

УДК 532.529.5

© 1992 г. О. Е. ИВАШНЕВ

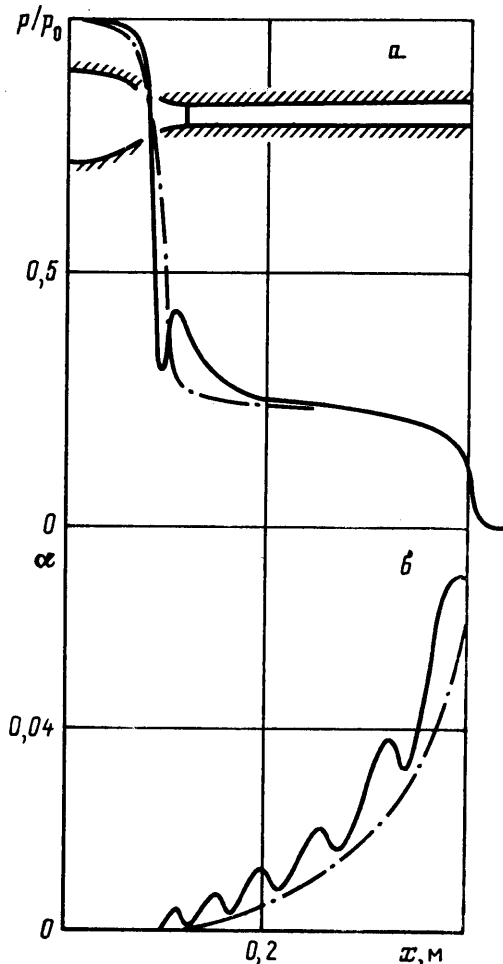
ПУЛЬСАЦИИ, ВОЗНИКАЮЩИЕ В ПОТОКАХ ВСКИПАЮЩЕЙ ЖИДКОСТИ

После создания первых парогенераторов с принудительной циркуляцией рабочего тела (1942 г.) оказалось, что при движении вскипающей жидкости в горизонтальных каналах возникают пульсации давления, которые могут привести к разрушению конструкций. Проблема возникающих пульсаций особенно обострилась в связи с необходимостью разработки надежных систем безопасности энергоустановок. В полномасштабных экспериментах [1] по изучению аварийных режимов их работы было показано, что в потоках, в которых начинается вскипание жидкости, возникают пульсации давления с амплитудой 10–30% от характерного давления в системе. Такие пульсации существенно затрудняют работу систем безопасности.

Рассмотрим простое течение, в границах которого начинается кипение жидкости — истечение недогретой воды через суживающийся канал (фигура) в среду, давление в которой p_∞ меньше давления насыщения $p_s(T_0)$. Температура T_0 и давление p_0 жидкости во входном сечении канала поддерживаются постоянными.

Исследуем это течение с помощью известной модели [2], учитывающей температурную неравновесность фаз. При ее построении принято, что течение квазиодномерно, вскипание происходит на имеющихся в жидкости примесных частицах, количество которых в единице массы смеси постоянно, скорости фаз одинаковы, давления в фазах равны, параметры в пузырьке однородны и равны параметрам на линии насыщения, плотность пара ρ_g много меньше плотности жидкости ρ_l , $\rho_g/\rho_l \ll 1$, объемное содержание пара в смеси мало: $\alpha \leq 0,1$.

Образование пара в теплоизолированном канале происходит в основном за счет потерь внутренней энергии жидкости. Поскольку пара выделяется мало, то эти потери незначительны и уменьшение средней температуры жидкости составляет величину



$$\Delta T_l \sim \alpha \frac{\rho_a l}{\rho_L c_L}$$

где l — удельная теплота парообразования, c_L — теплоемкость жидкости.

В исследуемом течении характерной разностью температур, определяющей интенсивность фазового перехода, будет разность температур жидкости и пара, которая ≈ 10 К, что намного больше ΔT_L . Следовательно, при малых α среднюю температуру жидкости можно считать постоянной и равной ее начальной температуре $T_L = T_0$.

Последнее утверждение позволяет исключить из системы уравнений, описывающей течение кипящей жидкости, уравнение сохранения энергии смеси. Система будет содержать только законы сохранения массы смеси и паровой фазы, закон сохранения импульса и уравнение постоянства количества пузырьков в единице массы смеси.

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \frac{\partial \rho u}{\partial x} = -\rho u \frac{dF}{F dx} \quad (1)$$

$$\frac{\partial \rho_G \alpha}{\partial t} + \frac{\partial \rho_G \alpha u}{\partial x} = j n - \rho_G \alpha u \frac{dF}{F dx} \quad (2)$$

$$\rho \frac{\partial u}{\partial t} + \rho u \frac{\partial u}{\partial x} = -\frac{\partial p}{\partial x} \quad (3)$$

$$\frac{n}{\rho} = \text{const} \quad (4)$$

$$j = a \rho_G \kappa(p), \quad \kappa(p) = 2\pi D_L \text{Ja Nu}$$

$$a = \left(\frac{3\alpha}{4\pi n} \right)^{1/2}, \quad \text{Ja} = \frac{c_L \rho_L (T_L - T_s)}{\rho_G l}, \quad \text{Nu} = \frac{2a}{T_L - T_s} \left. \frac{\partial T}{\partial r} \right|_{r=a}$$

$$\rho = \rho_L (1 - \alpha), \quad \rho_L = \left[\frac{1}{\rho_s} - \beta_s (p - p_s) \right]$$

где ρ — плотность смеси, u — ее скорость, p — давление в ней, n — количество пузырьков в единице объема смеси, $F(x)$ — площадь поперечного сечения канала; j — интенсивность испарения жидкости в пузырек, a — радиус пузырька, r — полярный радиус сферической системы координат, центр которой совпадает с центром пузырька, $T(r)$ — температура жидкости вокруг пузырька, $T_s(p)$ — температура пара; $\beta_s = -(\partial V / \partial p)_T$, ρ_s , p_s — изотермический коэффициент объемного расширения жидкости, ее плотность и давление, взятые на линии насыщения при температуре T_L .

Известно [3], что если температуру жидкости на границе с пузырьком T_L считать постоянной, то с течением времени распределение температур вокруг пузырька выходит на профиль, соответствующий автомодельному решению. Время этого выхода $\tau_r \sim (a/\text{Nu})^2 / D_L$. Предположим, что в исследуемом течении за время τ_r температура жидкости на границе с пузырьком изменяется на величину, малую по сравнению с характерной разностью температур $T_L - T_s$. Тогда можно считать, что в каждый момент времени распределение температур вокруг пузырька соответствует автомодельному решению. Воспользуемся его аппроксимацией, приведенной в [4]

$$\text{Nu} = \frac{12}{\pi} \text{Ja} \left[1 + \frac{1}{2} \left(\frac{\pi}{6 \text{Ja}} \right)^{1/2} + \frac{\pi}{6 \text{Ja}} \right]$$

Из законов сохранения массы смеси и пара (1), (2) получим уравнение, связывающее изменение плотности и давления в смеси, которое будем называть уравнением состояния кипящей жидкости

$$\frac{1}{C^2} \left(\frac{\partial p}{\partial t} + u \frac{\partial p}{\partial x} \right) - \frac{\partial \rho}{\partial t} - u \frac{\partial \rho}{\partial x} = Q, \quad Q = \rho n a x (p) \quad (5)$$

$$C = \left[\rho \left(\frac{1-\alpha}{\rho_L} \frac{d\rho_L}{dp} + \frac{\alpha}{\rho_G} \frac{d\rho_G}{dp} \right) \right]^{-1/2}$$

где Q — интенсивность парообразования, C — замороженная скорость звука в кипящей жидкости.

С помощью уравнений (1)–(4) исследуем эволюцию первоначально стационарного потока. Температура жидкости $T_L = 532$ К. Давления на входе и выходе канала поддерживаются постоянными: $p_0 = 7,9$ МПа, $p_\infty = 0,1$ МПа. Свободные параметры модели — число зародышей парообразования и их радиус, выберем равными: $n_0 = 10^8 \text{ м}^{-3}$, $a_0 = 1$ мкм.

Начальное распределение параметров изображено на фигуре штрихпунктирной линией, давление насыщения $p_*(T_L)$ — пунктиром. Численные расчеты показывают, что приблизительно через 5 мс система выходит на пульсационный режим. Сначала около места начала кипения в виде одиночного импульса возникает малое возмущение стационарного профиля параметров. Постепенно амплитуда возмущения нарастает, достигая через 0,1 мс от момента его возникновения величины, сравнимой с характерным давлением в канале. В дальнейшем возмущение распадается на два движущихся в разные стороны импульса, которые постепенно затухают. Затем около места начала кипения возникает следующее возмущение и т. д. Распределение давлений по длине канала при развитом колебательном режиме истечения ($t = 20$ мс) показано на фигуре, a сплошной линией.

Помимо пульсаций давления в системе наблюдаются паровые пробки — области повышенного содержания пара (фигура, b), перемещающиеся по каналу со скоростью потока.

Особенностью пульсационного режима является то, что колебания давления и скорости максимальны около сечения начала кипения и сходят на нет возле границ потока. Это позволяет предположить, что граничные условия не играют существенной роли в развитии начального импульса и возникшее возмущение эволюционирует как уединенная волна.

Чтобы показать возможность образования в неравновесной смеси уединенных волн, рассмотрим эволюцию малого возмущения шириной l . Решение будем искать в виде суммы стационарной и возмущенной частей

$$p(x, t) = p_*(x) + p'(x, t), \quad u = u_* + u' \dots \quad (6)$$

Относительную ширину возмущения и относительные отклонения параметров от их стационарных значений полагаем малыми одного порядка

$$\frac{l}{L} \sim \frac{p'}{p_*} \sim \frac{u'}{u_*} \sim \frac{\rho'}{\rho_*} \sim \varepsilon \ll 1$$

где L — длина канала.

Считаем, что возмущение возникло в месте дозвукового течения $u_* \ll C_*$. Тогда справедливы оценки

$$\left(\frac{\partial u'}{\partial x} \sim \frac{u'}{l} \right) \sim \left(\frac{du_*}{dx} \sim \frac{u_*}{L} \right), \quad \frac{\partial u'}{\partial x} \gg u' \frac{dF}{F dx} \sim \frac{u'}{L}$$

Пусть центр возникшего возмущения находится в точке с координатой x_k . В окрестности этой точки разложим функции, описывающие стационарное течение, в ряд Тейлора

$$p_* = p_k + \left. \frac{dp_*}{dx} \right|_{x_k} (x - x_k) + \dots$$

Поскольку эволюция возмущения рассматривается лишь в малой окрестности точки x_k , то $x - x_k \sim l$, следовательно, каждый последующий член этого ряда по отношению к предыдущему имеет порядок малости ε . Индексом k будем отмечать параметры стационарного потока в точке x_k .

Подставим решение в виде (6) в систему уравнений (1), (3)–(5) и с учетом приведенных оценок отбросим малые члены порядка ε

$$\frac{\partial \rho'}{\partial t} + u_k \frac{\partial \rho'}{\partial x} + \rho_k \frac{\partial u'}{\partial x} = 0 \quad (7)$$

$$\rho_k \frac{\partial u'}{\partial t} + \rho_k u_k \frac{\partial u'}{\partial x} + \frac{\partial p'}{\partial x} = 0 \quad (8)$$

$$n' = \frac{n_0}{\rho_0} \rho' \quad (9)$$

$$\frac{1}{C_k^2} \left(\frac{\partial p'}{\partial t} + u_k \frac{\partial p'}{\partial x} \right) - \frac{\partial \rho'}{\partial t} - u_k \frac{\partial \rho'}{\partial x} = -\Pi_k p' - R_k \rho' \quad (10)$$

$$\Pi_k = - \left. \frac{\partial Q}{\partial p} \right|_{p_k, \rho_k} = \rho_k n_0 a_k \left. \frac{d\kappa}{dp} \right|_{p_k}$$

$$R_k = - \left. \frac{\partial Q}{\partial \rho} \right|_{p_k, \rho_k} = \frac{n_0^{3/2} \kappa(p_k)}{(36\pi)^{1/2} \alpha_k^{3/2}} \quad (11)$$

где Π_k, R_k — параметры, характеризующие зависимость интенсивности парообразования от изменений давления и плотности смеси.

В отличие от уравнений, описывающих состояние равновесной среды, уравнение состояния кипящей жидкости (5) и его линейный аналог (10) дают дифференциальную связь между давлением и плотностью смеси. Из (10) следует, что для определения возмущения плотности в движущемся со скоростью потока объеме двухфазной смеси в заданный момент времени необходимо знать начальные возмущения параметров в этом объеме и закон изменения в нем возмущения давления во времени. В зависимости от соотношения начальных возмущений давления и плотности проявляются два свойства неравновесно кипящей жидкости. Первое — способность к вынужденному сжатию (расширению). Пусть начальные возмущения параметров в смеси равны нулю: $p' = \rho' = 0$. Если в такой смеси увеличивать давление по закону $p' = Kt$, то при $t \ll R_k^{-1}$ ее плотность будет расти как $\rho' = Kt/C_k^2$ ($K = \text{const}$), т. е. неравновесная смесь будет сжиматься как обычная жидкость. Процессы такого типа происходят в волнах, распространяющихся по невозмущенному потоку.

Второе свойство неравновесно кипящей жидкости — ее способность к самопроизвольному расширению. Пусть в начальный момент времени в неравновесной смеси возникло отрицательное возмущение плотности, возмущение давления при этом равно нулю. Уменьшение плотности смеси приведет к увеличению межфазной поверхности, а следовательно, и к росту интенсивности парообразования, в результате смесь будет продолжать самопроизвольно расширяться, если рост давления в ней будет невелик

$$p' \ll |\rho'| C_k^2, \quad p' \ll |\rho'| \frac{R_k}{\Pi_k} \quad (12)$$

Действительно, из (10) следует, что при выполнении условий (12) поведение неравновесной смеси может быть описано уравнением

$$\frac{\partial \rho'}{\partial t} + u_k \frac{\partial \rho'}{\partial x} \approx R_k \rho' \quad (13)$$

Пусть на некотором участке течения неравновесно кипящей жидкости возникло отрицательное возмущение плотности. Этот участок будем называть реактивным слоем. В последующие моменты времени смесь в слое начнет самопроизвольно расширяться и давить на соседние слои. Давление в реактивном слое повысится. В обе стороны от него разойдутся волны сжатия. Если параметры начального возмущения подобраны таким образом, чтобы изменение давления в реактивном слое было относительно небольшим, т. е. удовлетворяло условиям (12), то рост давления не нарушит процесс самопроизвольного расширения смеси. Таким образом, расширение смеси реактивного слоя вызывает рост давления в нем и формирование расходящихся волн сжатия, т. е. образование уединенной волны с непрерывно нарастающей амплитудой.

Определим, при каких параметрах начального возмущения рост давления в реактивном слое будет удовлетворять условиям (12). Найдем связь между возмущениями давления и плотности в реактивном слое. Уходящая влево от слоя волна сжатия тормозит поток, уходящая вправо — уско-ряет. Возмущения скоростей на его левой и правой границах будут

$$u_1' \sim -\frac{p_r'}{\rho_k C_k}, \quad u_2' \sim -u_1'$$

где p_r' — возмущение давления в реактивном слое.

Зная возмущения скоростей на границах реактивного слоя, оценим возмущение дивергенции скорости в нем

$$\frac{\partial u'}{\partial x} \sim \frac{2}{\rho_k C_k} \frac{p_r'}{l}$$

Из линеаризованного закона сохранения массы смеси (7) выразим возмущение дивергенции скорости через возмущение плотности смеси

$$p_r' \sim -\frac{C_k l}{2} \left(\frac{\partial \rho'}{\partial t} + u_k \frac{\partial \rho'}{\partial x} \right) \quad (14)$$

Из последнего соотношения следует, что рост давления в реактивном слое пропорционален его длине l , т. е. условия самопроизвольного расширения смеси (12) будут выполнены, если возмущение возникло на участке достаточно малой длины, чтобы уменьшение плотности в нем не привело к сильному росту давления

$$l \ll \frac{2C_k}{R_k}, \quad l \ll \frac{2}{C_k \Pi_k}$$

Полученные ограничения для l следуют из соотношений (12)–(14).

Таким образом, проведенный качественный анализ показал, что благодаря способности неравновесно кипящей жидкости к самопроизвольному расширению в ней возможно образование уединенных волн.

С помощью системы уравнений (7)–(10) проверим, может ли малое возмущение шириной $\delta \ll L$ нарастать с течением времени, образуя уединенную волну, т. е. исследуем стационарное течение неравновесно кипящей жидкости на локальную устойчивость. Перейдя в систему координат (t, z) , связанную с движущейся смесью, $z = x - u_k t$, и выразив все функции уравнений (7)–(10) через возмущение давления, получим

$$\frac{1}{C_k^2} \frac{\partial^3 p'}{\partial t^3} - \frac{\partial^3 p'}{\partial t \partial z^2} + \Pi_k \frac{\partial^2 p'}{\partial t^2} + R_k \frac{\partial^2 p'}{\partial z^2} = 0 \quad (15)$$

Частное решение уравнения (15) имеет вид

$$p' = a_i \cos[k_i(z - z_k) + \varphi_i] \exp[h_i t] \quad (16)$$

где a_i , k_i , φ_i , h_i — постоянные параметры.

Чтобы решение (16) удовлетворяло уравнению (15), параметры k_i и h_i должны быть связаны соотношением

$$k_i^2 = h_i^2 \frac{\Pi_k + h_i C_k^{-2}}{R_k - h_i} \quad (17)$$

Поскольку R_k , Π_k и C_k больше нуля, то действительный корень кубического (относительно h_i) уравнения (17) будет положительным.

Пусть в потоке кипящей жидкости в нулевой момент времени в середине участка $l \ll L$ возникло возмущение шириной $\delta \ll l$. Функцию $p_0'(z)$, описывающую начальное возмущение давления, разложим в ряд Фурье на участке l . Домножив каждый i -й член этого ряда на $\exp[h_i t]$, получим соотношение, которое является решением уравнения (15) и удовлетворяет одному из начальных условий: $p'(z, t=0) = p_0'(z)$

$$p' = \sum_{i=1}^{\infty} \{a_i \cos[k_i(z - z_k)] + b_i \sin[k_i(z - z_k)]\} \exp[h_i t] \quad (18)$$

Действительно, поскольку, как это следует из (16), каждый член полученного ряда является решением линейного уравнения (15), то и весь ряд также будет его решением. Таким образом, полученное решение (18) описывает эволюцию начального импульса. Если выбрать из трех возможных значений параметра h_i , найденных из кубического уравнения (17), действительное, которое всегда положительно, то каждый член ряда (18) будет расти с течением времени, следовательно, и начальное возмущение, описываемое этим рядом, будет нарастать.

Решим обратную задачу, т. е. определим, какими должны быть остальные начальные условия $\partial p'/\partial t$ и $\partial^2 p'/\partial t^2$, чтобы реализовывалось решение с выбранными значениями h_i . Продифференцировав (18) по времени и приравняв t нулю, найдем эти условия.

Таким образом, при определенных параметрах начального возмущения его амплитуда будет нарастать с течением времени. Следовательно, поток неравновесно кипящей жидкости локально неустойчив.

Из соотношений (13), (17) следует, что чем больше рассчитываемый по формуле (11) параметр R_k , тем интенсивнее будет протекать процесс самопроизвольного расширения смеси и тем быстрее будет расти амплитуда возникшего возмущения. В исследуемом течении параметр R_k максимален в сечении, находящемся на 1 см правее точки начала кипения (фигура), $R_{\max} = 4 \cdot 10^4 \text{ с}^{-1}$. По мере смещения к выходному сечению канала параметр R_k резко убывает и на расстоянии 6 см от точки максимума его величина меньше максимальной на три порядка. Это обстоятельство объясняет тот факт, что в численных расчетах пульсации наблюдаются только около сечения начала кипения (фигура, а).

Появление в потоке показанных на фигуре, б паровых пробок можно объяснить сильным изменением плотности смеси при эволюции уединенной волны.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Борчевкин Ю. С. Гидродинамика и термическое состояние в парогенерирующем канале при его разгерметизации: Автореф. дис. ... канд. техн. наук. Новосибирск, Ин-т теплофизики СО АН СССР.
2. Нугматулин Р. И. Динамика многофазных сред. Т. 2. М.: Наука, 1987. 359 с.
3. Scriven L. E. On the dynamics of phase growth // Chem. Eng. Sci. 1959. V. 10. № 1-2. P. 1-13.
4. Лабунцов Д. А., Кольчугин Б. А., Головин В. С. и др. Исследование при помощи скоростной киносъемки роста пузырьков при кипении насыщенной воды в широком диапазоне изменения давлений // Теплофизика высоких температур. 1964. Т. 2. № 3. С. 446-453.

Москва

Поступила в редакцию
29.X.1990