

УДК 533.6.011.55

© 1992 г. Д. Х. ГАНЬЖА, Г. А. ТИРСКИЙ, С. В. УТЮЖНИКОВ, М. О. ФРИДЛЕНДЕР

О ВЛИЯНИИ ЭФФЕКТОВ ВТОРОГО ПРИБЛИЖЕНИЯ ТЕОРИИ ПОГРАНИЧНОГО СЛОЯ ПРИ ГИПЕРЗВУКОВОМ ОБТЕКАНИИ ПРИТУПЛЕННЫХ КОНУСОВ БОЛЬШОГО УДЛИНЕНИЯ

Расчет давления при обтекании затупленных конусов в рамках модели невязкого газа проводился во многих работах (см., например, [1]). Вычислению трения и тепловых потоков к затупленным конусам в рамках классической теории пограничного слоя Прандтля также было посвящено большое количество работ (см., например, [2]). Расчет второго приближения теории пограничного слоя вблизи точки торможения гиперзвукового потока проведен в [3], где показано, что влияние эффекта поглощения энтропийного слоя на теплопередачу и поверхностное трение преобладает над всеми эффектами второго порядка в окрестности затупления. В ряде работ эффект поглощения энтропийного слоя выделяется как главный. Так, в [4] отмечается, что поглощение энтропийного слоя приводит к увеличению теплового потока до 50% и более вниз по потоку к поверхности орбитального самолета по сравнению с данными расчетов, проведенных без учета этого эффекта.

В [5, 6] исследовано обтекание затупленного тела гиперзвуковым потоком газа с учетом эффекта поглощения энтропийного слоя методом асимптотических разложений. В [5] получена оценка длины, на которой энтропийный слой поглощается пограничным слоем. Для учета поглощения энтропийного слоя в рамках классической модели пограничного слоя развиты различные приближенные методы [5—11]. В [7, 8] оно учитывалось параметрами течения на внешней границе пограничного слоя методом глобального баланса расхода. Полученные результаты по влиянию числа Рейнольдса на толщину вытеснения пограничного слоя в [7] согласуются с полученными позднее результатами асимптотического анализа [5]. В [9—11] предложен способ учета эффекта поглощения энтропийного слоя на основе метода среднemasсовых величин.

Каждый из указанных выше подходов позволяет эффективным образом, без решения более сложной, чем уравнения пограничного слоя, системы уравнений учесть поглощение энтропийного слоя. Тем не менее такие подходы являются приближенными.

Цель настоящей работы — определение влияния эффектов второго порядка в совокупности на сверхзвуковое осесимметричное обтекание длинных затупленных конусов, а также определение области применимости приближенных методов учета наиболее сильного из эффектов второго порядка — поглощения энтропийного слоя. В качестве газодинамической модели течения выбрана система полных уравнений вязкого ударного слоя, в которой присутствуют все члены газодинамических уравнений Эйлера и все члены второго порядка асимптотической теории пограничного слоя. При этом решение проводится в расчетной области единым образом.

1. Постановка задачи и метод решения. Течение газа между ударной волной и телом описывается системой уравнений [12, 13]. Для совершенного газа с постоянным отношением теплоемкостей $\kappa = c_p / c_v$, она имеет вид

$$\frac{\partial}{\partial x} (r\rho u) + \frac{\partial}{\partial y} (H_1 r\rho v) = 0 \quad (1.1)$$

$$\rho \left(\frac{u}{H_1} \frac{\partial u}{\partial x} + v \frac{\partial u}{\partial y} + \frac{uv}{R(x)H_1} \right) = -\frac{1}{H_1} \frac{\partial p}{\partial x} + \frac{1}{rH_1^2} \frac{\partial}{\partial y} \left[rH_1^2 \mu \left(\frac{\partial u}{\partial y} - \frac{u}{R(x)H_1} \right) \right]$$

$$\rho \left(\frac{u}{H_1} \frac{\partial v}{\partial x} + v \frac{\partial v}{\partial y} - \frac{u^2}{R(x)H_1} \right) = -\frac{\partial p}{\partial y}$$

$$\rho \left(\frac{u}{H_1} \frac{\partial H}{\partial x} + v \frac{\partial H}{\partial y} \right) =$$

$$= \frac{1}{r H_1} \frac{\partial}{\partial y} \left\{ r H_1 \frac{\mu}{Pr} \left[\frac{\partial H}{\partial y} + \frac{v_\infty^2}{H_\infty} \left(\frac{Pr-1}{2} \frac{\partial (u^2)}{\partial y} - \frac{Pr}{R(x) H_1} u^2 \right) \right] \right\}$$

$$H = \frac{\kappa}{\kappa-1} \frac{p}{\rho} + \frac{u^2 + v^2}{2}$$

Система уравнений (1.1) записана в криволинейной ортогональной системе координат x, y , связанной с телом. Здесь u, v — безразмерные составляющие вектора скорости по осям x, y ; p, ρ, H, μ — давление, плотность, полная удельная энтальпия, коэффициент вязкости (определяемый по закону Сазерленда) соответственно; Pr — число Прандтля, $Re_\infty = \rho_\infty u_\infty R_w / \mu_\infty$ — число Рейнольдса, R_w — радиус затупления конуса, $H_1 = 1 + y/R(x)$ — метрический коэффициент Ламе, $R(x)$ — радиус кривизны тела, r — расстояние от точки в пространстве до оси вращения конуса.

Ударная волна полагается тонкой. На теле ставятся условия прилипания и непротекания, а также постоянства температуры стенки или условие адиабатичности. На ударной волне задаются условия Рэнкина — Гюгонно

$$K_s = \frac{\rho_\infty}{\rho_s} = \frac{\kappa-1}{2} \left(\frac{1}{M_\infty^2 \sin^2 \beta} + \frac{2}{\kappa+1} \right) \quad (1.2)$$

$$u_s = \cos \beta \cos \beta_s + K_s \sin \beta \sin \beta_s - \frac{\mu_s}{\sin \beta} \frac{1}{Re_\infty} \left(\frac{\partial u}{\partial y} - \frac{u}{R(x) H_1} \right),$$

$$p_s = (1 - K_s) \sin^2 \beta + \frac{1}{\kappa M_\infty^2}$$

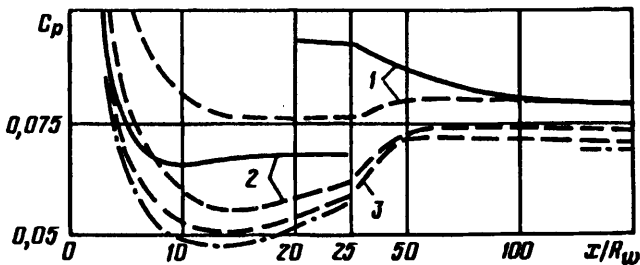
$$v_s = u \operatorname{tg} \beta_s - K_s \frac{\sin \beta}{\cos \beta_s}$$

$$H_s = 1 - \frac{1}{Re_\infty} \frac{\mu_s}{Pr \sin \beta} \left(\frac{\partial H}{\partial y} + \frac{Pr-1}{2} \frac{v_\infty^2}{H_\infty} \frac{\partial u^2}{\partial y} - \frac{v_\infty^2}{H_\infty} \frac{Pr}{R(x) H_1} u^2 \right),$$

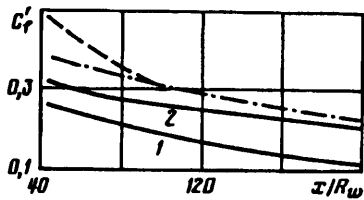
Здесь индекс s соответствует величинам за ударной волной, β_s — угол между касательной к ударной волне и осью конуса, β — угол между касательными к ударной волне и к телу при фиксированном значении x .

Система уравнений вязкого ударного слоя решалась высокоэффективным по затратам памяти и времени ЭВМ численным методом, основанным на проведении глобальных итераций. Такой метод позволяет сократить затраты машинного времени примерно в 10 раз по сравнению с методом установления. Для решения задачи обтекания тел большой длины применялась блочно-маршевая реализация метода [14]. Применяемая разностная схема имела второй порядок аппроксимации производных по x и четвертый по y . При этом в нормальном к телу направлении использовалось переменное распределение шагов разностной сетки, которые выбирались в каждой точке в зависимости от изменения функции в ее окрестности. Распределение узлов разностной сетки по x осуществлялось таким образом, что один из узлов попадал в точку сопряжения с конусом, являющуюся точкой разрыва кривизны образующей. Для расчета параметров потока в точке сопряжения со вторым порядком аппроксимации применялись точные соотношения для разрыва первых и вторых производных от искомых функций.

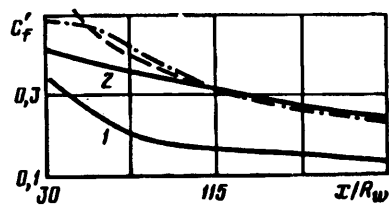
2. Результаты. Для оценки точности модели вязкого ударного слоя необходимо знать степень соответствия результатов расчетов системы уравнений вязкого ударного слоя результатам расчетов системы уравнений Навье — Стокса. Н:



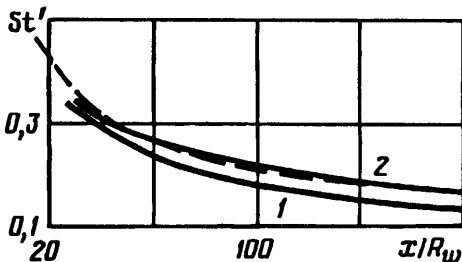
Фиг. 1



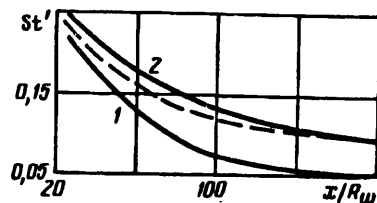
Фиг. 2



Фиг. 3



Фиг. 4



Фиг. 5

расстояниях порядка радиуса затупления такое сравнение проводилось в [13]. Отмечено расхождение результатов не более 5%. Для сравнения на больших расстояниях от точки торможения использованы решения в рамках уравнений Навье — Стокса задачи обтекания вязким газом затупленного конуса с углом полураствора $\theta_k = 10^\circ$, с адиабатической поверхностью, приведенные в [15]. Параметры течения: $M_\infty = 16,35$, $Pr = 0,72$, $Re_\infty = 1,21 \cdot 10^3$ и $1,21 \cdot 10^4$. При этих же условиях проведены расчеты с использованием систем уравнений (1.1) и [1].

На фиг. 1 представлены результаты расчетов коэффициента давления $C_p = 2p/(\rho_\infty u_\infty^2)$ в зависимости от расстояния по образующей x/R_w . Штрихпунктирная кривая соответствует расчету коэффициента давления по модели [1], штриховые линии — решениям задачи (1.1), (1.2), а сплошные — решениям уравнений Навье — Стокса. Номер 1 соответствует $Re_\infty = 1,21 \cdot 10^3$, 2 — $1,21 \cdot 10^4$, 3 — $1,21 \cdot 10^5$. На расстояниях порядка $(2-50) \cdot R_w$ наблюдается расхождение распределений давления, рассчитанных по решениям уравнений вязкого ударного слоя и Навье — Стокса. По-видимому, это вызвано тем, что в расчете давления по уравнениям вязкого ударного слоя не учитываются продольные составляющие вязких сил, которые присутствуют в уравнениях Навье — Стокса.

Отличие результатов расчетов по [1] от результатов расчетов по системе уравнений Навье — Стокса показывает влияние всех сил вязкости на величину коэффициента давления при указанных значениях числа Рейнольдса. Отличие распределения значения давления [1] от данных, рассчитанных по модели вязкого ударного слоя, показывает ту долю сил вязкости, которая учитывается в данной модели. Для обоих значений числа Рейнольдса на расстояниях до $(50-70) \cdot R_w$ вклад таких сил составляет не менее 50%. При $x > 70 R_w$ различие коэффициента

давления, рассчитанного по уравнениям вязкого ударного слоя и по уравнениям Навье — Стокса, не превышает 5%. Более того, изменение давления за счет вытеснения невязкого потока пограничным слоем, полученное по модели вязкого ударного слоя, отличается от рассчитанного по уравнениям Навье — Стокса на величину менее 10% при $x > 90 R_w$.

Расчеты по приближенным моделям [7, 9] показали, что поглощение энтропийного слоя пограничным приводит к значительному изменению коэффициента трения. Для подтверждения такого вывода и выяснения области применимости методов [7, 9], а также определения погрешностей этих подходов, уравнения вязкого ударного слоя (1.1) с граничными условиями (1.2) решались численно для случаев обтекания затупленных конусов ($\theta_k = 20$ и 30°) большого удлинения ($L = 200 R_w$) гиперзвуковым потоком ($M_\infty = 8, \kappa = 1,4$) при числе $Re_\infty = 10^6$ и двух значениях температуры поверхности ($t_w = 0,2, 0,6$).

Результаты расчетов приведены на фиг. 2—5 в виде распределений местного коэффициента трения $C_f' = C_f \sqrt{Re_\infty}$ и числа Стантона $St' = St \sqrt{Pe_\infty}$ вдоль образующей конуса, где

$$C_f = \mu \frac{\partial u}{\partial y} \frac{2}{\rho_\infty u_\infty^2}, \quad St = \lambda \frac{\partial T}{\partial y} [\rho_\infty v_\infty c_p T_0 (1 - t_w)]^{-1}$$

$$t_w = \frac{T_w}{T_0}$$

Здесь t_w — температурный фактор поверхности, T_0 — температура адиабатического торможения потока.

Сравнение результатов, полученных по моделям [7, 9] и вязкого ударного слоя, показывает, что изменение коэффициента трения за счет поглощения энтропийного слоя пограничным учитывается методами [7, 9] с большой погрешностью. На фиг. 2 представлены зависимости коэффициента трения C_f' от расстояния вдоль образующей x/R_w для затупленного конуса с углом полураствора $\theta_k = 20^\circ$, при $Re_\infty = 10^6$, $t_w = 0,2$. Кривая 1 соответствует модели пограничного слоя, кривая 2 — модели вязкого ударного слоя, штрихпунктирная линия — модели [7], а штриховая — модели [9]. В зоне развитого поглощения энтропийного слоя ($L = 100 R_w$) увеличение коэффициента трения, полученное в [7], на 60—70% больше рассчитанного по уравнениям вязкого ударного слоя. На расстояниях, при которых энтропийный слой полностью поглощен пограничным ($L > 170 R_w$), это различие составляет 20%.

На фиг. 3 представлена зависимость коэффициента трения от расстояния вдоль образующей конуса с $\theta_k = 30^\circ$ ($Re_\infty = 1,21 \cdot 10^6$, $t_w = 0,2$). Обозначения кривых соответствуют фиг. 2. Результаты расчетов по моделям [7, 9] и вязкого ударного слоя совпадают с погрешностью 15—20% во всей расчетной зоне при $L > 100 R_w$. Увеличение коэффициента трения за счет поглощения энтропийного слоя, определенное по методам [7, 9], различается при $L > 100 R_w$ на величину менее 10%. В области затупления ($L < 1,5 R_w$) расчеты по уравнениям Навье — Стокса и вязкого ударного слоя совпадают, в этой же области различия с данными [7] достигают 20%.

При обтекании холодных конусов ($t_w = 0,2$) эффект поглощения энтропийного слоя пограничным не приводит к значительному изменению коэффициента теплопередачи. На фиг. 4 представлены результаты расчетов зависимости $St'(x/R_w)$ при $Re_\infty = 1,21 \cdot 10^6$, $t_w = 0,2$, $\theta_k = 30^\circ$. Кривая 1 соответствует расчетам пограничного слоя без учета эффекта поглощения энтропийного слоя и с учетом этого эффекта по модели [7], которые практически совпадают, кривая 2 — модели вязкого ударного слоя, штриховая линия — модели [9]. Отличие результатов расчетов по уравнениям пограничного слоя от расчетов, полученных на основе

вязкого ударного слоя [7, 9], находится в пределах 20% во всей рассматриваемой области течения.

На фиг. 5 представлены результаты расчетов зависимости St от x/R_w при $\theta_k = 30^\circ$, $t_w = 0,6$, $Re_w = 1,21 \cdot 10^6$. Кривая 1 соответствует расчету пограничного слоя, кривая 2 — расчетам системы уравнений вязкого ударного слоя и [7], которые практически совпадают, штриховая кривая — результатам, полученным по модели [9]. Поглощение энтропийного слоя приводит к значительному увеличению коэффициента теплопередачи (до 100%). При этом погрешность модели [7] в сравнении с расчетами по модели вязкого ударного слоя менее 10%, а модели [9] — менее 20%.

3. Заключение. Сравнение результатов решений уравнений вязкого ударного слоя и Навье — Стокса показывает, что расчеты по модели вязкого ударного слоя позволяют адекватно описывать эффекты вязкости при обтекании конусов большого удлинения как в области затупления, так и на расстояниях $x > 70 R_w$.

Модель пограничного слоя дает заниженные значения как для коэффициента трения, так и для теплового потока. Эффект поглощения энтропийного слоя пограничным слоем может приводить к значительному изменению коэффициентов трения и теплопередачи (до 100%) в зоне интенсивного поглощения. При обтекании охлаждаемых конусов эффект поглощения энтропийного слоя не приводит к значительному изменению теплопередачи, в то же время с возрастанием температурного фактора возрастает влияние этого эффекта. Приближенные способы учета эффекта поглощения [7, 9] дают приемлемые результаты для различных значений температурного фактора. Погрешность для обеих моделей составляет менее 20% во всей расчетной зоне течения.

Эффект поглощения энтропийного слоя существенно большее влияние оказывает на величину трения. Методы [7, 9] позволяют с хорошей точностью определять значения коэффициента трения лишь в окрестности затупления (там, где эффекты второго порядка несущественны) и на больших расстояниях от затупления, соответствующих уже поглощенному пограничному слою. Коэффициент трения должен рассчитываться по модели вязкого ударного слоя, более грубые модели в этой зоне могут приводить к погрешности 60—70%. Коэффициент трения в области завершившегося поглощения энтропийного слоя может быть рассчитан по методам [7, 9] с погрешностью не более 20%. В окрестности области затупления более эффективен метод [7], расхождение результатов которого с результатами модели вязкого ударного слоя составляет менее 20%. В зоне интенсивного поглощения энтропийного слоя погрешности моделей [7, 9] могут достигать величины 60—70% и следует пользоваться моделью вязкого ударного слоя.

При расчете коэффициента сопротивления затупленного конуса малого удлинения стоит пользоваться точными уравнениями Навье — Стокса. Менее точные модели могут давать погрешность более 60%. При расчете коэффициента сопротивления конуса большого удлинения ($L > 200 R_w$) модель вязкого ударного слоя дает погрешность менее 20%.

В заключение авторы выражают благодарность А. Н. Покровскому за любезно предоставленные результаты расчетов по методу среднemasсовых величин.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Лунев В. В., Магомедов К. М., Павлов В. Г. Гиперзвуковое обтекание притупленных конусов с учетом равновесных физико-химических превращений. М.: ВЦ АН СССР, 1968. 203 с.
2. Лойцянский Л. Г. Механика жидкости и газа. М.: Наука, 1987. 840 с.
3. Ван-Дайк М. Теория сжимаемого пограничного слоя во втором приближении с применением к обтеканию затупленных тел гиперзвуковым потоком // Исследование гиперзвуковых течений. М.: Мир, 1964. С. 35—58.
4. Goodrich W. D., Li C. P., Houston C. K. et al. Numerical computations of orbiter flowfields and laminar heating rates // J. Space and Roc. 1977. V. 14. № 5. P. 257—264.
5. Елжик Ю. Г.; Ермак Ю. Н., Липатов И. И., Нейланд В. Я. Поглощение энтропийного слоя на затупленном конусе в гиперзвуковом потоке вязкого газа // Уч. зап. ЦАГИ. 1983. Т. 14. № 1. С. 18—25.

6. Елькин Ю. Г., Ермак Ю. Н., Липатов И. И., Нейланд В. Я. К теории вихревого взаимодействия на затупленном конусе//Уч. зап. ЦАГИ. 1982. Т. 13. № 3. С. 50—60.
7. Колина Н. П., Пятнова А. И., Солодкин Е. Е. Влияние поглощения энтропийного слоя на характеристики длинных затупленных тел при различном характере течения в пограничном слое//Тр. ЦАГИ. 1981. Вып. 2107. С. 161—200.
8. Бабиков П. Е., Башкин В. А. Расчет ламинарного пограничного слоя на телах большого удлинения с учетом поглощения энтропийного слоя//Тр. ЦАГИ. 1978. Вып. 1909. 33 с.
9. Лунев В. В. Метод среднemasсовых величин для пограничного слоя во внешнем потоке с поперечной неоднородностью//Изв. АН СССР. МЖГ. 1967. № 1. С. 127—133.
10. Землянский Б. А., Шманенкова Г. А. Метод среднemasсовых величин для трехмерного пограничного слоя в завихренном потоке//Изв. АН СССР. МЖГ. 1981. № 1. С. 80—87.
11. Землянский Б. А., Степанов Г. Н. О расчете теплообмена при пространственном обтекании тонких затупленных конусов гиперзвуковым потоком воздуха//Изв. АН СССР. МЖГ. 1981. № 5. С. 173—177.
12. Гершбейн Э. А., Пейгин С. В., Тирский Г. А. Сверхзвуковое обтекание тел при малых и умеренных числах Рейнольдса//Итоги науки и техники. ВИНТИ. Мех. жидкости и газа. М., 1985. Т. 19. С. 3—85.
13. Васильевский С. А., Тирский Г. А., Утюжников С. В. Численный метод решения уравнений вязкого ударного слоя//Журн. вычисл. математики и мат. физики. 1987. Т. 27. № 5. С. 741—750.
14. Утюжников С. В. Численное решение полных уравнений вязкого ударного слоя в задаче гиперзвукового обтекания притупленных тел//Численные методы механики сплошных сред. 1986. Т. 17. № 6. С. 125—131.
15. Tassa Yehuda, Conti Raul. Numerical Navier-Stokes modeling of hypersonic laminar wakes behind blunt cones with real-gas effects//AIAA Pap. 1986 (1987). № 374. P. 1—25.

Москва

Поступила в редакцию
12.III.1991