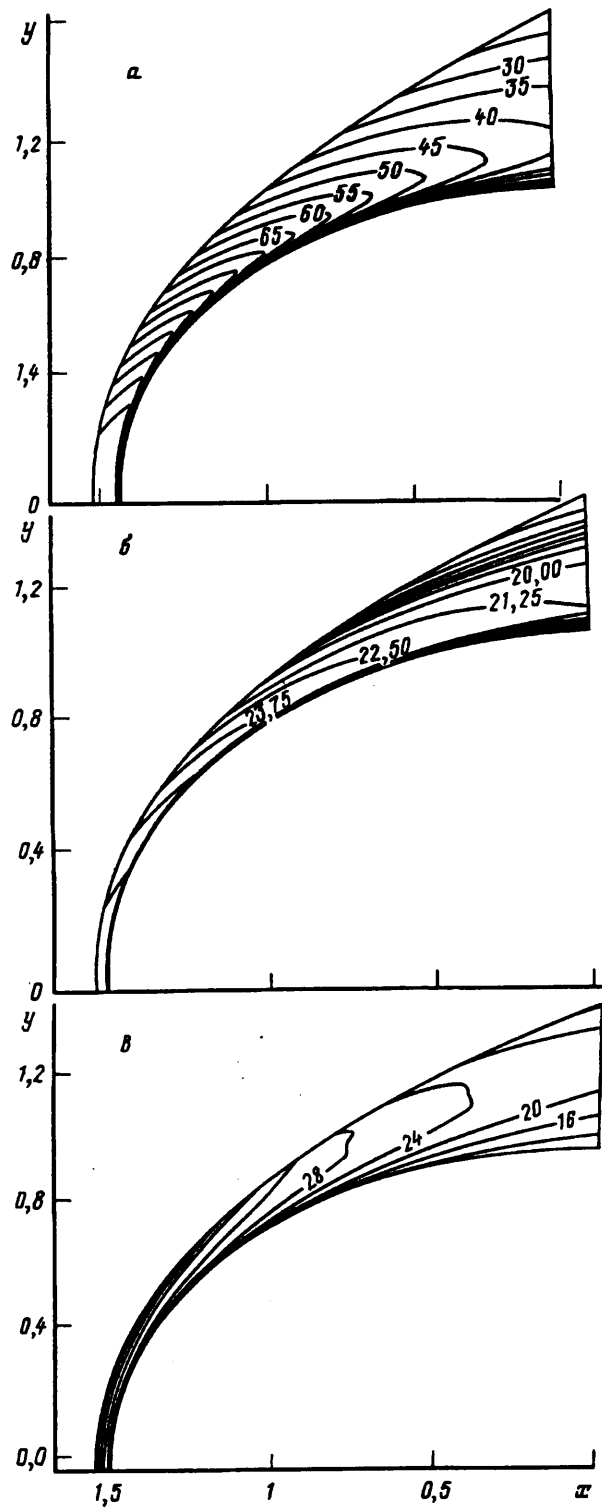
При численном решении полных уравнений Навье — Стокса с выделением головной ударной волны был использован строго неявный конечно-разностный метод. Вектор зависимых переменных рассматриваемой задачи включает в себя величину $x^*(\xi)$, представляющую собой расстояние от поверхности тела до ударной волны. При решении задачи неявным методом для определения $x^*(\xi)$ было использовано дополнительное дифференциальное уравнение $dx^*/d\eta = 0$, а для полноты системы граничных условий на ударной волне к условиям Рэнкина — Гюгонно необходимо было добавить еще одно соотношение [6]. В данной работе в качестве такого соотношения использовалось условие экстраполяции давления по внутренним точкам на поверхность ударной волны. На поверхности тела для замыкания разностной задачи использовалось условие $dp/dn = 0$. На выходной границе задавались «мягкие» условия экстраполяции.

Численное решение полных уравнений Навье — Стокса основывалось на интегроинтерполяционном методе, обеспечивающем выполнение законов сохранения. Потoki в полудельных узлах аппроксимировались центральными разностями со вторым порядком точности на девятиточечном шаблоне «ящик». Для решения нелинейных сеточных уравнений использован модифицированный метод Ньютона — Рафсона, а решение линеаризованной системы сеточных уравнений осуществлялось при помощи LU — разложения с предварительной перенумерацией неизвестных по методу вложенных сечений [7].

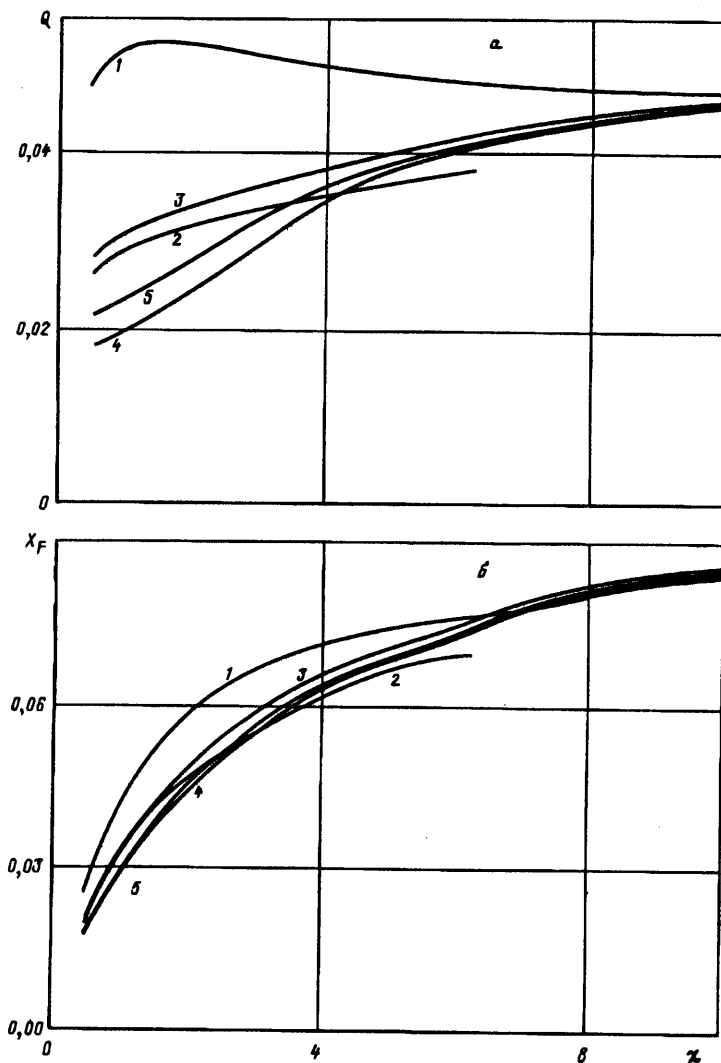
2. Результаты численного моделирования. В данной работе проведено численное моделирование осесимметричного гиперзвукового обтекания ($V_\infty = 7$ км/с) наветренной части эллипсоида вращения ($x_w = -\chi \cos \xi, y_w = \sin \xi$), для значений χ в диапазоне $\chi = 0,5—10$. Параметр χ представляет собой отношение полуосей эллипсоида вращения (степень удлинения тела). В качестве характерного линейного размера был выбран 1 м, значения параметров набегающего потока соответствовали высоте 70 км. Можно считать, что выбранный режим обтекания соответствует наиболее теплонапряженному участку траектории входа летательного аппарата с первой космической скоростью в атмосферу Земли. Коэффициент черноты поверхности $\epsilon = 0,85$ был один и тот же для всех расчетных вариантов. Для химически неравновесной модели рассмотрены три случая коэффициентов каталитичности: абсолютно каталитическая, абсолютно некаталитическая поверхность и поверхность с коэффициентами каталитичности для атомарного кислорода и азота, равными 3 м/с. При расчетах значение числа Шмидта было принято постоянным и равным 0,5.

Основная часть результатов получена на сетке с числом узлов 21×41 , ступение которых по нормальной к поверхности тела координате η выбиралось в зависимости от чисел Рейнольдса и Маха. Итерационная абсолютная погрешность решения задачи не превышала 10^{-5} . Выборочные расчеты, проведенные на сетке с числом узлов 41×81 (для совершенного газа), показали, что максимальная погрешность определения равновесной радиационной температуры поверхности эллипсоида не превышает 1%.

Влияние физико-химической модели на температуру газа в ударном слое отражено на фиг. 1 (а — совершенный газ, б — химически равновесный газ, в — химически неравновесный газ с абсолютно некаталитической поверхностью)



Фиг. 1



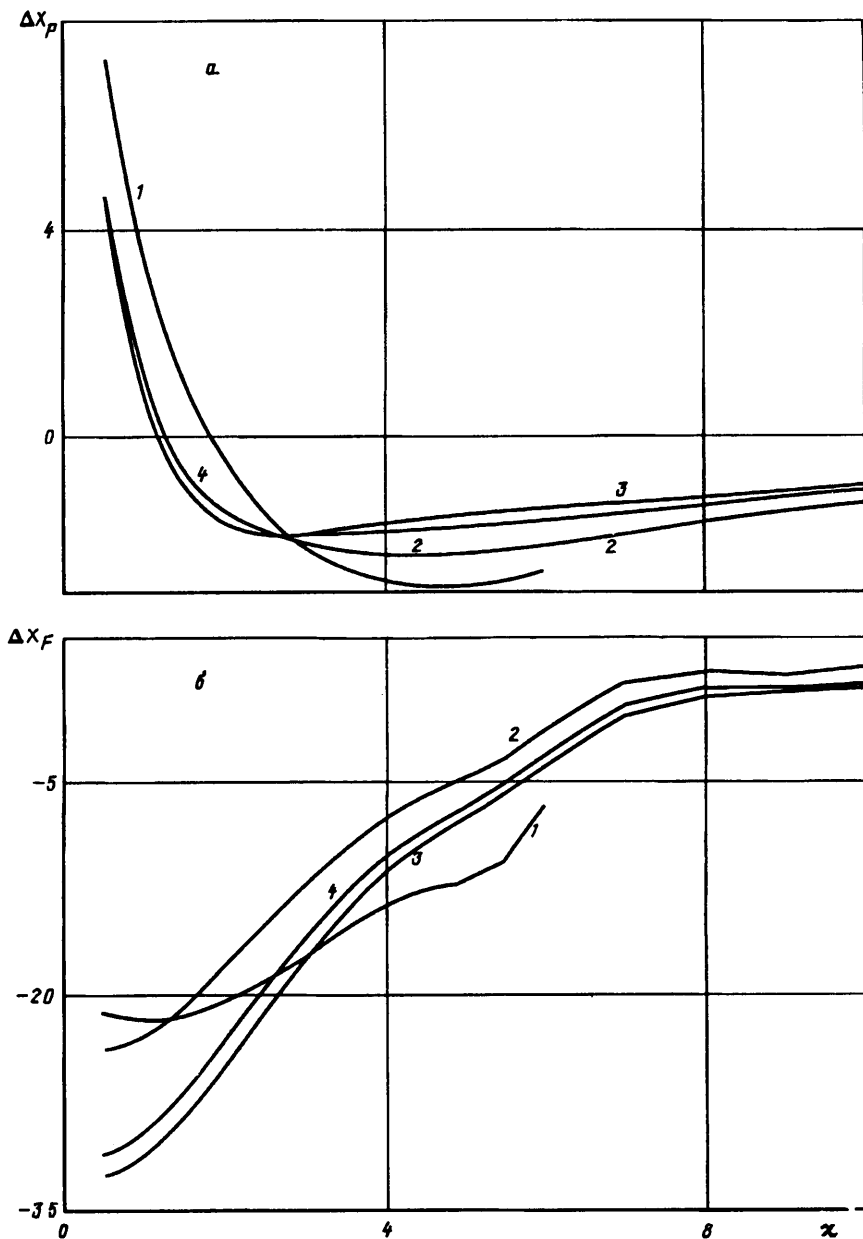
Фиг. 2

тела). Существенное различие наблюдается как в размерах ударного слоя, так и в температуре газа в нем. Анализ результатов показывает, что процессы физико-химических превращений значительно влияют на местные термодинамические характеристики в окрестности критической точки. Например, величина T^* для модели совершенного газа (без учета химических реакций) и моделей, учитывающих химические превращения, может различаться в 5 раз. В окрестности кормовой части тела температура газа за ударной волной недостаточна для поддержания химических реакций. В целом это приводит к снижению влияния физико-химических процессов на распределения местных коэффициентов давления, трения и теплового потока.

На графике (фиг. 2, а) представлена зависимость суммарного теплового потока

$$Q = \iint I_0^n dS$$

от параметра удлинения χ для моделей совершенного (кривая 1), химически равновесного (кривая 2) и химически неравновесного газа (кривая 3) — абсолютно каталитическая поверхность, 4 — абсолютно некаталитическая поверхность, 5 — $K_0 = K_N = 3$ м/с. Анализ этих результатов свидетельствует о том, что максимальное



Фиг. 3

различие в значении Q для различных моделей газа достигается при малых χ ($\chi \sim 1$), в то время как при больших значениях χ ($\chi \sim 10$) различие значений Q может составлять только несколько процентов. Эффект влияния каталитических свойств поверхности проявляется аналогичным образом. При небольшом удлинении эллипсоида ($\chi \lesssim 5$) значение Q для химически равновесной модели больше, чем для химически неравновесной с абсолютно некаталитической поверхностью. В этом случае основной вклад в Q дает окрестность критической точки, где влияние каталитических свойств на плотность теплового потока велико. При большом удлинении ($\chi \gtrsim 5$) более заметным становится вклад в значение Q от кормовой поверхности. В ее окрестности температура газа для химически неравновесно

модели из-за конечности скоростей химических реакций становится выше, чем для химически равновесной модели. Это приводит к тому, что значение Q для химически равновесной модели газа становится меньшим, чем для химически неравновесной с некаталитической поверхностью. Для совершенного газа наблюдается немонотонная зависимость Q от χ , для других моделей Q монотонно увеличивается и приближается к тепловому потоку, полученному для модели совершенного газа ($Q \approx 0,045$).

Влияние различных моделей газа на сопротивление вязкого трения

$$X_F = \frac{1}{Re_\infty} \iint \mu \frac{\partial u}{\partial n} dS$$

представлено на графиках фиг. 2, 6.

По сравнению с X_F сопротивление X_p

$$X_p = \iint p n^2 dS$$

значительно слабее зависит от физико-химической модели газа. При малых χ ($\chi \sim 1$) вклад в суммарное сопротивление силы вязкого трения невелик и составляет величину порядка 1% от X_p , при больших χ ($\chi \sim 10$) величина X_F сопоставима с величиной X_p . На графиках фиг. 3 показаны распределения величин

$$\Delta X_p = 100 (X_p - X_p^c) / X_p^c$$

$$\Delta X_F = 100 (X_F - X_F^c) / X_F^c$$

представляющих собой относительную разность X_p и X_F для моделей, учитывающих физико-химические процессы, и модели совершенного газа. Кривая 1 соответствует модели химически равновесного газа, 2 — химически неравновесного с абсолютно каталитической поверхностью, 3 — химически неравновесного с абсолютно некаталитической поверхностью, 4 — химически неравновесного с $K_O = K_N = 3$ м/с. Из анализа этих результатов следует, что влияние физико-химических процессов на величину силы сопротивления давления X_p (поправка на учет реальных свойств воздуха) составляет лишь несколько процентов. Интересно, что зависимость ΔX_p от степени удлинения тела немонотонна и меняет знак: при малых χ ($\chi \lesssim 1,5$) она положительная, при больших χ поправка становится отрицательной.

Учет физико-химических процессов приводит к увеличению степени сжатия в ударном слое и возрастанию местного коэффициента давления. Вклад последнего при малых χ в суммарное значение X_p от окрестности критической точки достаточно велик. При больших значениях χ заметным становится вклад в X_p от кормовой поверхности, на которой поправка в местное значение p на реальность свойств воздуха становится отрицательной. Вклад реальных свойств воздуха при малых χ в сопротивление, обусловленное силами вязкого трения газа о поверхность тела, весьма существен (30—35%). При больших χ поправка ΔX_F меняет знак и составляет величину порядка нескольких процентов.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Scott C. D. Space shuttle laminar heating with finite-rate catalytic recombination//AIAA Pap. 1981. № 1184. 8р.
2. Гершбейн Э. А., Щелин В. С., Юницкий С. А. Гиперзвуковой химически неравновесный вязкий ударный слой на крыльях с каталитической поверхностью//Изв. АН СССР. МЖГ. 1984. № 6. С. 127—135.
3. Пейгин С. В., Тирский Г. А. Трехмерные задачи сверх- и гиперзвукового обтекания тел потоком вязкого газа//Итоги науки и техники. ВИНТИ. Сер. Мех. жидкости и газа. 1988. Т. 22. С. 62—177.
4. Егоров И. В., Кузнецов М. М., Нейланд В. Я. Определение максимальных неравновесных тепловых потоков//Уч. зап. ЦАГИ. 1988. Т. 19. № 4. С. 1—9.
5. Жлуктов С. В., Тирский Г. А. Влияние колебательно-диссоциационного взаимодействия на теплопередачу и сопротивление при гиперзвуковом обтекании тел//Изв. АН СССР. МЖГ. 1990. № 3. С. 141—151.

6. *Бабиков П. Е., Егоров И. В., Кузнецов М. М., Никольский В. С.* Влияние колебательной и химической неравномерности в газе и на поверхности на течение диссоциированного и ионизированного воздуха в вязком ударном слое//Тез. докл. 10-й Всесоюз. конф. по динамике разреженных газов. Москва, 27—30 июня 1989. М., 1989. С. 41.
7. *Tam L. T., Li C. P.* Three-dimensional thermochemical nonequilibrium flow modeling for hypersonic flows//AIAA Pap. 1989. № 1860. 12 p.
8. *Cheng H. K.* Hypersonic shock-layer theory of the stagnation region at low Reynold number//Proc. 1961. Heat Transfer and Fluid Mech. Inst. Stanford. Calif: Stanford Univ. Press, 1961. P. 161—175.
9. *Васильевский С. В., Триский Г. А., Утюжников С. В.* Численный метод решения уравнений вязкого ударного слоя//Журн. вычисл. математики и мат. физики. 1987. Т. 27. № 5. С. 741—750.
10. *Бородин А. И., Казаков В. Ю., Пейгин С. В.* Многокомпонентный пространственный вязкий ударный слой на затупленных телах с каталитической поверхностью, обтекаемых под углами атаки и скольжения//Изв. АН СССР. МЖГ. 1990. № 1. С. 143—150.
11. *Kang S.-W., Dunn M. G., Jones W. L.* Theoretical and measured elektron-density distributions for the RAM vehicle at high altitudes//AIAA Pap. 1972. № 689. 13 p.
12. *Wilke C. A.* viscosity equation for gas mixtures//J. Chem. Phys. 1950. V. 18. № 4. P. 517—519.
13. *Mason E. A., Saxena S. C.* Approximate formula for the thermal conductivity of gas mixtures//Phys. Fluids. 1958. V. 1. № 5. P. 361—369.
14. *Гурвич Л. В., Вейц И. В., Медведев В. А. и др.* Термодинамические свойства индивидуальных веществ. Т. 1. Кн. 2. М.: Наука, 1978. 327 с.
15. *Chakravarthy S. R.* Euler equations-implicit schemes and boundary conditions//AIAA Journal. 1983. V. 21. № 5. P. 699—706.
16. *Егоров И. В., Зайцев О. Л.* Об одном подходе к численному решению двумерных уравнений Навье — Стокса методом сквозного счёта//Журн. вычисл. математики и мат. физики. 1991. Т. 31. № 2. С. 286—299.

Москва

Поступила в редакцию
14.XI.199