

УДК 532.517.4

© 1992 г. У. С. АБДИБЕКОВ, К. Е. ДЖАУГАШТИН

О ПОЛУЭМПИРИЧЕСКОЙ МОДЕЛИ ТУРБУЛЕНТНОГО СТРАТИФИЦИРОВАННОГО ТЕЧЕНИЯ

В последнее время для изучения течений и процессов переноса тепла, возникающих в водоемах при сбросе подогретых вод тепловых и атомных электростанций, помимо традиционных способов расчета начинают применять численные модели [1]. В [2] приводится обзор работ, в которых используются различные методы замыкания гидротермических уравнений турбулентного течения стратифицированной жидкости. В них в основном используется двух-параметрическая модель, содержащая около 10 эмпирических констант в уравнениях для кинетической энергии пульсации и диссипации энергии [3]. Эти модели были реализованы в [4].

Ниже предлагается более простая математическая модель пространственного турбулентного течения стратифицированной жидкости, позволяющая выполнить расчет полей скорости и температуры и произвести приближенную оценку пульсационных характеристик течения при использовании трех эмпирических констант. Численно решены две задачи: стратифицированное течение в открытом канале и пространственное течение в водоеме-охладителе Экибастузской ГРЭС-1. Результаты расчета согласуются с экспериментальными данными и натурными измерениями.

Рассмотрим развитое пространственное турбулентное течение стратифицированной по температуре жидкости в мелководном бассейне. В этом случае вертикальная составляющая вектора скорости U_3 значительно меньше горизонтальных компонент U_1 , U_2 и вследствие этого исходными уравнениями для исследования турбулентных течений можно принять уравнения движения и температуры в гидростатическом приближении [5]

$$\begin{aligned} \frac{\partial U_1}{\partial \tau} + U_1 \frac{\partial U_1}{\partial x_1} + U_2 \frac{\partial U_1}{\partial x_2} + U_3 \frac{\partial U_1}{\partial x_3} &= -g \frac{\partial}{\partial x_1} \left(\eta + \frac{1}{\rho_0} \int_{x_3}^H \rho dx_3 \right) + \\ &+ \frac{\partial}{\partial x_1} (-\langle u_1^2 \rangle) + \frac{\partial}{\partial x_2} (-\langle u_1 u_2 \rangle) + \frac{\partial}{\partial x_3} (-\langle u_1 u_3 \rangle) \\ \frac{\partial U_2}{\partial \tau} + U_1 \frac{\partial U_2}{\partial x_1} + U_2 \frac{\partial U_2}{\partial x_2} + U_3 \frac{\partial U_2}{\partial x_3} &= -g \frac{\partial}{\partial x_1} \left(\eta + \frac{1}{\rho_0} \int_{x_3}^H \rho dx_3 \right) + \\ &+ \frac{\partial}{\partial x_1} (-\langle u_1 u_2 \rangle) + \frac{\partial}{\partial x_2} (-\langle u_2^2 \rangle) + \frac{\partial}{\partial x_3} (-\langle u_2 u_3 \rangle) \\ \frac{\partial U_1}{\partial x_1} + \frac{\partial U_2}{\partial x_2} + \frac{\partial U_3}{\partial x_3} &= 0, \quad \rho = \rho_0 [1 - \beta(T - 4)^2] \end{aligned} \quad (1)$$

$$\frac{\partial T}{\partial \tau} + U_1 \frac{\partial T}{\partial x_1} + U_2 \frac{\partial T}{\partial x_2} + U_3 \frac{\partial T}{\partial x_3} = \frac{\partial}{\partial x_1} (-\langle u_1 t \rangle) + \frac{\partial}{\partial x_2} (-\langle u_2 t \rangle) + \frac{\partial}{\partial x_3} (-\langle u_3 t \rangle)$$

Здесь u_i — компоненты пульсаций скорости вдоль оси x_i , τ — время, T — среднее значение температуры, t — пульсация температуры,

η — отклонения уровня поверхности воды от невозмущенного состояния H , ρ_0 — плотность воды при $T_0 = 4^\circ \text{C}$, β — коэффициент объемного расширения.

Для замыкания уравнений (1), как и в [6], воспользуемся уравнениями для одноточечных моментов второго порядка полей скорости и температуры, записанных для чисто сдвигового развитого турбулентного течения при пренебрежении в них турбулентной диффузией и замкнутых на основе полуэмпирических гипотез Колмогорова — Ротта

$$\frac{\partial \langle u_i u_j \rangle}{\partial \tau} + \langle u_k u_j \rangle \frac{\partial U_i}{\partial x_k} + \langle u_k u_i \rangle \frac{\partial U_j}{\partial x_k} + k \frac{\sqrt{E}}{l} (\langle u_i u_j \rangle - \delta_{ij} \frac{2}{3} E) + \\ + c \delta_{ij} \frac{2}{3} \frac{E^{3/2}}{l} - \beta g (\delta_{3i} \langle tu_j \rangle + \delta_{3j} \langle tu_i \rangle) = 0 \quad (2)$$

$$\frac{\partial \langle u_i t \rangle}{\partial \tau} + \langle u_k t \rangle \frac{\partial U_i}{\partial x_k} + \langle u_k u_i \rangle \frac{\partial T}{\partial x_k} + k_1 \frac{\sqrt{E}}{l} \langle u_i t \rangle - \delta_{3i} \beta g \langle t^2 \rangle = 0$$

$$\frac{\partial}{\partial \tau} \langle t^2 \rangle + \langle u_k t \rangle \frac{\partial T}{\partial x_k} + c_1 \frac{\sqrt{E}}{l} \langle t^2 \rangle = 0$$

где l — длина пути смешения для рассмотренных типов течения, которая будет определена ниже, (k , k_1 , c и c_1) — эмпирические постоянные, оценка которых приведена в [7].

Решения уравнений (2) представим в виде двух сомножителей, первый из которых совпадает с выражением соответствующей величины в однородной среде ($Ri = 0$), а второй (ψ) учитывает влияние стратификации и является функцией Ричардсона

$$E = \frac{1}{c^{2/3}} P^2 [S\psi], \quad S = \left(\frac{\partial U_1}{\partial x_3} \right)^2 + \left(\frac{\partial U_2}{\partial x_3} \right)^2$$

$$\psi = \frac{1}{2} [1 - Ri' q_3 + \sqrt{1 - 2(q_3 - 2q_2)Ri' + (q_3 - 2)^2 Ri'^2}]$$

$$\langle u_i \rangle^2 = \frac{q_4}{c^{2/3}} P^2 \left(\frac{\partial U_1}{\partial x_3} \right)^2 \psi_1, \quad \langle \bar{u}_3^2 \rangle = \frac{q_4}{c^{2/3}} P^2 \left(\frac{\partial U_2}{\partial x_3} \right)^2 \psi_2$$

$$\psi_1 = \psi_2 = \psi \frac{q_4 \psi + [q_4 k/c + 4] Ri'}{q_4 (\psi + q_1 Ri')}$$

$$\langle u_3^2 \rangle = \frac{2}{3} \left(1 - \frac{k}{c} \right) \frac{1}{c^{2/3}} P^2 S \psi_3, \quad \psi_3 = \psi \frac{\psi + k/c Ri'}{\psi + q_1 Ri'} \quad (3)$$

$$-\langle u_i u_3 \rangle = P \sqrt{S} \frac{\partial U_1}{\partial x_3} \psi_4, \quad -\langle u_2 u_3 \rangle = P \sqrt{S} \frac{\partial U_2}{\partial x_3} \psi_5$$

$$\psi_4 = \psi_5 = \frac{\psi^{3/2} (\psi + q_2 Ri')}{(\psi + Ri') (\psi + q_1 Ri')}$$

$$-\langle u_i u_2 \rangle = 2 \frac{c^{1/3}}{k} P^2 \frac{\partial U_1}{\partial x_3} \frac{\partial U_2}{\partial x_3} \psi_6, \quad \psi_6 = \frac{\psi (\psi + q_2 Ri')}{(\psi + Ri') (\psi + q_1 Ri')}$$

$$-\langle tu_3 \rangle = \frac{k}{k_1} \rho \sqrt{S} \frac{\partial T}{\partial x_3} \psi_7, \quad \psi_7 = \frac{\psi^{3/2}}{\psi + q_1 Ri'}$$

$$\langle tu_1 \rangle = \frac{c^{1/2}}{k} \left(1 + \frac{k}{k_1} \right) \rho \frac{\partial U_1}{\partial x_3} \frac{\partial T}{\partial x_3} \psi_8, \quad \langle tu_2 \rangle = \frac{c^{1/2}}{k} \left(1 + \frac{k}{k_1} \right) \rho \frac{\partial U_2}{\partial x_3} \frac{\partial T}{\partial x_3} \psi_9,$$

$$\psi_8 = \psi_9 = \frac{\psi [(1 + k/k_1) \psi + k/c_1 Ri']}{(1 + k/k_1) (\psi + Ri') (\psi + q_1 Ri')}$$

$$\langle t_2^2 \rangle = \frac{k}{k_1} \frac{c}{c_1} \frac{1}{c^{2/3}} \rho \left(\frac{\partial T}{\partial x_3} \right)^2 \psi_{10}, \quad \psi_{10} = \frac{\psi}{\psi + q_1 Ri'}$$

$$Ri' = \frac{3}{2} \left[\frac{k_1}{k} \left(\frac{k}{c} - 1 \right) \right]^{-1} Ri, \quad Ri = \beta g \frac{\partial T}{\partial x_3} \frac{1}{S}$$

$$q_1 = 2 + \frac{k}{c}, \quad q_2 = \frac{k}{c_1} - \frac{k}{k_1}, \quad q_3 = \frac{7}{3} + \frac{k}{c} \left(\frac{2}{3} + \frac{c}{c_1} \right)$$

$$q_4 = \frac{2}{3} \left(2 + \frac{c}{k} \right)$$

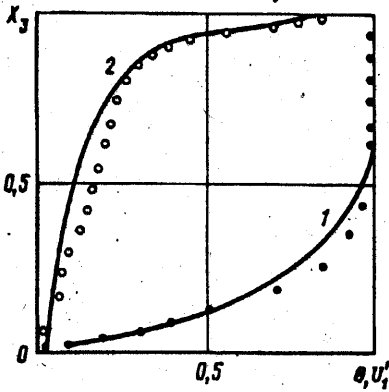
$$c = \left(\frac{c}{k} \right)^{3/2} \left[\frac{2}{3} \left(\frac{k}{c} - 1 \right) \right]^{3/4}, \quad k = \sqrt{\frac{c}{k}} \left[\frac{2}{3} \left(\frac{k}{c} - 1 \right) \right]^{3/4}$$

Для определения колебания уровня свободной поверхности предполагают обычно, что скорость ее изменения равна вертикальной компоненте скорости на поверхности $\partial \eta / \partial \tau = U_3$. Из этого кинематического условия и уравнения неразрывности следует

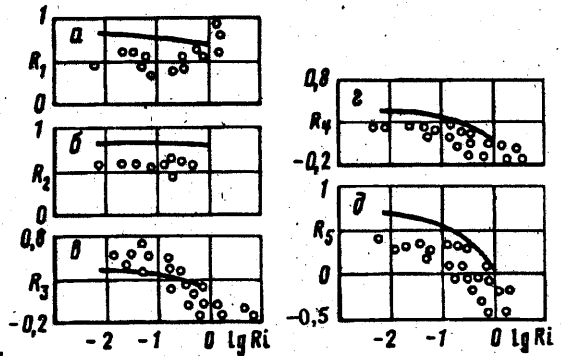
$$\frac{\partial \eta}{\partial \tau} + \frac{\partial}{\partial x_1} \int_0^H U_1 dx_3 + \frac{\partial}{\partial x_2} \int_0^H U_2 dx_3 = 0 \quad (4)$$

Для численного решения замкнутой системы уравнений (1), (3) применяется метод дробных шагов с использованием схемы стабилизирующей поправки. При решении уравнений для температуры по всем трем координатам производится обычная скалярная прогонка. Аналогично выполняется прогонка по горизонтальным координатам и при решении уравнений движения, но на последнем этапе прогонка по вертикальной координате производится с учетом уравнения (4), решение которого находится матричной прогонкой. В уравнениях (3) в качестве масштаба длины l использовалась видоизмененная формула Прандтля [8] $l = \kappa x_3 \sqrt{(1 - x_3/H)}$.

Обсудим вкратце оценку эмпирических констант (k , k_1 , c , c_1 и κ). Последняя является постоянной Кармана и равна $\approx 0,4$. Далее предполагается, что численные коэффициенты в выражениях для скорости диссипации пульсационной энергии E и вырождения температурных пульсаций $\langle t^2 \rangle$ приблизительно одинаковы: $c/c_1 \approx 1$. Отношение k/k_1 представляет собой известное эффективное турбулентное число Прандтля, которое, по многочисленным опытным данным, приближенно равно $\sigma_T = k/k_1 \approx 0,75$ [9, 10]. Наконец, как видно из (3), значения k и c определяются величиной k/c . Последняя находится из экспериментов по затуханию турбулентности за решеткой и равна ≈ 7 [7]. Это значение совпадает с его оценкой по опытам с турбулентными струйными течениями, а также лежит в диапазоне значений, оцененных по течению в канале [11].



Фиг. 1



Фиг. 2

Изложенная модель применяется для расчета плоского и пространственного турбулентного течения. В первом случае исследуем двумерное течение температурно-стратифицированной среды в открытом канале. В [12] выполнено экспериментальное исследование устойчиво-стратифицированного течения. В канал, открытый сверху, на исследуемый участок подается горячий пар и создается температурная стратификация течения. Течение было гидродинамически стабилизированным, а стабилизация по температуре устанавливалась в исследуемой области канала. Уравнения движения и температуры записываются тогда в виде

$$\frac{\partial}{\partial x_3} (-\langle u_1 u_3 \rangle) = g \frac{\partial \eta}{\partial x_1} + g \frac{\partial}{\partial x_1} \left(\frac{1}{\rho_0} \int_0^H \rho dx_3 \right) \quad (5)$$

$$Q = \int_0^H U_1 dx_3 = \text{const}$$

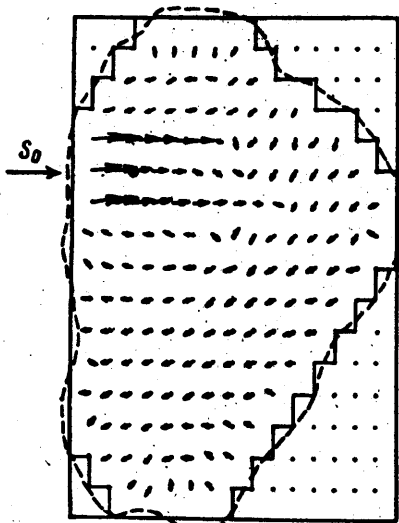
$$U_1 \frac{\partial T}{\partial x_1} = \frac{\partial}{\partial x_3} (-\langle u_3 t \rangle)$$

На нижней адиабатической стенке задается закон трения [1], а на свободной поверхности используются условия отсутствия трения и закон теплоотдачи

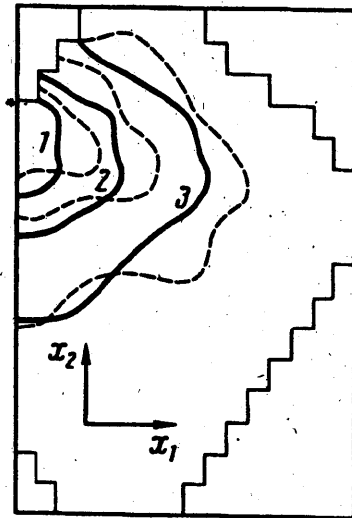
$$\left(l \frac{\partial U_1}{\partial x_3} \right)^2 = -k_b |U_1| U_1, \quad \frac{\partial T}{\partial x_3} = 0, \quad k_b = 0,014 \quad (6)$$

$$\frac{\partial U_1}{\partial x_3} = 0, \quad c_p \rho_0 \frac{1}{\sigma_T} \left(\rho \frac{\partial U_1}{\partial x_3} \right) \frac{\partial T}{\partial x_3} = k_E (T - T_E) \quad (7)$$

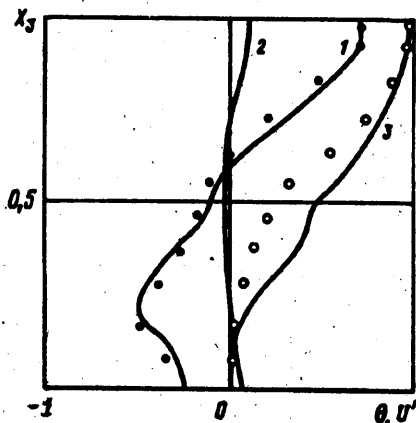
Расчеты были выполнены для значения безразмерного коэффициента теплоотдачи $k_E / (c_p \rho_0 U_0) = 0,05$ (U_0 — средняя скорость течения в канале). Результаты были сопоставлены с опытными данными, полученными для $Re = 10^4$ и $Ri_0 = 0,025$. Все измерения проводились при $L/H = 65$ (H — высота канала, L — расстояние от начала канала до окна измерения). На фиг. 1 изображены профили скорости (1 — $U_1' = U_1/U_0$, где U_0 — скорость на поверхности воды) и температура (2 — $\theta = (T - T_b) / (T_s - T_b)$, где T_s — температура на поверхности, T_b — температура на дне канала), а x_3 —



Фиг. 3



Фиг. 4



Фиг. 5

$= x_3/H$. Различные двойные корреляции полей скорости и температуры приведены на фиг. 2 ($a - R_1 = \sqrt{u_3^2}/\sqrt{u_1^2}$, $b - R_2 = \sqrt{u_2^2}/\sqrt{u_1^2}$, $c - R_3 = -\langle u_1 u_3 \rangle / (\sqrt{u_1^2} \sqrt{u_3^2})$, $d - R_4 = \langle u_3 t \rangle / (\sqrt{u_3^2} \sqrt{t^2})$, $e - R_5 = -\langle u_3 t \rangle / \langle u_1 t \rangle$, которые не зависят от результатов расчета полей средней скорости и температуры и полностью определяются соотношениями (3).

Расчеты трехмерного течения были выполнены применительно к водоему-охладителю Экибастузской ГРЭС-1, в котором производились натурные измерения для изучения гидротермического режима. Поверхность водного бассейна площадью $19,6 \text{ км}^2$ и средней глубиной $4,6 \text{ м}$ располагалась на уровне $158,5 \text{ м}$. В водоеме использовался селективный водозабор и водосброс совмещенного типа. Отработанная вода поступала в предварительный канал-смеситель, откуда через фильтрационную дамбу равномерно поступала в водоем-охладитель. Забор воды производился на расстоянии 40 м от дамбы с глубины 5 м . Расход воды, проходящей через агрегатное охлаждение, колебался в пределах $80-120 \text{ м}^3/\text{с}$ в зависимости от режима работы ЭГРЭС-1. В водоеме были установлены 40 буев, расположенных на 7 основных створах, для измерений температуры поверхности водоема, распределения температуры воды по глубине на 10 различных высотах, полей скорости на глубинах $0,5$ и 5 м и распределения скорости на глубине.

Для расчета водоема использовалась полная система уравнений (1) и (3). Граничные условия на дне были такими, как и в плоском канале (6). На боковых твердых адиабатических

поверхностях Σ_1 задавались условия прилипания, а на жидких поверхностях Σ_2 — однородные значения скорости и температуры. Условия на поверхности соответствовали непрерывности касательных напряжений на границе воды и атмосферы и условию теплоотдачи

$$U_1 = 0, x \in \Sigma_1$$

$$U_1 = f(x, \tau), T = f_T(x, \tau), x \in \Sigma_2$$

$$U_3 = 0, \left(l \frac{\partial U}{\partial x_3} \right)^2 = -k_b |U|U, \frac{\partial T}{\partial x_3} = 0, x_3 = 0 \quad (8)$$

$$\frac{\partial \eta}{\partial \tau} = U_3, \left(l \frac{\partial U}{\partial x_3} \right)^2 = \frac{\tau_w}{\rho}, c_p \rho_0 \frac{1}{\sigma_T} \left(l^2 \frac{\partial U}{\partial x_3} \right) \frac{\partial T}{\partial x_3} = -k_E (T - T_E), x_3 = H$$

Здесь $U = (U_1, U_2)$, $\tau_w = (\tau_1, \tau_2)$ — трение ветра на поверхности воды.

Расчитанные поля скорости на поверхности показаны на фиг. 3, где штрихами показан реальный береговой контур водоема, (S_0 — водосбор). Изотермы на поверхности водоема приведены на фиг. 4 (кривая соответствует $\theta = 1; 0,8; 0,6$ штриховые линии — эксперименту). На фиг. 5 приведено сравнение расчетных и измеренных вертикальных профилей скорости (l — продольная составляющая скорости $U' = U_1/U_0$, 2 — поперечная составляющая скорости $U'' = U_2/U_0$, где U_0 — скорость течения на водосборе) и температур ($3 - \theta = (T - T_b)/\Delta T$, T_b — температура воды на дне водоема, ΔT — разность температуры воды на водосборе и водозаборе) на расстоянии 400 м по створу, проходящему по середине водосбора. Точка измерения в плане обозначена темным кружком на фиг. 3.

Предлагаемая модель турбулентных стратифицированных течений позволяет качественно и приближенно количественно рассчитать поля скорости и температуры и оценить различные пульсационные характеристики в водоеме при использовании минимального числа эмпирических констант.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Кwon В. И. Гидротермический расчет водоемов-охладителей//Изв. АН СССР. Энергетика и транспорт. 1979. № 5. С. 129—137.
2. Роди В. Модели турбулентности окружающей среды//Методы расчета турбулентных течений. М.: Мир, 1984. С. 227—322.
3. Launder В. Е., Spalding D. В. The numerical computation of turbulent flows//Comput. Meth. Appl. Mech. and Eng. 1974. V. 3. № 2. P. 269—289.
4. McGuirk J. J., Rodi W. Mathematical modelling of three-dimensional heated surface jets//J. Fluid Mech. 1979. V. 95. № 4. P. 609—633.
5. Фельзенбаум А. И. Динамика морских течений//Итоги науки и техники. Гидромеханика. 1968. М.: ВИНТИ, 1970. С. 97—338.
6. Джагаштин К. Е. Двумерный свободный пограничный слой в стратифицированной среде//Изв. АН СССР. МЖГ. 1977. № 4. С. 71—79.
7. Dzhaugashthin K. E. To the boundary layer theory in a stratified medium//Proc. 5th EPS Liquid State Conference. Moscow, October 16—21, 1989.
8. Рейнольдс А. Д. Турбулентные течения в инженерных приложениях. М.: Энергия, 1979. 408 с.
9. Шец Д. А. Турбулентное течение: Процессы вдува и перемешивания. М.: Мир, 1984. 247 с.
10. Левин В. Б. К расчету основных характеристик турбулентных потоков с поперечным сдвигом//Теплофизика высоких температур. 1964. Т. 2. № 4. С. 588—598.
11. Rotta J. C. Statistische theorie nichthomogener turbulenz//Z. Phys. 1951. B. 129. № 5. S. 547—572.
12. Komori S., Ueda H., Ogino F., Mizushima T. Turbulence structure in stably stratified open-channel flow//J. Fluid Mech. 1983. V. 130. P. 13—26.

Алма-Ата

Поступила в редакцию
18.I.1991