

УДК 532.526.5

© 1992 г. Г. Л. КОРОЛЕВ

О НЕЕДИНСТВЕННОСТИ ОТРЫВНОГО ОБТЕКАНИЯ УГЛОВ  
МАЛОГО ИЗЛОМА

Одним из интересных явлений, обнаруживаемых в результате исследования течений при больших числах Рейнольдса, является неединственность картины обтекания при возникновении отрыва потока. Такая особенность отрывного течения обнаружена при исследовании ламинарного обтекания передней кромки тонкого профиля [1—2], обтекания струей изогнутой поверхности [3], обтекания точки излома осесимметричной поверхности [4] и задней кромки тонкого профиля [5]. В данной работе показано, что аналогичное явление возникает в случае обтекания выпуклого угла малого излома.

Впервые исследование пока несжимаемой жидкости в окрестности угла малого излома при больших числах Рейнольдса ( $Re \rightarrow \infty$ ) было проведено в [6, 7]. Было показано, что отрыв ламинарного потока впервые происходит, когда угол наклона поверхности достигает порядка  $O(Re^{-1/4})$ . В этом случае вблизи точки излома расположена область взаимодействия пограничного слоя с внешним потоком с характерным продольным размером порядка  $O(Re^{-3/8})$ . Эта область имеет трехслойную структуру. Самый верхний слой с характерной толщиной порядка  $O(Re^{-3/8})$  представляет собой область слабозмущенного потенциального течения. Следующий промежуточный слой с характерным поперечным размером порядка  $O(Re^{-1/2})$  занимает основная часть пограничного слоя. Он играет пассивную роль. Давление и наклон линий тока поперек этого слоя передаются в основном приближению без изменений. Определяющим является нижний вязкий пристеночный слой с характерным поперечным размером  $O(Re^{-3/8})$ , где собственно и происходит отрыв потока. Пусть  $x, y$  — ортогональная система координат, связанная с поверхностью тела, начало которой расположено в точке излома,  $u, v$  — связанные с этой системой координат компоненты вектора скорости,  $p^*$  — давление,  $l$  — характерный размер тела,  $\lambda = 0,33206$  — постоянная Блазиуса. Индексом  $\infty$  обозначены значения гидродинамических функций в набегающем потоке,  $\alpha^*$  — угол излома поверхности. Тогда после проведения соответствующих аффинных преобразований задача для вязкого подслоя выглядит следующим образом:

$$\begin{aligned} x^* &= lRe^{-3/8}\lambda^{-5/4}x, & y^* &= lRe^{-5/8}\lambda^{-3/4}y \\ u^* &= u_\infty Re^{-1/8}\lambda^{1/4}u, & v^* &= u_\infty Re^{-3/8}\lambda^{3/4}v \\ p^* &= p_\infty^* + \rho u_\infty^2 Re^{-1/4}\lambda^{1/2}p, & \alpha^* &= Re^{-1/4}\lambda^{1/2}\alpha, & Re &= \frac{l u_\infty}{\nu} \\ u \frac{\partial u}{\partial x} + v \frac{\partial u}{\partial y} &= -\frac{dp}{dx} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2}, & \frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} &= 0 \\ u(x, 0) &= v(x, 0) = 0 \end{aligned} \tag{1.1}$$

$$u \rightarrow y + \dots (x \rightarrow -\infty \text{ или } y \rightarrow \infty)$$

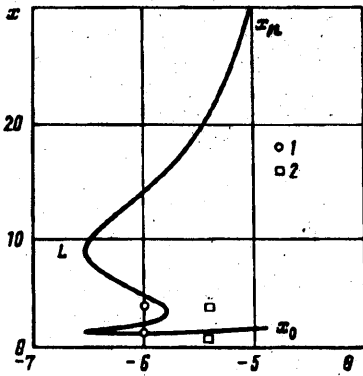
$$\begin{aligned} \lim_{y \rightarrow \infty} \frac{\partial u}{\partial x} &= f_0(x) + \alpha \left( \frac{1}{2} + \frac{1}{\pi} \arctg x + \frac{x}{x^2 + 1} \right) = \\ &= \frac{1}{\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \left( p + \frac{\alpha}{2\pi} \left( \ln(t^2 + 1) + \frac{2}{t^2 + 1} \right) \right) \frac{dt}{t-x} \end{aligned}$$

$$f_0 = 0, \quad x < 0, \quad f_0 = \alpha x, \quad x > 0.$$

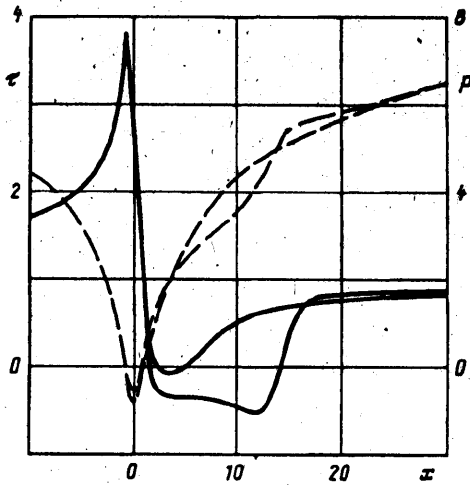
Впервые эта задача численно решена в [7]. Аналогичные результаты позднее также были получены в [8]. Было показано, что с уменьшением параметра  $\alpha$  (рассматриваются выпуклые углы) перед точкой излома происходит подъем величины поверхностного трения, а затем резкое ее падение. При  $\alpha = -5,8$  трение за точкой излома впервые обращается в ноль, образуется область возвратного течения, размер которого монотонно растет с уменьшением  $\alpha$ .

В настоящей работе показано, что найденные решения являются лишь одной ветвью возможного решения уравнений (1.1). Вторая ветвь решения характеризуется более длинным отрывным пузырем, длина которого увеличивается с увеличением  $\alpha$ .

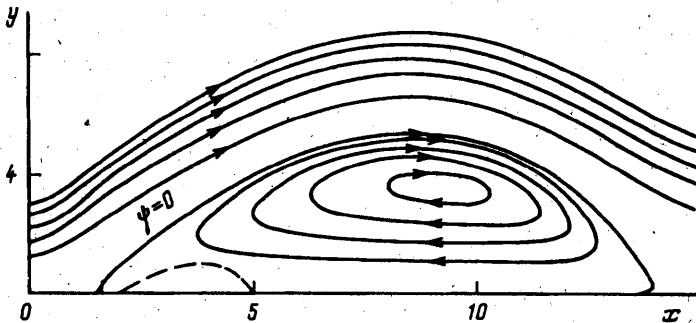
Для решения задачи будем использовать численный метод, подробно описанный в [9]. Этот метод основан на аппроксимации уравнений (1) конечно-разностной схемой второго



Фиг. 1.



Фиг. 2



Фиг. 3

порядка точности, применении метода Ньютона для решения получаемой нелинейной системы уравнений и использовании метода матричной прогонки для обращения матрицы Якоби на каждой итерации.

Расчеты были выполнены на неравномерной сетке с максимальным количеством узловых точек  $91 \times 71$  и минимальным значением шага вблизи точки излома  $\Delta x = 0,1$ ,  $\Delta y = 0,2$ . Расчетная область заключалась в пределах  $-15 \leq x \leq 50$ ,  $0 \leq y \leq 30$ . В качестве нулевого приближения использовалось решение, полученное для значений  $\alpha$ , больших искомого на  $0,2$ . Как правило, требовалось шесть — семь итераций для получения сходимости с точностью порядка  $10^{-6}$ .

$$|\Delta u, \Delta p|_{\max}^4 < 10^{-6}$$

Проверка численных результатов проводилась с помощью уменьшения минимального значения шага расчетной сетки по направлению  $x$ ,  $y$ , соответственно по  $x$  в 2 раза и по  $y$  в 3, а также увеличения максимальных границ рассчитываемой области в 1,5 раза. Максимальные отклонения наблюдались в области максимума градиента давления и не превышали 4%.

Построение решения системы (1.1) в зависимости от  $\alpha$  начиналось из невозмущенного состояния потока ( $\alpha = 0$ ) и постепенного уменьшения  $\alpha$ . До значений  $\alpha = -6$  параметр  $\alpha$  в течение итерационного процесса поддерживался фиксированным, а после получения решения значение параметра уменьшалось и вычисления повторялись снова. Однако при меньших значениях параметра из-за сингулярного поведения решения в качестве параметра задачи использовалось не значение параметра  $\alpha$ , а длина дуги кривой  $s$ , которая связывает значение величины  $\delta$ , определяемой областью взаимодействия, с углом наклона  $\alpha$

$$\delta = \int_{-\infty}^{\infty} \left( \frac{\partial u}{\partial y}(x, 0) - 1 \right) dx$$

$$ds = \sqrt{d\delta^2 + d\alpha^2}$$

При этом параметр  $s$  становился фиксированной величиной, а значения  $\delta$  и  $\alpha$  включались

в число неизвестных. Величина шага варьировалась в зависимости от режима обтекания и была минимальной ( $\Delta s = 0,01$ ) при прохождении точки перегиба решения.

На фиг. 1 показаны результаты, полученные таким способом. Положения точки отрыва  $x_0$  и точки присоединения  $x_n$  нанесены в зависимости от параметра  $\alpha$ . Безотрывный режим обтекания, получаемый при непрерывном переходе от  $\alpha = 0$  до  $\alpha = -5,8$ , здесь не показан. Видно, что по мере продвижения от точки возникновения отрыва  $\alpha = -5,8$  величина параметра  $\alpha$  сначала уменьшается, достигает своего минимального значения  $\alpha = -6,5$  в точке перегиба решения  $L$  и затем начинает расти. Решение перемещается на верхнюю (для  $x_n$ ) часть кривой, что сопровождается сильным увеличением зоны отрыва. Дальнейшее продвижение по кривой заканчивается при  $\alpha = -4,8$ . Далее продолжить решение из-за возникающей особенности в распределении давления [10] в области присоединения оторвавшегося потока в рамках данной работы не удалось. Точками 1 и 2 для сравнения нанесены результаты, полученные ранее соответственно в работах [7] и [8].

Таким образом, в некотором диапазоне изменения  $\alpha - 6,5 \leq \alpha \leq 4,8$  существуют режимы с неединственной картиной обтекания при фиксированном угле излома. При  $-5,8 \leq \alpha \leq 4,8$  может одновременно реализоваться как безотрывное течение, так и течение с отрывом потока, при  $-6,5 \leq \alpha < 5,8$  два отрывных течения с различными параметрами отрывных зон. Сравнение распределения трения  $\tau = du/dy(y=0)$  (сплошная кривая) и давления (штриховая кривая) на поверхности обтекаемого тела для двух различных режимов обтекания при одном и том же угле излома  $\alpha = -6$  показаны на фиг. 2. Более развитая зона отрыва соответствует верхней ветви кривой  $L$  (для  $x_n$ ). При больших отрицательных значениях  $x$  решения практически совпадают. Картина течения для значения  $\alpha = -6$  представлена на фиг. 3. Близлежащие линии тока нанесены в безотрывной части течения с постоянным интервалом  $\Delta\psi = 2$ , а в области отрыва с постоянным интервалом  $\Delta\psi = -0,2$ . Штриховой кривой обозначена для сравнения нулевая линия тока при том же угле излома поверхности, но с параметрами течения, соответствующим нижней ветви кривой  $L$ .

Результаты расчетов показывают, что для значений  $\alpha < -6,5$  система уравнений, по-видимому, не имеет решения. Таким образом, переход через это критическое значение угла излома не может быть осуществлен в рамках данной модели, в основе которой лежит предположение о локальности рециркуляционной зоны. При  $\alpha < -6,5$ , по-видимому, следует искать решение в классе течений с развитой зоной отрыва.

#### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Рубан А. А. Асимптотическая теория коротких зон отрыва на передней кромке тонкого профиля // Изв. АН СССР. МЖГ. 1982. № 1. С. 42—51.
2. Stewartson K., Smith F. T., Kaups K. Marginal separation // Stud. Appl. Math. 1982. V. 67. № 1. P. 45—61.
3. Заметаев В. Б. Существование и неединственность локальных зон отрыва в вязких струях // Изв. АН СССР. МЖГ. 1986. № 1. С. 38—45.
4. Gittler Ph., Kluwick A. Triple-deck solutions for supersonic flows past flared cylinders // J. Fluid Mech. 1987. V. 179. P. 469—487.
5. Королев Г. Л. К теории отрывного обтекания задней кромки тонкого профиля // Изв. АН СССР. МЖГ. 1989. № 4. С. 55—59.
6. Stewartson K. On laminar boundary layers near corners // Quart. J. Mech. Appl. Math. 1970. V. 23. № 2. P. 137—152.
7. Рубан А. И. К теории ламинарного отрыва жидкости от точки излома твердой поверхности // Уч. зап. ЦАГИ. 1976. Т. 7. № 4. С. 18—28.
8. Smith F. T., Merkin J. H. Triple-deck solutions for subsonic flow past humps, steps, concave or convex corners and wedged trailing edges // Int. J. Comput. Fluids. 1982. V. 10. № 1. P. 7—25.
9. Королев Г. Л. Об одном методе решения задач асимптотической теории взаимодействия пограничного слоя с внешним потоком // Журн. вычисл. математики и мат. физики. 1987. Т. 27. № 8. С. 1224—1232.
10. Smith F. T. A reversed-flow singularity in interacting boundary layers // Proc. Roy. Soc. Lond. 1988. V. A420. № 1858. P. 21—52.

Москва

Поступила в редакцию  
12.X.1990