

УДК 533.6.011.5:519.63

© 1992 г. Н. В. ВОЕВОДЕНКО, И. М. ПАНТЕЛЕЕВ

ЧИСЛЕННОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ СВЕРХЗВУКОВЫХ ТЕЧЕНИЙ ОКОЛО КРЫЛЬЕВ РАЗНЫХ УДЛИНЕНИЙ В ШИРОКОМ ДИАПАЗОНЕ УГЛОВ АТАКИ В РАМКАХ ЗАКОНА ПЛОСКИХ СЕЧЕНИЙ

Задача обтекания тонких тел при больших сверхзвуковых скоростях и под произвольными углами атаки решается в рамках закона плоских сечений, обобщенного для произвольных углов атаки [1]. Расчет обтекания трехмерных тел под большими углами атаки при сверхзвуковых скоростях с помощью существующих методов весьма сложная, трудоемкая задача. Инженерные методы, основанные, например, на методе Ньютона или на теории тонких тел, позволяют рассмотреть лишь узкие классы геометрий (как правило, тонкие тела, близкие к осесимметричным). Закон плоских сечений в сочетании с численным методом позволяет достаточно точно и оперативно решать задачу обтекания при больших сверхзвуковых скоростях при произвольных углах атаки для широкого класса тел.

За последнее время вышел ряд работ зарубежных авторов, использующих теорию Сычева и следующие из нее критерии подобия [1] для анализа экспериментальных данных [2], а также по исследованию границ ее применимости [3].

В данной работе представлен метод и основанная на нем программа решения задачи о течениях в окрестности тел разнообразной формы, помещенных в поток с большой сверхзвуковой скоростью под произвольными углами атаки. Уравнения закона плоских сечений интегрируются методом Годунова. Показано, что область применимости теории [1] значительно шире, чем указано в работе [1].

1. Рассмотрим течение идеального газа со сверхзвуковой скоростью около тонкого тела, помещенного в поток под углом атаки α . Обозначим наибольший поперечный размер тела d , а его длину l . Число Маха набегающего потока M_∞ .

В работе [1] предполагается, что

$$\delta = \frac{d}{l} \ll 1, \quad M_\infty \sin \alpha \gg 1, \quad M_\infty \delta \gg 1 \quad (1.1)$$

Если выполняются условия (1.1), как показано в [1], исходная задача эквивалентна задаче о плоском движении газа, которое вызвано расширением поршня (форма поршня определяется формой поперечного сечения тела), как и в классическом законе плоских сечений [4]. Кроме того, поршень движется по плоскости со скоростью $U_\infty \sin \alpha$, что отличает [1] от классического закона плоских сечений. Таким образом, трехмерные стационарные уравнения и граничные условия, описывающие исходную задачу, с точностью δ^2 преобразуются в двумерные нестационарные, причем временная ось направлена вдоль оси тела ($t = xlU_\infty^{-1} \cos^{-1} \alpha$).

Уравнения и граничные условия в такой постановке зависят только от двух параметров

$$K_1 = \delta \operatorname{ctg} \alpha, \quad K_2 = M_\infty \sin \alpha$$

Если угол атаки α мал, параметр K_1 выпадает и остается единственный параметр классического гиперзвукового подобия K_2 , а закон плоских сечений [1] переходит в классический закон плоских сечений Хейза [4].

На основе теории [1] создана программа, которая численно интегрирует уравнения обобщенного закона плоских сечений методом Годунова [5]. Головной скачок уплотнения «выделяется» по методу, описанному в [6]. В возмущенной области между телом и ударной волной строятся подвижные сетки, связанные с поверхностью тела и «выделенной» поверхностью скачка. Программа позволяет рассчитывать достаточно сложные компоновки летательных аппаратов (фюзеляжи сложных форм с крыльями и различными видами оперения, с воздухозаборником, системы из двух тел, расположенных одно под другим и т. д.). Время расчета одного варианта зависит от числа Маха, угла атаки, формы тела и колеблется от 5 до 30 мин процессора с быстродействием около 1 млн. операций в секунду на сетке 15×25 .

Проведенные сравнения результатов расчетов осесимметричных тел по данной программе с экспериментальными данными и с результатами расчетов других авторов показали хорошее соответствие вплоть до углов атаки, близких к 90° .

2. Ограничения (1.1) теории [1] являются слишком сильными. Так, требование $M_\infty \sin \alpha \gg 1$ уже в [7] заменено на $M_\infty \sin \alpha > 1$, т. е. компонента скорости, перпендикулярная оси тела, может быть просто сверхзвуковой. На это обстоятельство обращено внимание также в [3].

Теория Сычева справедлива и в случае $M_\infty \sin \alpha < 1$, если $M_\infty \gg 1$, $M_\infty \delta = O(1)$. Тогда $\alpha = O(\delta)$, и указанная теория переходит в классическое гиперзвуковое подобие.

Слишком сильным является также ограничение $\delta = dt^{-1} \ll 1$, требующее, чтобы все поперечные размеры тела были малы в сравнении с продольным. В [2] экспериментально показана справедливость подобия [1] для крыльев умеренной стреловидности, эллиптических конусов и даже для прямоугольных крыльев.

С помощью описанной выше программы были проведены исследования границ применимости теории Сычева на основании расчета треугольных крыльев и их сравнения с данными других авторов. Результаты получены в широком диапазоне чисел M_∞ , углов атаки α и углов стреловидности ψ .

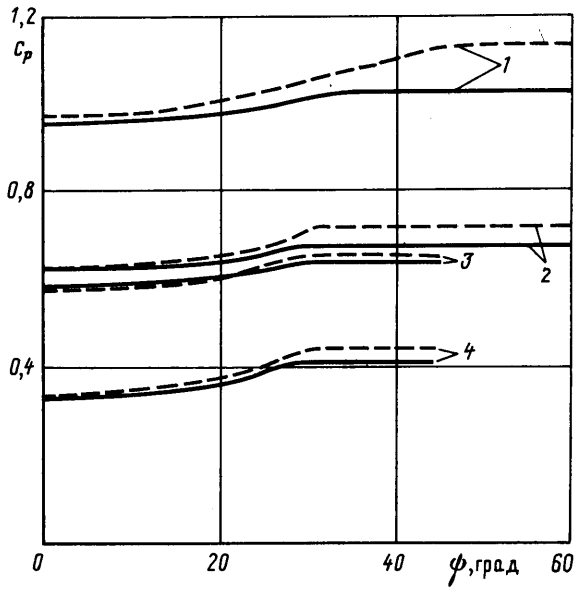
В зависимости от соотношения этих трех параметров режимы обтекания треугольного крыла могут быть различными: 1) обтекание крыла со скачком уплотнения, присоединенным к вершине и кромкам крыла (сверхзвуковые кромки); 2) обтекание крыла со скачком, отошедшим от передних кромок, но присоединенных к вершине (дозвуковые кромки); 3) обтекание крыла со скачком, отошедшим и от передних кромок, и от вершины крыла. Ограничимся рассмотрением первых двух режимов.

Результаты расчетов обтекания треугольных крыльев с присоединенным к кромкам скачком (случай 1) сравнивались с данными работы [8]. Исследования проводились в следующем диапазоне основных параметров: $2,5 \leq M_\infty \leq 20$, $0^\circ \leq \alpha \leq 40^\circ$, полуугол при вершине крыла φ : $30^\circ \leq \varphi \leq 70^\circ$.

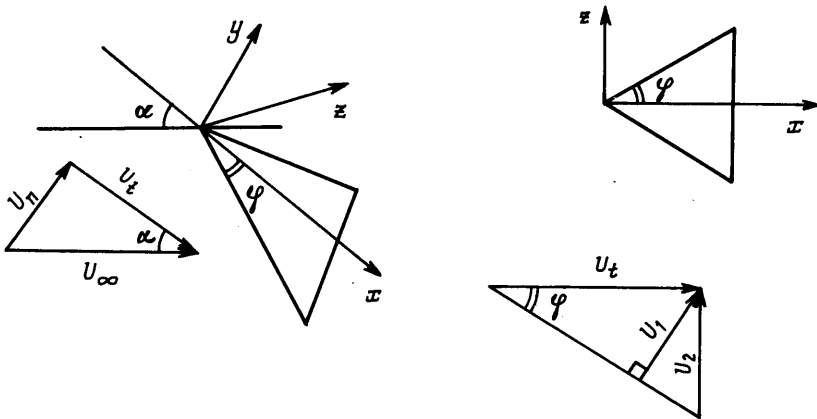
На фиг. 1 показано распределение $c_p = 2(p - p_\infty) / \rho_\infty U_\infty^2$ по размаху крыла для ряда характерных режимов: кривые 1 соответствуют $M_\infty = 10$, $\alpha = 40^\circ$, $\varphi = 60^\circ$, 2 — $M_\infty = 5$, $\alpha = 30^\circ$, $\varphi = 60^\circ$, 3 — $M_\infty = 10$, $\alpha = 20^\circ$, $\varphi = 45^\circ$, 4 — $M_\infty = 3,5$, $\alpha = 20^\circ$, $\varphi = 45^\circ$ (сплошные кривые — результаты расчета по данной программе, штриховые — результаты из [8]); ψ — угол между осью x и лучом, проведенным из вершины крыла в данную точку поверхности крыла.

На фиг. 1 видно удовлетворительное совпадение результатов разных расчетов, причем наибольшее расхождение наблюдается в окрестности кромки крыла, к центру оно уменьшается.

Течение на наветренной стороне крыла в окрестности кромки, когда скачок присоединен, есть течение за косым скачком уплотнения. Скорость течения в плоскости, перпендикулярной плоскости и оси крыла, $U_n = U_\infty \sin \alpha$, скорость течения в плоскости крыла $U_t = U_\infty \cos \alpha$ (фиг. 2). Компонента скорости, перпендикулярная кромке крыла в плоскости крыла, есть $U_1 = U_\infty \cos \alpha \sin \varphi$. Число Маха перед скачком $M = M_\infty \sqrt{\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha \sin^2 \varphi}$ и угол клина θ : $\text{tg } \theta = \text{tg } \alpha \sin^{-1} \varphi$ (см. фиг. 2), т. е. плос-



Фиг. 1



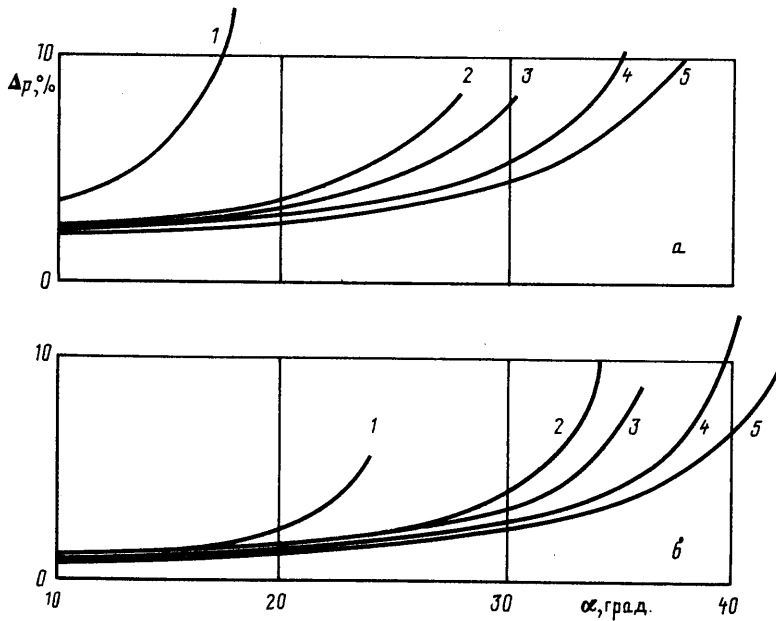
Фиг. 2

кость, в которой рассматривается двумерное течение за косым скачком, перпендикулярна кромке крыла. Если же обтекание крыла рассматривается с точки зрения закона плоских сечений, плоскость двумерного течения располагается перпендикулярно оси симметрии крыла (фиг. 2), и скорость натекания газа на кромку $U_2 = U_\infty \cos \alpha \operatorname{tg} \varphi$, течение за косым скачком в окрестности кромки происходит с другим числом Маха и другим углом клина:

$$M = M_\infty \sqrt{\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha \operatorname{tg}^2 \varphi}, \quad \operatorname{tg} \theta = \frac{\operatorname{tg} \alpha}{\operatorname{tg} \varphi}$$

Поэтому погрешность закона плоских сечений по сравнению с точным решением легко определяется аналитически, а так как она является наибольшей вблизи кромки на наветренной стороне крыла, то определяется погрешность закона плоских сечений для всего течения на наветренной стороне крыла.

Кривые поведения погрешности закона плоских сечений $\Delta p =$



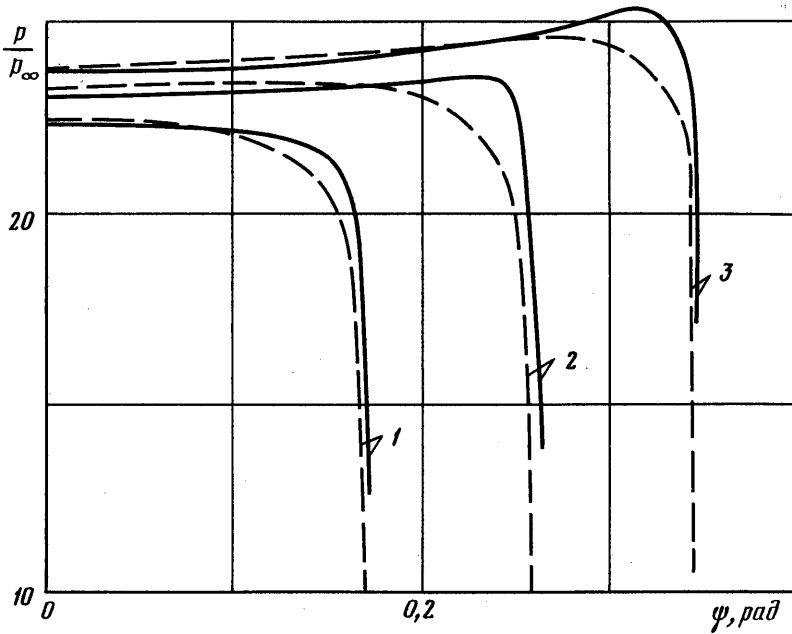
Фиг. 3

$= (p_1 - p)p^{-1}$ (p_1 — давление, полученное по закону плоских сечений) в зависимости от α при $M_\infty = 5$ показаны на фиг. 3, а и $M_\infty = 10$ — на фиг. 3, б при разных углах φ (кривые 1 — $\varphi = 30^\circ$, 2 — 45° , 3 — 50° , 4 — 60° , 5 — 70°). Как видим, погрешность обычно не превышает 10%, при уменьшении числа M_∞ и увеличении α она возрастает. В исследованном диапазоне ошибка была наибольшей при $M_\infty = 3$, $\alpha = 30^\circ$, $\varphi = 70^\circ$ и составляла 15%. Нетривиальным является тот результат, что ошибка закона плоских сечений уменьшается с увеличением угла при вершине крыла φ . Этот результат, казалось бы, противоречит одному из предположений теории Сычева [1] $\delta = dl^{-1} \ll 1$. Однако следует вспомнить, что основным параметром, определяющим точность теории Сычева, является относительная толщина возмущенного слоя, а она, по-видимому, с ростом φ уменьшается в окрестности кромки, так как число Маха потока, набегающего на кромку крыла, увеличивается.

Рассмотрим второй режим обтекания треугольных крыльев с отошедшей от кромок ударной волной. Результаты расчетов таких режимов по данной программе (сплошные кривые) и взятые из работы [9] (штриховые кривые) показаны на фиг. 4. Исследования проведены в диапазоне $4 \leq M_\infty \leq 10$, $30^\circ \leq \alpha \leq 60^\circ$, $10^\circ \leq \varphi \leq 20^\circ$. На фиг. 4 показаны зависимости pp_∞^{-1} от φ при $M_\infty = 6$, $\alpha = 40^\circ$, кривые 1 — при $\varphi = 10^\circ$, 2 — 15° , 3 — 20° , сплошные кривые — результаты расчетов по данному методу, штриховые кривые — данные работы [9]. Наибольшие отличия, как и в случае (1), наблюдаются в окрестности кромок крыльев, характер поведения ошибки закона плоских сечений в зависимости от M_∞ , α и φ также не меняется. В целом, совпадение можно признать удовлетворительным.

Таким образом, как показали расчеты, теория [1] применима не только к тонким телам, близким к осесимметричным, но и к телам с крыльями, причем крылья могут быть умеренной или даже малой стреловидности.

3. Закон плоских сечений (нестационарная аналогия), обобщенный в работе [1] на случай произвольных углов атаки, справедлив для удли-



Фиг. 4

ненных тел с точностью до членов $\sim O(\delta^2)$. Для крыльев в качестве малого параметра δ можно использовать удлинение крыла λ . Однако анализ полученных выше результатов и данные экспериментальных исследований [2] показывают, что критерии подобия и решения, полученные из [1], с хорошей точностью выполняются для $\lambda \sim 1$. Более того, при $\lambda \rightarrow \infty$ (плоская задача) решение, полученное в рамках нестационарной аналогии, имеет удовлетворительную точность. Действительно, рассмотрим элементарный пример обтекания клина под углом атаки $\alpha \sim 1$ при условии, что скачок присоединен к вершине клина. Ось x направим вниз по потоку вдоль поверхности клина, обращенной к набегающему потоку. В рамках закона плоских сечений эта задача сводится к задаче о движении плоской ударной волны. Таким образом

$$p' = \frac{2}{\kappa+1} \frac{1}{(1-\rho/\rho_\infty)^2} - \frac{\kappa-1}{\kappa+1} \frac{1}{\kappa M_n^2} \quad (3.1)$$

$$p' = \frac{p}{\rho_\infty U_\infty^2 \sin^2 \alpha}, \quad \frac{\rho_\infty}{\rho} = \frac{\kappa-1}{\kappa+1} + \frac{2}{(\kappa+1)M_n^2}$$

$$M_n = M_\infty \sin \alpha$$

Из структуры решения (3.1) видно, что при дополнительном предположении о малости отношения плотностей в набегающем потоке в ударном слое $\rho_\infty \rho^{-1} = \epsilon \ll 1$ погрешность (3.1) будет иметь порядок величины $O(\epsilon^2)$. Действительно, разлагая (2) в ряд по ϵ , получим

$$p' = \frac{2}{\kappa+1} (1+2\epsilon) + O(\epsilon^2) \quad (3.2)$$

Сравним с точным решением для косога скачка уплотнения

$$p' = \frac{2}{\kappa+1} \frac{\sin^2 \beta}{\sin^2 \alpha} - \frac{\kappa-1}{\kappa+1} \frac{1}{\kappa M_n^2} \quad (3.3)$$

$$\beta = \alpha + \epsilon \operatorname{tg} \alpha + O(\epsilon^2)$$

После соответствующих подстановок и разложения (3.3) по ϵ вновь получаем (3.2) с точностью $\sim O(\epsilon^2)$.

Следовательно, при использовании закона плоских сечений для решения задач обтекания наветренной стороны крыльев произвольного ($\lambda \sim 1$) удлинения малый параметр разложения следует трактовать как угол между ударной волной и поверхностью тела. В силу этого при $\lambda = O(1)$ требуется наложить условие малости отношения плотностей $\rho_\infty \rho^{-1} = \epsilon \ll 1$.

4. Рассмотрим обтекание наветренной поверхности крыла $\lambda = O(1)$, $\alpha = O(1)$, слабдеформированной и с острыми передними кромками, в сверхзвуковом потоке газа под углом атаки, обеспечивающим присоединение ударной волны к передним кромкам. Пусть $\rho_\infty \rho^{-1} = \epsilon \ll 1$, $n_x \sim \epsilon$, $n_y \sim 1$, $n_z \sim \epsilon$, где n_x , n_y , n_z — проекции нормали к поверхности крыла в системе координат, показанной на фиг. 2.

Если разложить газодинамические величины в ряды по ϵ , ограничиваясь членами порядка $O(\epsilon^2)$, то, как показано в работе [10], уравнения, описывающие изменения газодинамических параметров и соответствующие им граничные условия, разделяются и после замены продольной координаты x на время $t = xL/U_\infty \cos \alpha$ преобразуются в одномерную нестационарную систему уравнений с соответствующими граничными условиями. Причем решение задачи в целом зависит от трех параметров $K_1 = \lambda \operatorname{ctg} \alpha$, $K_2 = M_\infty \sin \alpha$ и x , что совпадает с критериями подобия, полученными в работе [1]. Отметим также, что в полученные уравнения не входят производные по z (т. е. z входит только как параметр), следовательно, как и классический закон плоских сечений [4], теория [1] при $\lambda = O(1)$ переходит в теорию полос [10]. Можно показать, что закон плоских сечений при произвольных углах атаки [1] справедлив также в случае обтекания тел более сложной формы, состоящих из набора удлиненных тел, оси которых параллельны, и слабдеформированных крыльев (так что $n_x = O(\epsilon)$, $n_y = O(1)$, $n_z = O(1)$). Уравнения закона плоских сечений в этом случае нужно решать численно, используя, например, программу, описанную выше в данной работе.

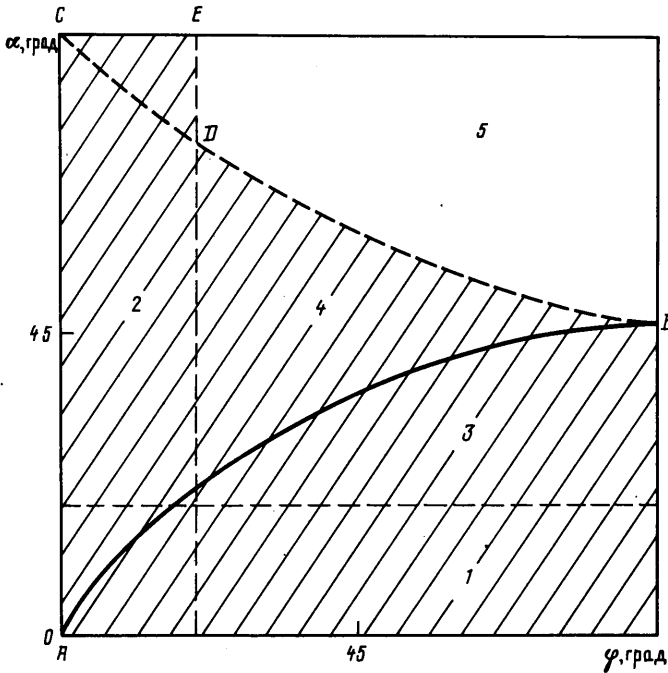
Таким образом, закон плоских сечений [1] и основанная на нем программа позволяют рассчитывать течение на наветренной стороне и аэродинамические характеристики значительно более широкого класса тел, чем предполагалось в работе [1].

На фиг. 5 приведено схематическое изображение областей применимости закона плоских сечений и некоторых других теорий. Штриховыми линиями обозначены границы, которые определены приблизительно. Косыми линиями заштрихована область, в которой справедлив закон плоских сечений.

В области 1, т. е. при малых углах атаки, справедлив классический закон [4], при больших углах ϕ он переходит в теорию полос. Область 2 — это область, где закон плоских сечений был впервые обобщен на произвольные углы атаки [1], в этой области все поперечные размеры тела малы по сравнению с продольным.

Кривая AB отделяет области течений с присоединенным и отошедшим от кромок скачком уплотнения. Ниже кривой AB лежит область, где скачок присоединен к передним кромкам крыла. Как было показано в данной работе выше, в области 3 также справедлив закон плоских сечений с точностью $O(\epsilon^2)$, при больших ϕ он также переходит в теорию полос.

Кривую BC можно нарисовать лишь приблизительно, выше нее в области 5 наблюдается течение с отошедшей от вершины крыла ударной волной. Выше кривой BC закон плоских сечений неприменим, кроме



Фиг. 5

треугольника CDE , т. е. случая очень тонких по всем поперечным направлениям тел.

Для крыльев произвольного удлинения в области 4, где скачок отходит от кромок, но присоединен к вершине крыла, дать строгое доказательство применимости закона плоских сечений не удастся. Если угол при вершине крыла достаточно велик, в окрестности кромок закон плоских сечений не справедлив, однако в центральной области течения на крыле справедливы, по-видимому, те же оценки, что и в случае присоединенного к кромкам скачка. Возмущенную область течения в этом случае следует разбить на две части: 1) прилегающий к телу энтропийный слой, распространяющийся далеко вниз по потоку из областей дозвукового течения в окрестности кромок, 2) область, где справедлив закон плоских сечений (а при больших ϕ и теория полос). В энтропийном слое все параметры течения, кроме давления, меняются очень сильно, а давление остается практически постоянным. Поэтому в области 4 можно также использовать закон плоских сечений для получения распределений давления и суммарных аэродинамических характеристик тел.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Сычев В. В. Пространственные гиперзвуковые течения газа около тонких тел при больших углах атаки // ПММ. 1960. Т. 24. № 2. С. 205–212.
2. Hemsch M. J. Engineering analysis of slender-body aerodynamics using Sychev similarity parameters // J. Aircraft. 1988. V. 25. № 7. P. 825–631.
3. Barnwell R. W. Extension of hypersonic high-incidence, slenderbody similarity // AIAA J. 1987. V. 25. № 11. P. 1519–1522.
4. Hayes W. D. On hypersonic similitude // Quart. Appl. Math. 1947. V. 5. № 1. P. 105–106.
5. Годунов С. К., Забродин А. В., Иванов М. Я. и др. Численное решение многомерных задач газовой динамики. М.: Наука, 1976. С. 168–200.

6. *Крайко А. Н., Макаров В. Е., Тилляева Н. И.* К численному построению фронтов ударных волн // Журн. вычисл. математики и мат. физики. 1980. Т. 20. № 3. С. 716-723.
7. *Лунев В. В.* Гиперзвуковая аэродинамика. М.: Машиностроение, 1975. С. 233-238
8. *Мельников Д. А.* Обтекание сверхзвуковым потоком плоской треугольной пластины // Изв. АН СССР. Отд-ние техн. наук. Механика и машиностроение. 1962. № 6. С. 33-39.
9. *Балжин А. П.* Расчет обтекания плоских треугольных крыльев потоком совершенного газа при больших углах атаки // Тр. ЦАГИ. 1966. Вып. 1034. С. 3-28
10. *Богатко В. И., Гриб А. А., Колтон Р. А.* Обтекание тонкого крыла переменной формы гиперзвуковым потоком газа // Изв. АН СССР. МЖТ. 1979. № 4. С. 94-101.

Москва

Поступила в редакцию
2.X.1989