УДК 532.526.2:532.529

© 1992 г. В. А. НАУМОВ

РАСЧЕТ ГАЗОДИСПЕРСНОГО ЛАМИНАРНОГО ПОГРАНИЧНОГО СЛОЯ НА ПЛАСТИНЕ С УЧЕТОМ ОБРАЗУЮЩЕЙСЯ ЖИДКОЙ ПЛЕНКИ

В [1] для расчета ламинарного пограничного слоя газодисперсной смеси на плоской пластине использована система уравнений, полученная методом сращиваемых асимптотических разложений для неравновесной по скоростям фаз области течения. При $\mathrm{Re}_d \equiv U_\infty d/\nu$ (d – диаметр частиц, ν – коэффициент кинематической вязкости газа, U_∞ – скорость потока вдали от пластины) в этих уравнениях необходимо учитывать силу Сэфмэна, действующую на дисперсные частицы в пограничных слоях [2]. В результате вблизи передней кромки поперечная скорость дисперсной примеси направлена к пластине, что приводит к осаждению примеси. При этом в [2] частицы, попавшие на пластину, считались исчезнувшими из потока. Осаждающиеся расплавленные частицы (капли) могут образовывать на поверхности пластины движущуюся пленку. В [3] построена последовательная асимптотическая теория пристеночного газодисперсного течения с образованием пленки. В настоящей работе указанная теория используется для расчета газодинамического пограничного слоя.

Рассмотрим обтекание полубесконечной пластины плоскопараллельным изотермическим потоком газовзвеси со скоростью U_∞, частицы – одинаковые жидкие сферы, остальные допущения аналогичны [1, 2].

В [3] предполагалось, что обтекание поверхности происходило в режиме инерционного осаждения частиц. В рассматриваемом случае поперечная скорость дисперсионных частиц на внешней границе пограничного слоя $v_{s\infty}\sim 0$, поэтому в отличие от [3] необходимо рассчитывать изменение параметров дисперсной фазы поперек слоя. Для этого используем безразмерную систему уравнений пограничного слоя в области, неравновесной по скоростям фаз [2]

$$
\begin{gathered}
\frac{\partial u}{\partial x}+\frac{\partial v}{\partial \eta}=0, \quad \frac{\partial}{\partial x}(\rho_s u_s)+\frac{\partial}{\partial \eta}(\rho_s v_s)=0 \\
u\frac{\partial u}{\partial x}+v\frac{\partial u}{\partial \eta}=-f(u-u_s)\rho_s\varkappa+\frac{\partial^2 u}{\partial \eta^2} \\
u_s\frac{\partial u_s}{\partial x}+v_s\frac{\partial u_s}{\partial \eta}=f(u-u_s) \\
u_s\frac{\partial v_s}{\partial x}+v_s\frac{\partial v_s}{\partial \eta}=f(v-v_s)+a(u-u_s)\left(\frac{\partial u}{\partial \eta}\right)^{1/2} \\
v=\frac{V\,\mathrm{Re}_l^{1/2}}{U_\infty}, \quad \mathrm{Re}_l=\frac{U_\infty l}{\nu}, \quad l=\frac{U_\infty d^2}{18\nu\lambda}, \quad x=\frac{X}{l} \\
\eta=\frac{Y\,\mathrm{Re}_l^{1/2}}{l}, \quad d=\frac{0{,}171\,\mathrm{Re}_d^{3/2}}{(18\lambda)^{1/4}}, \quad \varkappa=\frac{R_{s\infty}}{R^\circ}, \quad \lambda=\frac{R^\circ}{R_s^\circ}
\end{gathered} \tag{1}
$$

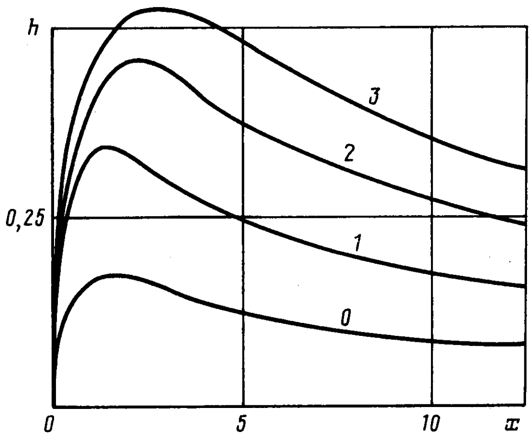
Здесь R_s – распределенная плотность дисперсной примеси, R°, $R_s{}^\circ$ – истинные плотности фаз, l – длина релаксации стоксовой частицы, f показывает отклонение закона сопротивления от стоксового. Остальные обозначения общепринятые.

В качестве начальных профилей, как и в [1, 2], для u использовался профиль Блазиуса, для дисперсной примеси полагалось $u_s=\rho_s=1$, $v_s=0$. Граничные условия системы уравнений (1) при $\eta\to\infty$ $u=u_s=\rho_s=1$. Будем полагать, что частицы дисперсной фазы поглощаются пленкой, поэтому для нее указываются граничные условия только при $\eta\to\infty$ [3]. Для несущей фазы необходимо указать граничные условия на неизвестной поверхности пленки.

Воспользуемся балансом массы в пленке

$$
R_{se}V_{sen}l\sim H_*U_{fe}{}^*R_f, \quad V_{sen}=V_{se}-dH/dX \tag{2}
$$

Здесь H_* – характерная толщина пленки, индекс f относится к параметрам пленки, e – на внешней границе пленки, n – по нормали к ней, $R_f=R_f{}^\circ$. Как и в [3], $H_*\sim l\sqrt{\varepsilon}$, $R_{se}/R_f\sim\alpha_{s\infty}$, где α_s – объемная доля дисперсной фазы, $\varepsilon=\mu_f/(R_fU_\infty l)$, но



порядок поперечной скорости частиц, очевидно, иной: $V_{se}\sim U_\infty/\mathrm{Re}_l^{1/2}$. Тогда из формулы (2) следует

$$U_{fe}^*\sim kU_\infty,\quad k=\frac{\alpha_{s\infty}}{(\varepsilon\,\mathrm{Re}_l)^{1/2}}=\alpha_{s\infty}\left(\frac{b}{\lambda}\right)^{1/2},\quad b=\frac{\mu}{\mu_f} \tag{3}$$

Для многих газодисперсных сред, в частности для аэроводяной смеси, $b/\lambda\sim 1$. Учитывая, что $\alpha_{s\infty}\ll 1$, в рассматриваемом случае для таких сред реализуется только один предельный режим течения пленки, названный в [3] «медленным»: $\varepsilon\to 0$, $k\to 0$. Уравнения пленки для такого режима при изотермичности $dp_\infty/dx=0$ имеют вид

$$\frac{\partial u_f^\circ}{\partial x}+\frac{\partial v_f^\circ}{\partial y}=0,\quad \frac{\partial^2 u_f^\circ}{\partial y^2}=0$$
$$u_f^\circ=\frac{U_f}{U_{fe}^*},\quad v_f^\circ=\frac{V_f}{\sqrt{\varepsilon}\,U_{fe}^*},\quad y=\frac{y}{\sqrt{\varepsilon}\,l} \tag{4}$$

Решение (4) с учетом условий прилипания на пластине

$$u_f^\circ=\tau y,\quad \tau=\frac{\partial u_f^\circ}{\partial y},\quad v_f^\circ=-\frac{y^2}{2}\frac{d\tau}{dx} \tag{5}$$

т. е. профиль u_f° является линейным.

Толщина пленки определяется из интегрального закона сохранения массы дисперсной фазы

$$G\equiv\int_0^x R_{se}V_{sen}\,dX=R_fU_{fe}\frac{H}{2} \tag{6}$$

Откуда следует известная формула

$$h\equiv\frac{H}{l}\mathrm{Re}_l^{1/2}=\left(\frac{2g}{\tau_1}\right)^{1/2},\quad g=\frac{G\,\mathrm{Re}_l^{1/2}}{lR_s^\circ U_\infty},\quad \tau_1=\frac{du_f}{\partial y} \tag{7}$$

Величина τ_1 определяется из условия сохранения импульса на границе пленки

$$\tau_1=b\left((\partial u/\partial\eta)_e-\varkappa\rho_{se}v_{sen}u_{se}\right) \tag{8}$$

При численном решении системы уравнений (1) вначале на новом слое по x задавались величины $(\partial u/\partial\eta)_e$, ρ_{se}, v_{sen}, u_{se} с предыдущего слоя, после чего вычислялись τ_1 по формуле (8), h – по (7), $u_{e\tau}=u_{fe\tau}$ – по (5) и $v_{en}=0$, индекс τ относится к компоненте скорости, касательной к поверхности пленки. Затем система уравнений (1) решалась конечно-разностным методом, описанным в [1], вновь вычислялась величина h и весь цикл повторялся до достижения требуемой точности.

На фигуре представлены результаты расчета толщины пленки при $\lambda=10^{-3}$, $\varkappa=3$: *1–3* – $b=0{,}005$, номер кривой соответствует величине Re_d; нулевая кривая получена при $\mathrm{Re}_d=1$, $b=0{,}02$. При увеличении Re_d толщина пленки нарастает, что обусловлено увеличением потока осаждающейся на пластине примеси из-за действия силы Сэфмэна [2]; максимум смещается вправо, так как зона, неравновесная по скоростям фаз, расширяется. При увеличении b величина h уменьшается.

В области, равновесной по скоростям фаз осаждения, примеси на пластине нет, поэтому здесь по x пленка утоньшается, но довольно медленно, так как величина τ_1 также уменьшается.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Осипцов А. Н.* О структуре ламинарного пограничного слоя дисперсной смеси на плоской пластине // Изв. АН СССР. МЖГ. 1980. № 4. С. 48–54.
2. *Наумов В. А.* Расчет ламинарного пограничного слоя на пластине с учетом подъемных сил, действующих на дисперсную примесь // Изв. АН СССР. МЖГ. 1988. № 6. С. 171–173.
3. *Осипцов А. Н., Шапиро Е. Г.* Обтекание поверхности аэродисперсным потоком с образованием жидкой пленки из осаждающихся частиц // Изв. АН СССР. МЖГ. 1989. № 4. С. 85–92.

Калининград

Поступила в редакцию 26.IX.1990

УДК 532.529.5

А. С. ВОЙНОВСКИЙ, М. Е. ЗАЙЦЕВ

НЕСТАЦИОНАРНОЕ ИСТЕЧЕНИЕ В ВАКУУМ ГАЗОВЗВЕСИ С БОЛЬШИМ СОДЕРЖАНИЕМ ДИСПЕРСНОЙ ФАЗЫ

Истечение в вакуум стационарных струй с дисперсными частицами при малом их объемном содержании ($\alpha\ll 1$) рассматривалось во многих работах (см., например, [1–3]). Ряд работ посвящен исследованию истечения с учетом образования в струе гомогенного конденсата [1, 4]. В данной работе проведено расчетное исследование нестационарного истечения в вакуум струй газовзвеси с большим объемным содержанием ($\alpha\sim 0{,}1$) дисперсной фазы. Использовались две расчетные модели: упрощенная – на основе уравнений нестационарного сферического источника, и более сложная – на основе двумерных нестационарных уравнений динамики гетерогенной смеси для расчета ее истечения из осесимметричного сопла генератора дисперсных частиц.

1. Рассматривается течение монодисперсной газовзвеси, описываемое уравнениями двухскоростной двухтемпературной среды [5] при следующих допущениях: частицы между собой не взаимодействуют и не вращаются, температура вещества частиц во всем их объеме постоянна, вязкость и теплопроводность газа учитывается только при межфазном обмене, фазовые переходы отсутствуют. Тогда уравнения, описывающие совместное движение газовой (индекс «*1*») и дисперсной сред (индекс «*2*»), можно записать в следующем виде

$$\frac{\partial\rho_1}{\partial t}+\mathrm{div}(\rho_1\mathbf{V}_1)=0$$

$$\frac{\partial\rho_2}{\partial t}+\mathrm{div}(\rho_2\mathbf{V}_2)=0$$

$$\frac{\partial\rho_1\mathbf{V}_1}{\partial t}+\mathbf{grad}(\rho_1\mathbf{V}_1\mathbf{V}_1)+(1-\alpha)\,\mathbf{grad}\,p+\mathbf{f}_{12}=0$$

$$\frac{\partial\rho_2\mathbf{V}_2}{\partial t}+\mathbf{grad}(\rho_2\mathbf{V}_2\mathbf{V}_2)+\alpha\,\mathbf{grad}\,p-\mathbf{f}_{12}=0 \qquad (1)$$

$$\frac{\partial\rho_2E_2}{\partial t}+\mathrm{div}(\rho_2E_2\mathbf{V}_2)=q$$

$$\frac{\partial\rho_1E_1}{\partial t}+\mathrm{div}(\rho_1E_1\mathbf{V}_1)=\alpha\mathbf{V}_2\,\mathbf{grad}\,p-\mathbf{f}_{12}\mathbf{V}_2-q-\mathrm{div}[p(\alpha\mathbf{V}_2+(1-\alpha)\mathbf{V}_1]$$