

УДК 532.5.013.4:536.24:537.84

© 1992 г. А. И. ЖАКИН, В. И. КОВАЛЕВ,  
В. Г. ЛУЩИК, А. Е. ЯКУБЕНКО

## ТЕПЛОВАЯ КОНВЕКЦИЯ В ЗАМКНУТОЙ ЦИЛИНДРИЧЕСКОЙ ПОЛОСТИ С ИНТЕНСИВНЫМ ВНУТРЕННИМ ТЕПЛОВЫДЕЛЕНИЕМ ПРИ НАЛИЧИИ ПРОДОЛЬНОГО МАГНИТНОГО ПОЛЯ

Свободноконвективные течения в полостях с внутренним тепловыделением являются предметом исследования во многих задачах теплообмена, связанных с астрофизикой, геофизикой, а также в ряде технических приложений. Из прикладных задач отметим, например, обеспечение безопасной работы ядерных реакторов, в частности послеаварийный отвод тепла от расплавленного объема топлива и осколков деления при наличии внутреннего тепловыделения за счет ядерных реакций. Библиография работ по ламинарной и турбулентной конвекции в двумерных замкнутых полостях с внутренним тепловыделением содержится в [1, 2].

В упомянутых работах при постановке задач используется приближение Буссинеска, правомочность которого обусловлена тем, что рассматриваются, как правило, жидкие среды с малым подогревом, при котором все теплофизические свойства среды, за исключением плотности, можно считать постоянными, не зависящими от температуры. Неоднородностями плотности также пренебрегается во всех уравнениях, за исключением уравнения движения в проекции на направление силы тяжести, где они учитываются лишь в члене с подъемной силой.

В случае конвекции в тепловыделяющем газе, например гексафториде урана, при больших подогревах, когда теплофизические свойства среды существенно зависят от температуры, приближение Буссинеска является слишком грубым и использование его представляется неоправданным.

Настоящая работа посвящена рассмотрению стационарной конвекции в газовой среде с интенсивным тепловыделением без использования приближения Буссинеска. Исследуется влияние на конвекцию тепловых граничных условий на стенках полости и продольного магнитного поля, которое является эффективным инструментом воздействия при сильном нагреве среды, когда она становится электропроводной.

1. Постановка задачи. Рассматривается цилиндрическая вертикальная полость высотой  $h$  и диаметром  $d$  с твердыми непроницаемыми границами, вдоль оси которой направлены ускорение силы тяжести  $g$  и магнитная индукция  $B$  (см. фиг. 1). Полость заполнена газом, в котором имеет место тепловыделение с удельной мощностью на единицу массы газа  $q_m$ . Теплофизические свойства газа ( $\rho$  — плотность,  $\eta$  — динамическая вязкость,  $c_p$  — удельная теплоемкость,  $\lambda$  — теплопроводность,  $\sigma$  — удельная электропроводность) зависят от температуры при заданном в полости давлении газа.

В отличие от обычно используемого для сред со слабым нагревом (где  $\rho \approx \text{const}$ ) задания величины объемного тепловыделения  $q_v = \rho q_m$  [1, 2] в настоящей работе задается величина  $q_m$ , что более обоснованно для газовых сред с существенно переменной плотностью, в том числе и при нагреве за счет протекания ядерных реакций.

При обезразмеривании уравнений, описывающих рассматриваемую задачу, в качестве характерного линейного размера выбрана высота полости  $h$ . Поскольку в задаче отсутствует характерная скорость, в качестве последней принята величина  $u_* = \eta / \rho h$ , определенная из условия равенства единице числа Рейнольдса  $Re = h \rho u_* / \eta$ . Теплофизические свойства среды обезразмерены по соответствующим значениям при температуре  $T_*$ , равной температуре изотермических стенок.

Таким образом, безразмерные переменные задачи будут иметь вид (градусом отмечены размерные величины)

$$x = \frac{x^{\circ}}{h}, \quad r = \frac{r^{\circ}}{h}, \quad u = \frac{u^{\circ}}{u_*}, \quad v = \frac{v^{\circ}}{u_*}, \quad p = \frac{p^{\circ}}{\rho_* u_*^2}, \quad T = \frac{T^{\circ}}{T_*}$$

$$\rho = \frac{\rho^{\circ}}{\rho_*}; \quad \eta = \frac{\eta^{\circ}}{\eta_*}, \quad c_p = \frac{c_p^{\circ}}{c_{p*}}, \quad \lambda = \frac{\lambda^{\circ}}{\lambda_*}, \quad \sigma = \frac{\sigma^{\circ}}{\sigma_*}$$

Система уравнений неразрывности, движения и энергии, описывающая стационарную двумерную (для цилиндрической геометрии) ламинарную конвекцию в тепловыделяющем электропроводном газе в продольном магнитном поле, в безразмерных переменных имеет вид

$$\frac{\partial}{\partial x}(\rho u) + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r}(r \rho v) = 0 \quad (1.1)$$

$$\frac{\partial}{\partial x}(\rho u^2) + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r}(r \rho u v) = -\frac{\partial p_0}{\partial x} + \frac{\partial}{\partial x}\left(\eta \frac{\partial u}{\partial x}\right) + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r}\left(r \eta \frac{\partial u}{\partial r}\right) + S_u + \rho G \quad (1.2)$$

$$\frac{\partial}{\partial x}(\rho u v) + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r}(r \rho v^2) = -\frac{\partial p_0}{\partial r} + \frac{\partial}{\partial x}\left(\eta \frac{\partial v}{\partial x}\right) + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r}\left(r \eta \frac{\partial v}{\partial r}\right) - \eta \frac{v}{r^2} + S_v - \sigma v \text{Ha}^2 \quad (1.3)$$

$$c_p \left[ \frac{\partial}{\partial x}(\rho u T) + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r}(r \rho v T) \right] = \frac{1}{\text{Pr}} \left[ \frac{\partial}{\partial x}\left(v \frac{\partial T}{\partial x}\right) + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r}\left(r \lambda \frac{\partial T}{\partial r}\right) \right] + \rho Q \quad (1.4)$$

$$p_0 = p - \frac{\eta}{3} \left[ \frac{\partial u}{\partial x} + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r}(r v) \right]$$

$$S_u = \frac{\partial \eta}{\partial r} \frac{\partial v}{\partial r} - \frac{\partial \eta}{\partial x} \left( \frac{\partial v}{\partial r} + \frac{v}{r} \right), \quad S_v = \frac{\partial \eta}{\partial x} \frac{\partial u}{\partial r} - \frac{\partial \eta}{\partial r} \left( \frac{\partial u}{\partial x} + \frac{v}{r} \right)$$

$$G = g \frac{h}{u_*^2} = g \frac{\rho^2 h^3}{\eta_*^2}, \quad Q = q_m \frac{h}{c_{p*} T_* u_*} = q_m \frac{\rho_* h^2}{c_{p*} T_* \eta_*}$$

$$\text{Pr} = \frac{\eta_* c_{p*}}{\lambda_*}, \quad \text{Ha} = B h \left( \frac{\sigma_*}{\eta_*} \right)^{1/2} \quad (1.5)$$

Здесь  $G$  — гравитационный параметр,  $Q$  — параметр тепловыделения,  $\text{Pr}$  — число Прандтля,  $\text{Ha}$  — число Гартмана. Координата  $x$  направлена вдоль оси полости и отсчитывается от верхнего торца в направлении ускорения силы тяжести,  $r$  — по нормали к оси полости (фиг. 1).

Перечислим предположения, которые были сделаны при записи уравнений (1.2) — (1.4). Магнитное число Рейнольдса  $\text{Re}_m = h u_* / \nu_m$  ( $\nu_m$  — магнитная вязкость) мало, что позволяет пренебречь индуцированным магнитным полем по сравнению с внешним в уравнениях движения. Возникающие при взаимодействии электропроводной среды с продольным магнитным полем электрические токи имеют только азимутальную составляющую. Взаимодействие их с магнитным полем приводит к появлению радиальной составляющей лоренцевой силы только в уравнении движения в проекции на радиус (1.3). Электрическое поле в задаче отсутствует. В уравнении энергии (1.4) опущены члены, соответствующие мощности сил давления и теплу за счет диссипации механической энергии и джоулевой диссипации, которые в рассматриваемом случае малых скоростей конвекции будут пренебрежимо малы по сравнению с членом, описывающим тепловыделение в газе.

Граничные условия: на оси полости задаются условия симметрии ( $\partial u / \partial r = \partial T / \partial r = v = 0$ ), на стенках — условия прилипания для скорости

( $u = 0$ ), для температуры принимаются либо условия на изотермических стенках ( $T = 1$ ), либо на теплоизолированных ( $\partial T / \partial n = 0$ ,  $n$  — нормаль к стенке).

Теплофизические свойства среды ( $\rho$ ,  $c_p$ ,  $\eta$ ,  $\lambda$ ,  $\sigma$ ) могут задаваться либо в аналитическом виде функции температуры при заданном давлении, либо в табличном виде. Полагается, что давление в полости относительно равновесного значения изменяется слабо, так что влиянием изменения его на теплофизические свойства среды можно пренебречь.

Кроме безразмерных параметров задачи (1.5) в граничных условиях появится еще один — безразмерный диаметр (радиус) полости  $D = d/h$  ( $R = D/2$ ), который также должен быть задан при решении задачи.

Таким образом, уравнения (1.1)–(1.4) при заданных граничных условиях, зависимостях теплофизических свойств среды от температуры и величинах безразмерных параметров позволяют решить задачу и определить поля скоростей, давления и температуры.

Задача решалась методом, изложенным в [3, 4], в переменных функция тока — завихренность ( $\psi - \omega$ )

$$\frac{\partial \psi}{\partial r} = r u, \quad \frac{\partial \psi}{\partial x} = -r v; \quad \omega = \frac{\partial v}{\partial x} - \frac{\partial u}{\partial r}, \quad \omega_0 = \frac{\omega}{r}$$

Система уравнений (1.1)–(1.4) в этих переменных будет иметь вид, несколько отличный от известного в литературе (см., например, [3])

$$r \frac{\partial}{\partial r} \left( \frac{1}{r \rho} \frac{\partial \psi}{\partial r} \right) + \frac{\partial}{\partial x} \left( \frac{1}{\rho} \frac{\partial \psi}{\partial x} \right) + r^2 \omega_0 = 0 \quad (1.6)$$

$$\frac{1}{r} \left[ \frac{\partial}{\partial x} \left( \omega_0 \frac{\partial \psi}{\partial r} \right) - \frac{\partial}{\partial r} \left( \omega_0 \frac{\partial \psi}{\partial x} \right) \right] = \frac{\partial^2}{\partial x^2} (\eta \omega_0) + \frac{1}{r^2} \frac{\partial}{\partial r} \left[ r^3 \frac{\partial}{\partial r} (\eta \omega_0) \right] +$$

$$S_\omega - \frac{1}{r} G \frac{\partial \rho}{\partial r} + \frac{1}{r^2} \text{Ha}^2 \frac{\partial}{\partial x} \left( \frac{\sigma}{\rho} \frac{\partial \psi}{\partial x} \right) \quad (1.7)$$

$$\frac{c_p}{r} \left[ \frac{\partial}{\partial x} \left( T \frac{\partial \psi}{\partial r} \right) - \frac{\partial}{\partial r} \left( T \frac{\partial \psi}{\partial x} \right) \right] = \frac{1}{\text{Pr}} \left[ \frac{\partial}{\partial x} \left( \lambda \frac{\partial T}{\partial x} \right) + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left( r \lambda \frac{\partial T}{\partial r} \right) \right] + \rho Q \quad (1.8)$$

$$S_\omega = \frac{2}{r} \left( \frac{\partial S_\omega}{\partial x} - \frac{\partial S_\omega}{\partial r} \right) - \frac{1}{r} S_\rho$$

$$S_\rho = \frac{\partial \rho}{\partial x} \frac{\partial}{\partial r} \left( \frac{V^2}{2} \right) - \frac{\partial \rho}{\partial r} \frac{\partial}{\partial x} \left( \frac{V^2}{2} \right), \quad V^2 = u^2 + v^2 = \frac{1}{(\rho r)^2} \left[ \left( \frac{\partial \psi}{\partial r} \right)^2 + \left( \frac{\partial \psi}{\partial x} \right)^2 \right]$$

Отметим, что в случае использования приближения Буссинеска член  $S_\omega$  в уравнении (1.7) полагается равным нулю, а член с термогравитационной силой  $G \partial \rho / \partial r$  с помощью уравнения состояния в простейшем виде  $\rho = 1 - \beta T$  ( $\beta$  — объемный коэффициент теплового расширения) записывается как  $-\beta G \partial T / \partial r$ . Входящие в уравнения (1.6)–(1.8) теплофизические свойства при этом полагаются  $\rho = \eta = c_p = \lambda = 1$ .

Для решения сформулированной задачи разработана программа расчета CONVEC<sup>1</sup>. Программа написана на языке программирования FORTRAN-77 для компьютеров типа IBM PC-AT (Intel 80386/80387—20 МГц). Размер выполняемого модуля 30 кБ.

Для проверки программы были подобраны тестовые задачи, имеющие аналитическое решение при определенном задании теплофизических свойств и ряде упрощающих предположений.

<sup>1</sup> Якубенко А. Е., Луцки В. Г., Ковалев В. И., Жакин А. И. Расчет ламинарного течения проводящего газа в замкнутой цилиндрической полости с охлаждаемыми стенками при наличии внешнего магнитного поля, силы тяжести и внутреннего тепловыделения: Описание программы CONVEC. М.: Ин-т механики МГУ, 1988. 81 с.

2. Тестовые расчеты. Задачи, которые были выбраны для тестирования программы CONVEC, связаны как с проверкой численного метода решения уравнения энергии для покоящейся среды при учете зависимости теплопроводности газа от температуры, так и с проверкой совместного решения уравнений движения и энергии.

В случае отсутствия силы тяжести ( $G=0$ ) уравнения движения имеют тривиальное решение ( $u=v=0$ ) и исходная задача сводится к решению уравнения теплопроводности вида

$$\frac{\partial}{\partial x} \left( \lambda \frac{\partial T}{\partial x} \right) - \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left( r \lambda \frac{\partial T}{\partial r} \right) = -\rho Q \text{Pr} \quad (1.9)$$

Будем считать, что плотность среды от температуры не зависит ( $\rho=1$ ), а теплопроводность определяется зависимостью  $\lambda = T^n$ .

При изотермической боковой стенке ( $T=1$  при  $r=R$ ) и теплоизолированных верхней и нижней стенках ( $\partial T/\partial x = 0$  при  $x=0$ ; 1) температура газа будет изменяться только по радиусу  $T(r)$ , оставаясь постоянной по высоте полости. Это решение будет иметь вид

$$T = \left[ 1 + \frac{1}{4} (n+1) Q \text{Pr} (R^2 - r^2) \right]^{1/(n+1)} \quad (1.10)$$

Максимального значения температура достигает на оси полости ( $r=0$ ) и при  $Q\text{Pr}=10$ ,  $R=1/2$  и  $n=1/2$  оно составляет  $T_m=1,554$ .

При изотермических верхней и нижней стенках ( $T=1$  при  $x=0$ ; 1) и теплоизолированной боковой ( $\partial T/\partial r = 0$  при  $r=R$ ) температура будет изменяться только по высоте полости  $T(x)$ , оставаясь постоянной по радиусу. Это решение будет иметь вид

$$T = \left[ 1 + \frac{1}{2} (n+1) Q \text{Pr} (x - x^2) \right]^{1/(n+1)} \quad (1.11)$$

Максимального значения температура достигает на середине высоты полости ( $x=1/2$ ) и при тех же значениях  $Q\text{Pr}$ ,  $R$  и  $n$ , что и выше, оно составляет  $T_m=2,022$ .

Численное решение уравнения теплопроводности (1.8) по программе CONVEC на равномерной сетке  $51 \times 26$  при точности сходимости итераций по температуре  $\varepsilon = 10^{-4}$  для первой задачи дает максимальное значение температуры  $T_m=1,534$ , что на 1,3% отличается от точного решения (1.10). Для второй задачи при  $\varepsilon = 10^{-3}$   $T_m=2,010$  и отличие от точного решения (1.11) составляет 0,6%.

Рассмотрим конвекцию в длинной ( $1/R \gg 1$ ) полости. В этом случае в области, достаточно удаленной от торцевой полости, конвекция близка к одномерной, для которой справедливо предположение  $\partial/\partial x = 0, v=0$ . Кроме того, при малой интенсивности тепловыделения температура среды будет мало отличаться от температуры стенок полости, которые полагаются изотермическими ( $T=1$ ), т. е. можно считать, что  $T=1+T'$  ( $T' \ll 1$ ).

Положим  $\eta=1, \lambda=1, \rho=T^{-2}$ . Из последнего с учетом того, что  $T' \ll 1$ , следует  $\rho=1-2T'$ . Таким образом, для определения  $u$  и  $T'$  в центральной области полости получим систему уравнений

$$\frac{1}{r} \frac{d}{dr} \left( r \frac{du}{dr} \right) - 2GT' = P, \quad \frac{1}{r} \frac{d}{dr} \left( r \frac{dT'}{dr} \right) = -Q \text{Pr} \quad (1.12)$$

$$\int_0^R ru \, dr = 0 \quad \left( P = \frac{dp}{dx} - G = \text{const} \right)$$

Здесь интеграл от расхода газа по сечению служит для определения константы  $P$ . Решение уравнений (1.12) с граничными условиями  $u=T'=0$  при  $r=R$ ,  $du/dr=dT'/dr=0$  при  $r=0$  имеет вид

$$T' = \frac{1}{4} Q \text{Pr} (R^2 - r^2), \quad T = 1 + T'$$

$$u = -\frac{1}{96} G Q \text{Pr} (R^2 - r^2) (R^2 - 3r^2) \quad (1.13)$$

Отметим, что решение (1.13) для  $T$  совпадает с полученным выше решением (1.10) при  $n=0$  для случая отсутствия конвекции.

Максимального значения температура и скорость достигают на оси полости ( $r=0$ ). Полагая  $R=1/20$ ,  $Q\text{Pr}=40$ ,  $G=19200$ , из (1.13) получим  $T_m=1,025$ ,  $u_m=-0,05$ . Численное решение системы (1.6) — (1.8) для полости с  $R=1/20$  и изотермическими стенками ( $T=1$ ) при указанных выше значениях  $Q$ ,  $\text{Pr}$  и  $G$  по программе CONVEC на равномерной сетке  $51 \times 26$  при точности сходимости итераций по всем функциям  $\varepsilon = 10^{-4}$  дало значения  $T_m=1,024$ ,  $u_m=-0,0466$ . Отличие численного решения от аналитического (1.13) по температуре составляет 0,1%, по скорости — 7%. Полученные результаты, учитывая приближенность аналитического решения (1.13), можно считать удовлетворительными.

Последняя тестовая задача численно решена также для случая конвекции в магнитном поле при значении числа Гартмана  $Ha=100$ . Результаты расчета совпали с приведенными выше для случая отсутствия магнитного поля ( $Ha=0$ ). Это свидетельствует о том, что течение

в центральной области полости действительно близко к одномерному, на которое продольное магнитное поле не оказывает влияния.

Кроме тестовых проведены также методические расчеты с целью исследования условий сходимости итерационного процесса и влияния расчетной сетки на результаты. Установлено, что сходимость итерационного процесса существенно зависит от показателя степени  $n$  в зависимости  $\lambda = T^n$ . С ростом  $n$  (при  $n > 1$ ) сходимость ухудшается и требуется большое количество итераций для получения решения с высокой точностью. Наличие магнитного поля также ухудшает сходимость итерационного процесса.

Выбранная расчетная сетка  $51 \times 26$  представляется приемлемой для рассматриваемых задач. Дальнейшее измельчение ее не изменило полученных результатов. Рассмотрена была также более крупная, но неравномерная сетка со сгущением вблизи стенок полости. Результаты расчетов также остались практически неизменными. Необходимость использования неравномерных расчетных сеток определяется условиями конкретной задачи и требует специального исследования. В настоящей работе они не использовались.

**3. Результаты численного исследования.** Расчеты проведены для полости диаметром, равным высоте  $D = 1$  ( $R = 1/2$ ). Теплофизические свойства газа приняты следующими:  $\rho = T^{-1}$ ,  $\eta = T^{1/2}$ ,  $c_p = 1$ ,  $\lambda = T^{1/2}$ ,  $\sigma = T^3$ , число Прандтля  $Pr = 1$ . В расчетах использована равномерная сетка  $51 \times 26$ , такая же, как и в тестовых расчетах. Точность сходимости итераций по всем функциям ( $\psi, \omega, T$ ) была принята  $\epsilon = 10^{-4}$ .

Основные расчеты проведены при значениях параметра тепловыделения  $Q = 10^3$  и гравитационного параметра  $G = 10^2$ . Выбор их обусловлен следующими соображениями. Величина  $Q$  была выбрана достаточно большой, чтобы обеспечить существенный разогрев газа для достижения заметной электропроводности среды. Ограничения на величину  $G$  обусловлены требованием реализации ламинарного режима конвекции. Согласно экспериментальным данным [5] по исследованию конвекции, в прямоугольной полости ламинарный режим в жидкости с тепловыделением существует вплоть до чисел Рэлея  $Ra = (g\beta c_p \rho_*^2 / \eta_* \lambda_*) (q_* \rho_* h^2 / \lambda_*) \leq 10^5$ . Входящий в определение числа  $Ra$  объемный коэффициент теплового расширения  $\beta = \rho^{-1} \partial \rho / \partial T$  для газов с  $\rho = T^{-1}$  представляется как  $\beta = T_*^{-1}$ . Тогда число Рэлея может быть выражено через безразмерные параметры, введенные в настоящей работе, в виде  $Ra = 0,5 GQR^2$ .

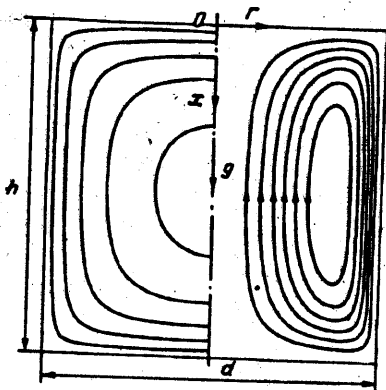
Таким образом, для ламинарного режима конвекции при  $Pr = 1$  должно выполняться ограничение  $GQ \leq 10^5$ , что при  $Q = 10^3$  приводит к величине  $G < 10^2$ .

Значение числа Гартмана, содержащего величину магнитной индукции, для существенного воздействия магнитного поля на конвективное движение было принято достаточно большим:  $Ha = 10^2$ . Отметим, что магнитное поле повышает устойчивость ламинарного движения [6], так что при наличии поля конвекция будет заведомо ламинарной.

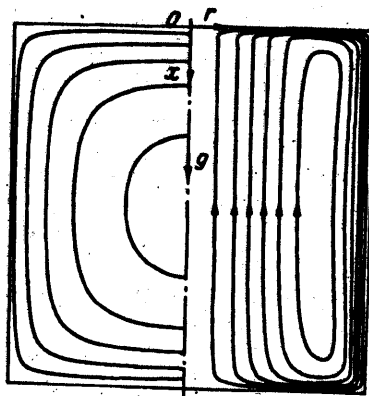
Расчеты были выполнены как в отсутствие, так и при наличии магнитного поля для трех комбинаций тепловых граничных условий на верхней, нижней и боковой стенках полости: изотермических ( $T = 1$ ) и теплоизолированных ( $\partial T / \partial n = 0$ ). Результаты расчета представлены на фиг. 1—6.

Первая серия расчетов проведена для полости, все стенки которой изотермические. На фиг. 1 представлено распределение изотерм (левая половина полости) и линий тока (правая половина) в отсутствие магнитного поля. Максимальное значение температуры  $T_+ = 6,4$  достигается в центре полости. Минимальное значение температуры  $T_- = 1$  на фиг. 1 и на всех последующих (фиг. 2—6) соответствует изотермическим стенкам. Изотермы на фиг. 1—6 построены с шагом  $\Delta T = 1$ .

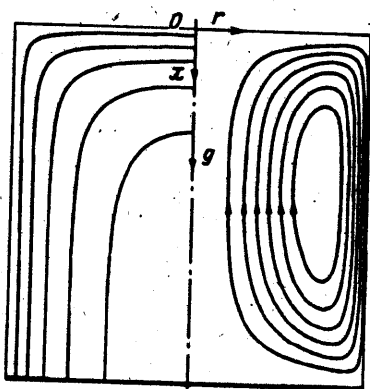
Конвективное движение представляет собой тороидальный вихрь, имеющий в приосевой области восходящий поток, а у боковой стенки — нисходящий. Минимальное значение функции тока на фиг. 1  $\psi_- = -3,5 \cdot 10^{-4}$ , максимальное значение для всех одновихревых структур (фиг. 1—5)



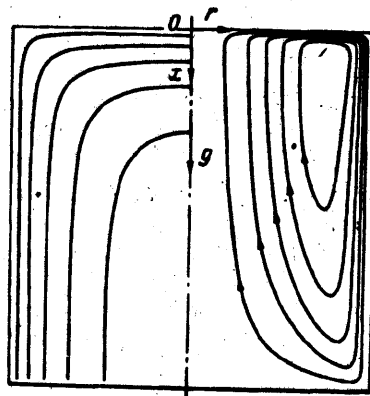
Фиг. 1



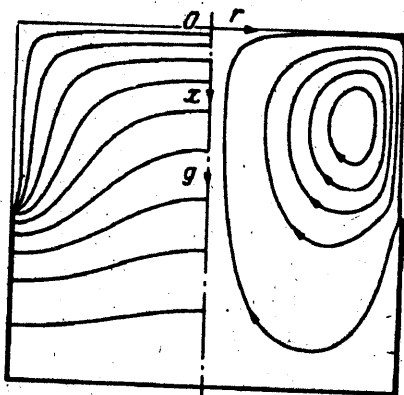
Фиг. 2



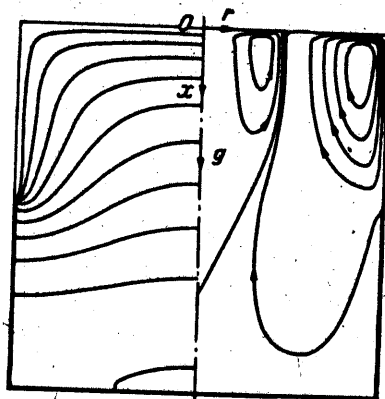
Фиг. 3



Фиг. 4



Фиг. 5



Фиг. 6

$\psi_+ = 0$  соответствует стенке полости. Изолинии тока на фиг. 1, 3, 5, соответствующих конвекции в отсутствие магнитного поля, нанесены с шагом  $\Delta\psi = 0,5 \cdot 10^{-4}$ .

При конвекции в магнитном поле (фиг. 2) тепловая картина практически не изменилась относительно случая отсутствия магнитного поля (фиг. 1) в отличие от картины линий тока. Интенсивность конвекции в поле существенно уменьшилась ( $\psi_- = -1,4 \cdot 10^{-5}$ ). Изолинии тока на фиг. 2, 4, 6,

соответствующих конвекции в магнитном поле, нанесены с шагом  $\Delta\psi = 0,2 \cdot 10^{-5}$ . Изменился также характер конвекции в поле: увеличилась протяженность течения, близкого к одномерному, в центральной области полости; разворот потока в радиальном направлении (поперек магнитного поля) происходит в тонких пограничных слоях на верхней и нижней стенках полости, в областях с низкой температурой, где МГД-взаимодействие из-за низкой электропроводности среды мало.

Отметим, что в рассмотренном случае изотермических стенок полости при значении параметра  $G = 10^2$  картина изотерм и линий тока как в отсутствие, так и при наличии магнитного поля симметрична относительно плоскости, проходящей через середину высоты полости. Симметрия нарушается с ростом параметра  $G$ , однако характер конвекции при изменении параметров  $G$ ,  $Q$  и  $Ha$  качественно остается тем же.

Вторая серия расчетов проведена для полости с верхней и боковой изотермическими стенками и нижней теплоизолированной (отмеченной жирной линией на контуре полости, фиг 3, 4). Распределение изотерм и линий тока в отсутствие и при наличии магнитного поля представлено соответственно на фиг 3, 4.

На тепловую картину, как и в предыдущем случае, магнитное поле практически не влияет, что обусловлено недостаточно высоким значением гравитационного параметра ( $G = 10^2$ ). Однако распределение изотерм в случае нижней теплоизолированной стенки отлично от предыдущего варианта, где все стенки полости были изотермическими. Максимальная температура при этом возросла ( $T_+ = 6,8$ ) и высокотемпературная область расположена не в центре полости, как ранее, а на границе приосевой зоны и нижней стенки.

Поскольку тепловые граничные условия стали несимметричными, конвективное движение также утратило симметрию. Особенно заметно это при наличии магнитного поля (фиг. 4): в высокотемпературной области вблизи нижней теплоизолированной стенки, где велика электропроводность среды, движение сильно тормозится, а тонкие пограничные слои сосредоточены у изотермических верхней и боковой стенок. Интенсивность конвекции в магнитном поле существенно ниже ( $\psi_- = -1,2 \cdot 10^{-5}$ , фиг. 4), чем в отсутствие поля ( $\psi_- = -3,5 \cdot 10^{-4}$ , фиг. 3).

Третья серия расчетов проведена для полости, верхняя половина которой имеет изотермические стенки, а нижняя — теплоизолированные (отмечены жирными линиями на контуре полости, фиг. 5, 6). Распределение изотерм и линий тока в отсутствие и при наличии магнитного поля для этого случая представлено соответственно на фиг. 5, 6.

В этой серии расчетов влияние магнитного поля на тепловую картину заметнее, чем в двух предыдущих. Так, в отсутствие магнитного поля (фиг. 5) максимальная температура  $T_+ = 10,7$ , а при наличии поля (фиг. 6)  $T_+ = 11,1$ . Протяженность высокотемпературной области также возросла за счет увеличения площади теплоизоляции полости.

Наиболее существенно влияние тепловых граничных условий и магнитного поля на картину линий тока. Так, в отсутствие магнитного поля (фиг. 5) конвективное движение существенно несимметрично по высоте, хотя интенсивность его ( $\psi_- = -3 \cdot 10^{-4}$ ) близка к рассмотренным выше случаям в отсутствие поля. При наличии магнитного поля (фиг. 6) характер конвекции существенно меняется. Основной вихрь  $\psi_- = -1 \cdot 10^{-5}$  смещается в верхний правый угол полости, а в приосевой области вблизи верхней стенки полости образуется слабоинтенсивный вихрь, имеющий противоположно направленное вращение ( $\psi_+ = 3 \cdot 10^{-7}$ ,  $\Delta\psi = 10^{-7}$ ). Эти два вихря разделяет нулевая линия тока ( $\psi = 0$ ), замыкающаяся на верхней стенке и оси полости. Оба вихря расположены в верхней половине полости, имеющей изотермические стенки. В нижней половине полости, где стенки

теплоизолированы, образуется область сильно нагретого газа с высокой электропроводностью, где влияние магнитного поля настолько велико, что приводит к образованию практически застойной зоны.

Отметим, что в проведенных трех сериях расчетов размер полости был одинаков ( $R = 1/2$ ), однако за счет различия в тепловых граничных условиях масса газа в полости

$$M = 2\pi \int_0^1 \int_0^{1/2} \rho r dr dx$$

а следовательно, и выделяющаяся в газе мощность  $N = MQ$  ( $Q = 10^3$ ) были различны. Так, в первой серии расчетов (фиг. 1, 2)  $M = 0,266$  ( $N = 266$ ), во второй (фиг. 3, 4) —  $M = 0,242$  ( $N = 242$ ), в третьей (фиг. 5, 6) —  $M = 0,164$  ( $N = 164$ ). Однако, несмотря на уменьшение мощности тепловыделения, максимальная температура в полости за счет увеличения площади теплоизолированных стенок возрастает, что приводит к увеличению воздействия магнитного поля на конвективное движение.

4. Заключение. Проведенное численное исследование стационарной ламинарной конвекции в тепловыделяющей газовой среде, заполняющей цилиндрическую полость, позволило установить следующее. Тепловые граничные условия на стенках полости существенным образом влияют на конвекцию, изменяя распределение изотерм и линий тока. Так, наличие теплоизолированных стенок приводит к образованию нагретых областей не только в центральной зоне, но и в окрестности этих стенок. Образование областей нагретого газа с высокой электропроводностью делает эффективным воздействие магнитного поля на конвективное движение. Картина линий тока при этом значительно деформируется по сравнению со случаем отсутствия поля за счет вытеснения движущегося газа в низкотемпературные области вблизи изотермических стенок. В областях с высокой температурой газа при этом образуются застойные зоны, где конвекция практически отсутствует.

Разработанная программа CONVEC имеет широкие возможности, позволяющие использовать ее во многих научных и прикладных задачах при исследовании конвекции в полостях с заданным соотношением сторон, с разнообразными граничными условиями на стенках полости, при наличии магнитного поля произвольной конфигурации, с интенсивностью тепловыделения, не постоянной в объеме, и теплофизическими свойствами реальных газов, заданными таблично.

Авторы благодарят участников семинара Г. А. Любимова за обсуждение работы.

#### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Emara A. A., Kulacki F. A.* A numerical investigation of thermal convection in a heat-generating fluid layer//Trans. ASME. J. Heat Transfer. 1980. V. 102: № 3. P. 531—537. (Рус. перев.: Эмара, Кулаки. Численное исследование тепловой конвекции в слое тепловыделяющей жидкости//Тр. амер. о-ва инж.-мех. Теплопередача. 1980. Т. 102. № 3. С. 159—167).
2. *Farouk B.* Turbulent thermal convection in an enclosure with internal heat generation//Trans. ASME. J. Heat Transfer. 1988. V. 110. № 1. P. 126—132. (Рус. перев.: Фарук. Турбулентная тепловая конвекция в замкнутой полости с внутренним тепловыделением//Тр. амер. о-ва инж.-мех. Теплопередача. 1988. № 4. С. 105—112).
3. *Gosman A. D., Pun W. M., Runchel A. K. et al.* Heat and mass transfer in recirculating flows. L.; N. Y.: Acad. Press, 1969. 338 p. (Рус. перев.: Госмен А. Д., Пан В. М., Ранчел А. К. и др. Численные методы исследования течений вязкой жидкости. М.: Мир, 1972. 324 с.).
4. *Roache P. J.* Computational fluid dynamics. Albuquerque: Hermosa Publ. 1976. 446 p. (Рус. перев.: Роуч П. Вычислительная гидродинамика. М.: Мир, 1980. 616 с.).
5. *Kulacki F. A., Emara A. A.* Steady and transient thermal convection in a fluid layer with uniform volumetric energy sources//J. Fluid Mech. 1977. V. 83. № 2. P. 375—395.
6. *Гершуни Г. З., Жуховицкий Е. М., Непомнящий А. А.* Устойчивость конвективных течений. М.: Наука, 1989. 319 с.