

УДК 532.525.2 : 533.6.011.5

© 1992 г. В. И. ВАСИЛЬЕВ, С. Н. ЗАКОТЕНКО

ОБ ИНТЕНСИФИКАЦИИ СМЕШЕНИЯ ПОТОКОВ ЗА КОСЫМ СКАЧКОМ УПЛОТНЕНИЯ

Интенсивность смешения спутных сверхзвуковых потоков уменьшается с ростом числа Маха и для увеличения полноты смешения необходимо воздействие с помощью каких-либо дополнительных факторов [1]. Так, например, в [2] предлагается использовать продольные вихри, сходящиеся с боковых кромок клина, из торца которого выдувается струя, в [3] — колеблющийся скачок, воздействующий на характеристики турбулентности в зоне смешения; имеются и другие предложения.

В данной работе исследуется возможность интенсификации смешения в условиях, когда расчетная спутная струя проходит через стационарный косой скачок. В [4] экспериментально исследовано влияние такого скачка на слой смешения потоков с числами $M=3, 5$ и показано, что турбулизации за скачком нет. Однако независимо от степени воздействия на характеристики турбулентности, косой скачок вызывает деформацию струи, изменяя размеры, а в пространственном случае и форму поперечного сечения. Воздействие этой деформации на смешение, оказывающееся довольно значительным, в данной работе исследовано расчетным путем с помощью численного метода. Предложено приближенное соотношение, описывающее изменение максимальной концентрации подмешиваемого компонента в струе за скачком.

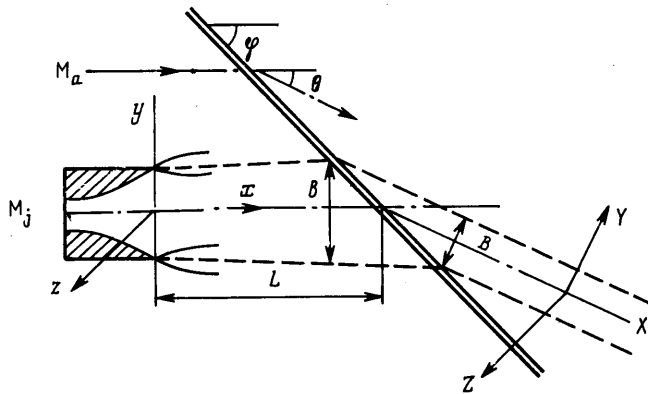
1. Схема течения представлена на фиг. 1. В равномерном сверхзвуковом потоке воздуха распространяется расчетная сверхзвуковая струя либо чистого гелия, либо воздуха с малой добавкой гелия как пассивной примеси. Рассматривались два вида струй: плоская и пространственная за соплом квадратного сечения. Высота выходных сечений сопел d , начало декартовой системы координат x, y, z расположено на оси сопла в сечении среза. Струи взаимодействуют с плоским косым скачком уплотнения, интенсивность которого характеризуется углом отклонения спутного потока θ , а угол наклона к оси x равен φ . Удаление области взаимодействия от выхода из сопла можно характеризовать расстоянием L от начала координат до точки пересечения оси струи с траекторией скачка в невозмущенном спутном потоке.

Гелий и воздух считаются совершенными газами с постоянными теплоемкостями. Для воздуха такую модель допустимо использовать, если статическая температура не превышает 1000 К [5]. В данной работе последнее условие выполнено в большинстве рассмотренных вариантов.

Для описания турбулентного течения в струе использовалась однопараметрическая модель турбулентности [1], позволяющая учесть влияние числа Маха на процесс порождения турбулентной вязкости в зонах смешения.

Рассматриваемое течение трехмерно, но поскольку скорость вдоль направления x всюду сверхзвуковая, его можно описать с помощью параболизированных уравнений вида

$$\frac{\partial A}{\partial x} + \frac{\partial B}{\partial y} + \frac{\partial C}{\partial z} = \frac{\partial F}{\partial y} + \frac{\partial G}{\partial z} + S \quad (1.1)$$



Фиг. 1

$$\mathbf{A} = \begin{pmatrix} \rho u \\ \rho u^2 + p \\ \rho uv \\ \rho uw \\ \rho uH \\ \rho uc \\ \rho uv_t \end{pmatrix}, \quad \mathbf{B} = \begin{pmatrix} \rho v \\ \rho vu \\ \rho v^2 + p \\ \rho vw \\ \rho vH \\ \rho vc \\ \rho vv_t \end{pmatrix}, \quad \mathbf{C} = \begin{pmatrix} \rho w \\ \rho wu \\ \rho wv \\ \rho w^2 + p \\ \rho wH \\ \rho wc \\ \rho wv_t \end{pmatrix}, \quad \mathbf{S} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ S_H \\ 0 \\ S_v \end{pmatrix}$$

$$\mathbf{F} = \begin{pmatrix} 0 \\ \rho(v_t + v) \frac{\partial u}{\partial y} \\ \rho(v_t + v) \left(\frac{4}{3} \frac{\partial v}{\partial y} - \frac{2}{3} \frac{\partial w}{\partial z} \right) \\ \rho(v_t + v) \left(\frac{\partial v}{\partial z} + \frac{\partial w}{\partial y} \right) \\ \rho \left(\frac{v_t}{Pr_t} + \frac{v}{Pr} \right) \frac{\partial H}{\partial y} \\ \rho \left(\frac{v_t}{Sc_t} + \frac{v}{Sc} \right) \frac{\partial c}{\partial y} \\ \rho(2v_t + v) \frac{\partial v_t}{\partial y} \end{pmatrix}, \quad \mathbf{G} = \begin{pmatrix} 0 \\ \rho(v_t + v) \frac{\partial u}{\partial z} \\ \rho(v_t + v) \left(\frac{\partial w}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial z} \right) \\ \rho(v_t + v) \left(\frac{4}{3} \frac{\partial w}{\partial z} - \frac{2}{3} \frac{\partial v}{\partial y} \right) \\ \rho \left(\frac{v_t}{Pr_t} + \frac{v}{Pr} \right) \frac{\partial H}{\partial z} \\ \rho \left(\frac{v_t}{Sc_t} + \frac{v}{Sc} \right) \frac{\partial c}{\partial z} \\ \rho(2v_t + v) \frac{\partial v_t}{\partial z} \end{pmatrix}$$

$$S_H = \frac{\partial}{\partial y} \left[\left(1 - \frac{1}{Pr} \right) \rho (v_i + v) \frac{\partial q^2}{\partial y} \right] + \frac{\partial}{\partial z} \left[\left(1 - \frac{1}{Pr} \right) \rho (v_i + v) \frac{\partial q^2}{\partial z} \right]$$

$$S_v = \rho v_i \left[\left(\frac{\partial u}{\partial y} \right)^2 + \left(\frac{\partial u}{\partial z} \right)^2 \right]^{1/2} \left\{ 0,2 - \frac{5v_i}{a^2} \left[\left(\frac{\partial u}{\partial y} \right)^2 + \left(\frac{\partial u}{\partial z} \right)^2 \right]^{1/2} \right\}$$

$$q^2 = 1/2 (u^2 + v^2 + w^2)$$

Здесь u, v, w — составляющие вектора скорости, ρ — плотность, p — давление, H — полная энтальпия, a — местная скорость звука, c — массовая концентрация гелия, v_i — турбулентная вязкость, v — ламинарная. Числа Прандтля Pr и Шмидта Sc , а также соответствующие числа турбулентности Pr_t и Sc_t принимались постоянными и равными 0,8. В струях ламинарная вязкость намного меньше турбулентной, поэтому в расчетах значение v принималось постоянным, равным ламинарной вязкости в невозмущенном спутном потоке. При записи источникового члена в уравнении энергии S_H учтено, что числа Прандтля Pr и Pr_t приняты одинаковыми, S_v — источниковый член в уравнении однопараметрической модели турбулентности [1].

Используя калорическое и термическое уравнения состояния, получим замыкающее условие для системы (1.1) в виде

$$H = q^2 + \frac{p}{\rho} \left[\frac{\kappa_a (1-c)}{\kappa_a - 1} + \frac{\kappa_j}{(\kappa_j - 1)} c \frac{\mu_a}{\mu_j} \right] \left[(1-c) + \frac{\mu_a}{\mu_j} c \right]^{-1} \quad (1.2)$$

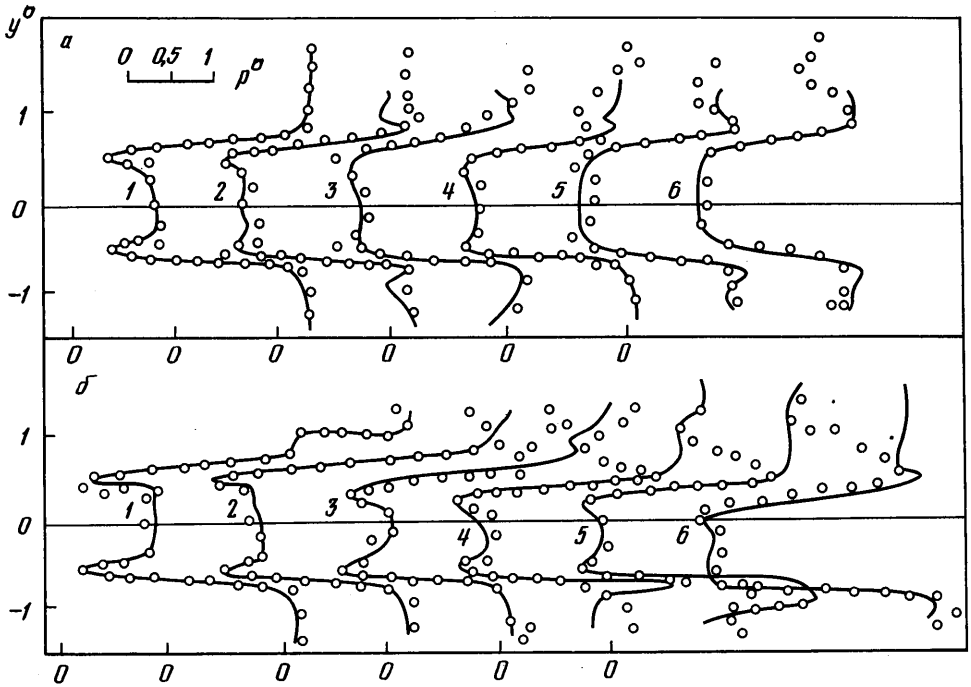
где κ_a, κ_j — показатели адиабат, μ_a и μ_j — молекулярные веса воздуха и гелия соответственно. Здесь и далее индекс «а» относится к параметрам спутного потока до скачка, а индекс «j» — к параметрам в струе на срезе сопла. Принималось, что $\kappa_a = 1,4, \kappa_j = 1,66, \mu_j/\mu_a = 0,138$. Если же гелий — пассивная примесь, то в (1.2) полагалось $\kappa_a = \kappa_j = 1,4, \mu_j/\mu_a = 1$.

Граничными условиями для системы (1.1) являются условия затухания возмущений на больших расстояниях от оси струи. Кроме того, в сечении среза сопла необходимо задать распределения u, v, w, p, H, c, v_i , с помощью которых определяются условия истечения струи и интенсивность падающего на нее скачка.

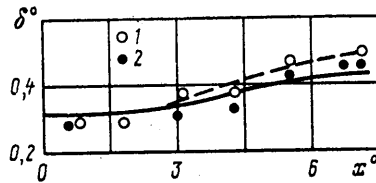
Система (1.1) интегрировалась численно явным конечно-разностным методом. Конвективные члены (левая часть (1.1)) аппроксимировались с помощью стационарного аналога схемы Годунова — Кольгана [6, 7], а диффузионные (правая часть (1.1)) — схемой с центральными разностями. Схема консервативная, обеспечивает второй порядок аппроксимации по шагу в поперечной плоскости и первый порядок аппроксимации по продольной координате. Алгоритм решения представляет собой модифицированную версию алгоритма, применявшегося в [8] для расчета пространственных течений идеального газа.

2. Для проверки достоверности описания с помощью вышеуказанной модели взаимодействия турбулентных струй с косыми скачками при больших числах Маха результаты вычислений сопоставлялись с экспериментальными данными [4]. В эксперименте исследовался начальный участок плоской воздушной струи с числом Маха в ядре $M_j = 3$, истекающей в спутный поток с числом Маха $M_a = 4,9$. Степень нерасчетности $n = p_j/p_a$ практически равна 1, отношение скоростей в спутном потоке и ядре струи $m = u_a/u_j = 1,23$. Профиль скорости у среза сопла неравномерный, температура T в каждом из смешивающихся потоков практически постоянна. Взаимодействие со скачком, поворот спутного потока в котором происходит на угол $\theta = 6^\circ$, реализуется на начальном участке $L/d = 2,62$.

В расчете принималось, что распределение p в сечении среза однородное, профиль T — ступенчатый, выход потока — осевой ($v = w = 0$) и при этом распределение u заимствовано из эксперимента. По распределениям



Фиг. 2



Фиг. 3

p , T , и находилось начальное распределение H . По результатам измерений распределение скорости в пограничных слоях у кромок сопла аналогично распределению в пограничном слое на пластине. Исходя из этого и профиль турбулентной вязкости в начальном сечении задавался по данным для пластины [9], при этом максимальное значение турбулентной вязкости составляло величину $\nu_t/(u_\infty d) = 1,5 \cdot 10^{-4}$. В расчете гелий рассматривался как пассивная примесь.

Сравнение результатов расчета и эксперимента представлено на фиг. 2 и 3. На фиг. 2 для различных сечений ($1-x/d=0$, $2-1,33$, $3-2,62$, $4-4,00$, $5-5,36$, $6-6,68$) показаны профили p — давления, регистрируемого трубкой Пито; сплошные кривые — расчет, точки — эксперимент, $p^0 = p/p_\infty$. На фиг. 2, *a* представлены распределения p^0 в свободной струе, а на фиг. 2, *б* — в струе со скачком. На фиг. 3 рассмотрена толщина слоя смещения δ , развивающегося от верхней кромки сопла. Толщина δ определена как расстояние между точками, в которых давление p на 3% отличается от значений в ядрах потоков. Здесь кривые — результаты расчетов, точки — данные эксперимента, причем штриховая кривая и данные 1 соответствуют струе в потоке без скачков, сплошная кривая и данные 2 — струе, взаимодействующей со скачком, $\delta^0 = \delta/d$, $x^0 = x/d$.

Сопоставление показывает, что данные расчета и эксперимента в целом удовлетворительно согласуются друг с другом. Расхождение, наблю-

дающееся в зоне за скачком, связано с возмущениями от кромки сопла, которая в эксперименте имела конечную толщину. Сравнение данных по ширине слоя смешения в свободной струе и струе со скачком свидетельствует о том, что скачок не оказывает турбулизующего воздействия. На это указывает и анализ расчетных полей турбулентной вязкости, которая за скачком не претерпевает существенных изменений. Однако за скачком происходит деформация струи, что видно, например, из сравнения профилей b на фиг. 2, a , b . Деформация струи выражается здесь в сужении ядра, а поскольку ширина зоны смешения не меняется, то это приводит к укорочению начального участка, т. е. в конечном счете — к интенсификации смешения. Количественно степень интенсификации определялась для пространственной гелиевой струи.

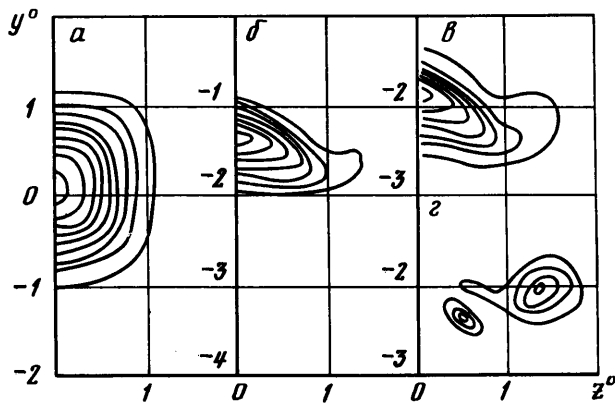
3. В расчетах пространственной струи обтекание источника гелия не моделировалось, распределение параметров в сечении среза полагалось ступенчатым. Исследовались течения в следующем диапазоне параметров: $M_a \leq 8$, $2 \leq M_j \leq 12$, $1 \leq n \leq 1,4$, $m = 2, 1$, т. е. рассматривались струи расчетные или близкие к расчетным с отношением скоростей 2, а если гелий полагался пассивной примесью, то и с $m = 1$. Скачок обеспечивал поворот спутного потока на угол $\theta = 14$ или 7° .

Расстояние L выбиралось таким образом, чтобы взаимодействие скачка со струей происходило вблизи конца начального участка. Точнее говоря, скачок располагался так, чтобы в сечении свободной струи, в котором максимальное значение концентрации c_m отличается от 1 на 1%, расстояние от оси струи до скачка равнялось b , где b — ширина струи, определенная как расстояние между точками в плоскости симметрии, в которых концентрация составляет 5% от c_m .

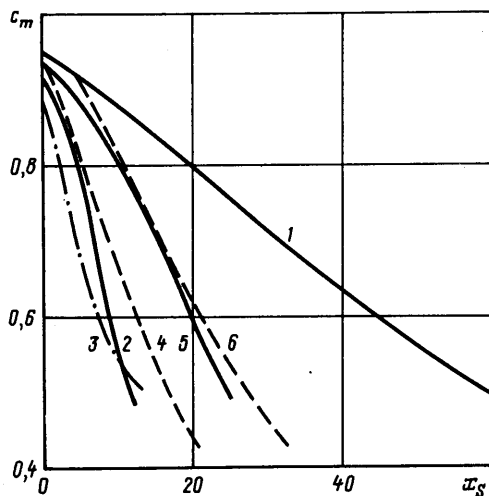
При спутности $m = 2$ турбулентная вязкость в конце начального участка определяется главным образом порождением в слоях смешения, а начальный уровень ее при условии, что пограничные слои у кромки сопла тонкие, несуществен. Так в данной работе максимальное значение ν_t у кромок сопла составляло величину $\nu_t / (\mu_a d) = 1,7 \cdot 10^{-4}$, а в конце начального участка — ($x^\circ = 40$) $2,3 \cdot 10^{-3}$. Поскольку процесс порождения турбулентной вязкости в целом удовлетворительно описывается моделью [1], то при указанном способе выбора значений L и $m = 2$ исключался произвол в величине ν_t в области взаимодействия струи со скачком.

По результатам расчетов установлены следующие особенности течения в пространственных струях, взаимодействующих с косым скачком. Во-первых, турбулентная вязкость, как и в плоской воздушной струе за скачком, практически не претерпевает изменения, т. е. турбулизации потока не происходит. Во-вторых, поперечное сечение струи деформируется в направлении y . Степень деформации, которую можно определить как отношение ширины струи перед скачком b к ширине струи за скачком B , зависит главным образом от угла поворота потока и угла наклона скачка в невозмущенной области: $B/b \sim \sin(\varphi - \theta) / \sin \varphi$ (интерпретация этого соотношения ясна из схемы на фиг. 1). Наконец, в-третьих, помимо деформации сечения, которая наблюдается и в плоском случае, в пространственной струе происходит дополнительное искажение формы поперечного сечения, связанное с вторичными течениями за скачком.

Указанное изменение формы струи иллюстрируют картины линий равной концентрации гелия, приведенные на фиг. 4, для режима $M_a = 8$, $M_j = 6,9$, $n = 1,4$, $m = 2$, $\theta = 14^\circ$, $L/d = 46$. На фиг. 4, a изображена картина изолиний в сечении $x^\circ = 40,44$ (перед скачком), на фиг. 4, b , c — в сечениях 51 и 53,2 (за скачком). Приведены картины по одну сторону от плоскости симметрии, изолинии нанесены с шагом 0,1, крайняя изолиния соответствует значению $c = 0,1$ (фиг. 4, a) и $c = 0,05$ (фиг. 4, b , c), $y^\circ = y/d$, $z^\circ = z/d$. Для других рассмотренных ситуаций распределение c имеет ана-



Фиг. 4



Фиг. 5

логичный вид. Отметим, что на режимах с существенно различными числами Маха в струе и спутном потоке в области взаимодействия происходит значительное искривление скачка, от границ струи распространяются дополнительные возмущения, но структура поля с при этом такая же, как на фиг. 4, а степень деформации B/b определяется значениями φ и θ в невозмущенном потоке.

Подковообразная форма струи обусловлена вторичными вихревыми течениями. Появление продольных вихрей за скачком связано, с одной стороны, с поворотом линий тока, в результате чего у вектора завихренности, который в свободной струе лежит в плоскости yz , появляется составляющая в направлении x , а с другой стороны — с неколлинеарностью градиентов давления и плотности (эффект, аналогичный порождению вихрей в бароклинной среде).

Распределение вторичной завихренности ω в сечении $x^0=53,2$ приведено на фиг. 4, г, где показана картина линий равного значения параметра $\omega^0=\omega d/u_a$. Здесь $\omega=\partial w/\partial Y-\partial V/\partial Z$ — составляющая вектора завихренности в направлении X ; X, Y, Z — декартовы координаты, повернутые по отношению к исходной системе x, y, z на угол θ (фиг. 1); V — составляющая вектора скорости в направлении Y . Изолинии нанесены с шагом $-0,4$, крайняя изолиния отвечает значению $-1,2$.

В рассматриваемой ситуации вторичные течения вызывают искажения формы струи. Однако эти вторичные течения не оказывают заметного влияния на интенсивность смешения, о чем свидетельствует сопоставление результатов расчета струй гелия и пассивной примеси. В последнем случае рассчитывалось однородное течение ($M_a = M_j = 8$, $n = m = 1$) с неоднородным распределением пассивной примеси. Коэффициент турбулентной вязкости при этом определялся из расчета гелиевой струи. В струе пассивной примеси вторичных течений нет, подковообразная структура не образуется, однако интенсивность смешения оказывается практически такой же, как в струе гелия.

Интенсивность смешения характеризуется величиной максимальной концентрации. Зависимости $c_m(x)$ для двух указанных случаев приведены на фиг. 5: кривая 2 — результат расчета для струй гелия, кривая 3 — для струи пассивной примеси, $x_s = (x - L)/d$, кривая 1 — зависимость $c_m(x)$ в свободной струе гелия.

Видно, что за скачком происходит довольно сильная интенсификация смешения, которая связана преимущественно с поперечной деформацией, а роль вторичных течений здесь невелика. Поскольку падение максимальной концентрации в струе гелия и пассивной примеси происходит практически одинаково, для расчета этой характеристики оказывается возможным использовать приближенное соотношение.

4. Рассмотрим распределение концентрации пассивной примеси в однородном потоке с косым скачком уплотнения. Скорость потока перед скачком имеет одну компоненту $u = u_a$, а за скачком в системе координат X, Y, Z поток также одномерный, и его скорость $U = U_a$. Положим, что коэффициент турбулентной вязкости также неизменен в пространстве: $\nu_t = \text{const}$. В потоке до скачка уравнение диффузии можно проинтегрировать в квадратурах, и асимптотика этого решения (при больших x) имеет вид

$$c = c_0(x) \exp \left[- \left(\frac{y^2}{b^2} + \frac{z^2}{b^2} \right) \right], \quad c_0(x) = \frac{d^2 u_a \text{Sc}_t}{4\pi \nu_t x}, \quad b^2(x) = \frac{4\nu_t x}{\text{Sc}_t u_a} \quad (4.1)$$

Фактически для источника с квадратным сечением выхода (4.1) удовлетворительно аппроксимирует точное решение при x , больших длины начального участка, т. е. при условии $c_0(x) \ll 1$.

Положим, что деформация струи за скачком сводится к изменению характерных размеров струи, а зависимость от координат по-прежнему дается формулой (4.1), т. е. при $X=0$ распределение c имеет вид

$$c = c_0(L) \exp \left[- \left(\frac{Y^2}{B_y^2} + \frac{Z^2}{B_z^2} \right) \right] \quad (4.2)$$

С учетом этого допущения уравнение диффузии интегрируется в квадратурах и распределение концентрации за скачком описывается соотношением

$$c = c_0(L) \exp \left\{ - \left[\frac{Y^2}{B_y^2 + \beta^2} + \frac{Z^2}{B_z^2 + \beta^2} \right] \right\} \left\{ \left(1 + \frac{\beta^2}{B_y^2} \right) \left(1 + \frac{\beta^2}{B_z^2} \right) \right\}^{-1/2} \quad (4.3)$$

$$\beta^2(x) = 4\nu_t X (\text{Sc}_t U_a)^{-1}$$

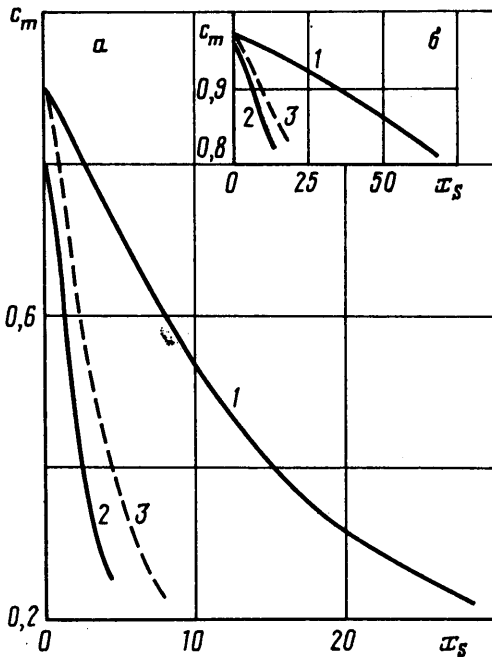
На больших удалениях от скачка максимальная концентрация

$$c_m = c_0(L) B_y B_z U_a \text{Sc}_t (4\nu_t X)^{-1} \quad (4.4)$$

Если теперь учесть, что $B_z = b(L)$, а также предположить, что угол θ мал и членами порядка $O(\theta)$ можно пренебречь, и, кроме того, что $X \gg L$, придем к соотношению

$$c_m = c_0(\xi), \quad \xi = x \frac{u_a b(L)}{U_a B_y} \quad (4.5)$$

где зависимость $c_0(\xi)$ дается соотношением (4.1).



Фиг. 6

На фиг. 5 сопоставляются результаты для режима $M_a=8$, $M_j=6,9$, $n=1,4$, $m=2$ при двух интенсивностях скачков: кривые 2 и 4 соответствуют $\theta=14^\circ$, 5 и 6 — $\theta=7^\circ$, сплошные линии — численный расчет, штриховые — расчет по соотношениям (4.5), (4.6). В качестве $c_0(x)$ использован результат численного расчета максимальной концентрации в свободной струе (кривая 1). Параметр x_s для двух случаев несколько различается (при $\theta=14^\circ$ $L/d=46$, при $\theta=7^\circ$ $L/d=50$) и на фиг. 5 x_s соответствует $L/d=46$.

На фиг. 6, а приведены данные для режима $M_a=8$, $M_j=4$, $n=1$, $m=2$, $L/d=24,5$; кривая 1 — $c_0(x)$ в свободной струе, кривая 2 соответствует численному расчету, 3 — расчету по соотношениям (4.5), (4.6). На фиг. 6, б представлены результаты для режима $M_a=8$, $M_j=12$, $n=1$, $m=2$, $L/d=57$; обозначения те же, что на фиг. 6, а. Соответствие результатов приближенного и численного расчетов удовлетворительное. Эти результаты показывают также, что темп падения c_m за скачком изменяется весьма существенно — в 2–4 раза.

Авторы выражают благодарность В. А. Степанову за полезные обсуждения работы.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Козлов В. Е., Секундов А. Н., Смирнова И. П. Модель турбулентности для описания течения в струе сжимаемого газа // Изв. АН СССР. МЖГ. 1986. № 6. С. 38–44.
2. Drummond J. P., Carpenter M. H., Riggins D. W., Adams M. S. Mixing enhancement in a supersonic combustor // AIAA pap. 1989. № 2794. 15 p.
3. Wood C. W., Thomas R. H., Shetz J. A. Effects of oscillating shock impingement on the mixing of a gaseous jet in a Mach 3 airstream // AIAA pap. 1990. № 1982. P. 1–10.
4. Shaw Y. R., Dolling D. S. Experimental study of spreading rate enhancement of high Mach number turbulent shear layers // AIAA pap. 1989. № 2458. 11 p.
5. Предводителев А. С., Ступаченко Е. В., Пляшанов А. С. и др. Таблицы термодинамических функций воздуха. М.: ВЦ АН СССР, 1962. 268 с.
6. Численное решение многомерных задач газовой динамики / Под ред. С. К. Годунова. М.: Наука, 1976. 400 с.
7. Колган В. П. Конечно-разностная схема для расчета двумерных разрывных решений нестационарной газовой динамики // Уч. зап. ЦАГИ. 1975. Т. 6. № 1. С. 9–14.
8. Виноградов В. А., Макаров В. Е., Степанов В. А. Расчетное исследование пространственного течения в воздухозаборнике модульного ГПВРД // Тр. объедин. науч. чтений по космонавтике. Двигатели летательных аппаратов. М.: АН СССР, 1980. С. 191–201.
9. Хинце И. О. Турбулентность. М.: Физматгиз, 1963. 680 с.

Как уже отмечалось, степень деформации $b(L)/B_y$ можно связать с углами θ , φ , с учетом этого ξ можно представить в виде

$$\xi = x \frac{u_a \sin \varphi}{U_a \sin(\theta - \varphi)} \equiv x\alpha(M_a, \theta, \kappa_a) \quad (4.6)$$

Параметр α рассчитывается по соотношениям для косоугольного скачка при известных значениях числа Маха перед скачком M_a и угла поворота потока в скачке θ .

Соотношение (4.5) получено при использовании ряда допущений и относится лишь к инертной примеси. Однако как приближенное его можно использовать и для расчета концентрации в струе гелия, взаимодействующей с косоугольным скачком. В этом случае в качестве $c_0(x)$ следует взять зависимость максимальной концентрации в свободной струе, что можно сделать на основании одного расчета, а при вычислении ξ с помощью (4.6) подставить в это соотношение значения M , θ , κ для невозмущенного спутного потока. Сравнение результатов вычисления $c_m(x)$ с помощью приближенных соотношений (4.5), (4.6) и численного расчета представлено на фиг. 5, 6.