

УДК 532.546:532.529.5

© 1992 г.

**В. Е. ДОНЦОВ**

**СТРУКТУРА И ДИНАМИКА ВОЗМУЩЕНИЙ ДАВЛЕНИЯ  
КОНЕЧНОЙ АМПЛИТУДЫ В ПОРИСТОЙ СРЕДЕ,  
НАСЫЩЕННОЙ ЖИДКОСТЬЮ С ПУЗЫРЬКАМИ ГАЗА**

При распространении продольных возмущений давления в насыщенной жидкостью пористой среде существует два типа волн, «быстрая» и «медленная», обусловленные различными сжимаемостью и плотностью жидкости и твердого скелета [1–3]. Волны имеют существенно разные скорости распространения и коэффициенты затухания, обусловленные продольным смещением пористого скелета и жидкости в волне. Введение пузырьков газа в пористую среду, насыщенную жидкостью, существенно увеличивает ее сжимаемость, что приводит к уменьшению скорости волн и увеличению их затухания. В [4] была получена система линейных уравнений для трехфазной смеси: пористая среда – жидкость – пузырьки газа, учитывающая колебания пузырьков в волне. Для волн конечной амплитуды в [5] была получена система нелинейных уравнений, учитывающая нелинейность, вносимую пузырьками газа, и вязкое затухание, обусловленное радиальным движением жидкости в пористой среде около осциллирующих пузырьков.

Цель данной работы – получение экспериментальных данных по структуре и динамике возмущений давления умеренной интенсивности в пористой среде, насыщенной жидкостью с пузырьками газа, и обобщение опытных данных на основе проведенного теоретического анализа.

1. Для малых колебаний пузырьков  $\delta R/R_0 \ll 1$  в предположении, что число пузырьков в единице объема постоянно и они сжимаются адиабатически, в [5] была получена система уравнений, описывающая распространение длинноволновых возмущений давления в упругой пористой среде, насыщенной жидкостью с пузырьками газа

$$\begin{aligned}
 & \rho_{c0} \left( M - \frac{\alpha C}{m} \right) \frac{\partial^2 \sigma'}{\partial t^2} - \rho_{c0} \left( M - C + \frac{\alpha(H-C)}{m} \right) \frac{\partial^2 p_c}{\partial t^2} + \\
 & + (MH - C^2) \frac{\partial^2 p_c}{\partial x^2} - \frac{\nu \rho_{c0}}{K_0} \frac{\partial}{\partial t} [C\sigma' + (H-C)p_c] = \\
 & = (MH - C^2) \left[ \alpha \frac{\partial^2}{\partial t^2} \left( \rho_c - \frac{p_c}{c_0^2} \right) + \frac{\nu}{K_0} \frac{\partial}{\partial t} \left( \rho_c - \frac{p_c}{c_0^2} \right) \right] \\
 & + (\rho_0 M - \rho_{c0}) \frac{\partial^2 \sigma'}{\partial t^2} - [\rho_0(M-C) + \rho_{c0}(H-C)] \frac{\partial^2 p_c}{\partial t^2} + \\
 & + (MH - C^2) \frac{\partial^2}{\partial x^2} (p_c - \sigma') = (MH - C^2) m \frac{\partial^2}{\partial t^2} \left( \rho_c - \frac{p_c}{c_0^2} \right) \quad (1.1) \\
 & \delta \left( \rho_c - \frac{p_c}{c_0^2} \right) = \frac{1}{c_0^4} \left( 1 - \frac{c_0^2}{c_2^2} \right) \left[ B(\delta \rho_c)^2 + \frac{4\nu^*}{3\varphi_0} \frac{\partial p_c}{\partial t} + \beta \frac{\partial^2 p_c}{\partial t^2} \right] \\
 & H = K_B + \frac{4}{3} \mu + \frac{(K_1 - K_B)^2}{D - K_B}, \quad M = \frac{K_1^2}{D - K_B}
 \end{aligned}$$

$$C = \frac{K_1(K_1 - K_B)}{D - K_B}, \quad D = K_1 \left[ 1 + m \left( \frac{K_1}{K_c} - 1 \right) \right]$$

$$K_c = c_0^2 \rho_{c0}, \quad \rho_0 = \rho_{10}(1 - m) + \rho_{c0} m$$

$$v^* = v \left( 1 + \frac{m R_0^2}{4 K_0} \right), \quad c_0 = \left( \frac{\gamma p_0}{\rho_0 \Phi_0} \right)^{1/2}$$

Здесь  $B$  — коэффициент нелинейности,  $\beta$  — коэффициент дисперсии,  $v^*$  — коэффициент эффективной вязкости,  $c_0$  — низкочастотная скорость звука в газожидкостной смеси,  $c_2$  — скорость звука в жидкости,  $\rho$  — плотность,  $p$  — давление,  $\sigma'$  — первая компонента тензора эффективных напряжений в твердом скелете,  $m$  — пористость,  $\alpha$  — коэффициент присоединенной массы жидкости,  $K_B$ ,  $K_1$  — модули объемной упругости пористого скелета и материала скелета,  $\mu$  — модуль сдвига скелета,  $\nu$  — кинематическая вязкость жидкости,  $K_0$  — проницаемость среды,  $\Phi$  — объемное газосодержание в жидкости,  $R$  — радиус пузырька,  $\gamma$  — показатель адиабаты. Индекс 1 относится к твердой фазе, 2 — к жидкости,  $c$  — к газожидкостной смеси, ноль соответствует начальному состоянию фазы.

При условии малости нелинейных, дисперсионных и диссипативных членов систему уравнений (1.1) можно привести к эволюционному уравнению

$$\left( \frac{\partial^2}{\partial t^2} - c_f^2 \frac{\partial^2}{\partial x^2} \right) \left( \frac{\partial^2}{\partial t^2} - c_s^2 \frac{\partial^2}{\partial x^2} \right) p_c + \frac{\nu \rho_{c0} \rho_0}{K_0} \frac{\partial^3 p_c}{\partial t^3} -$$

$$- \frac{\nu \rho_{c0} H}{K_0} \frac{\partial^3 p}{\partial t \partial x^2} + (MH - C^2) \alpha \frac{\partial^4 (\rho_c - p_c / c_0^2)}{\partial t^2 \partial x^2} -$$

$$- (\rho_0 \alpha - \rho_{c0} m) M \frac{\partial^4 (\rho_c - p_c / c_0^2)}{\partial t^4} = 0 \quad (1.2)$$

$$c_{f,s} = \left[ \frac{1}{2} \frac{\rho_0 M - \alpha \rho_{c0} H / m - \alpha \rho_{c0} C}{\alpha \rho_0 \rho_{c0} / m - \rho_{c0}^2} + \right.$$

$$\left. + \left[ \frac{1}{4} \left( \frac{\rho_0 M - \alpha \rho_{c0} H / m - \alpha \rho_{c0} C}{\alpha \rho_0 \rho_{c0} / m - \rho_{c0}^2} \right)^2 - \frac{MH - C^2}{\alpha \rho_{c0} \rho_0 / m - \rho_{c0}^2} \right]^{1/2} \right]^{1/2}$$

Здесь  $c_{f,s}$  — скорости «быстрой» (знак плюс) и «медленной» (минус) волн. Отсюда из (1.2), используя замену  $\partial^2 / \partial x^2 = 1 / c_f^2 \partial^2 / \partial t^2$  в малых членах уравнения, получим эволюционное уравнение для «быстрой» волны

$$\frac{\partial^2 p_c}{\partial t^2} - c_f^2 \frac{\partial^2 p_c}{\partial x^2} + \frac{\nu \rho_{c0} \rho_0}{K_0 (\alpha \rho_{c0} \rho_0 / m - \rho_{c0}^2)} \times$$

$$\times \left( 1 - \frac{H / \rho}{c_f^2} \right) \left( \frac{c_f^2}{c_f^2 - c_s^2} \right) \frac{\partial p_c}{\partial t} - \frac{R_f}{c_0^2} \left( B \frac{\partial (\delta p_c)^2}{\partial t^2} + \frac{4 \nu^*}{3 \Phi_0} \frac{\partial^3 p_c}{\partial t^3} + \beta \frac{\partial^4 p_c}{\partial t^4} \right) = 0 \quad (1.3)$$

$$R_f = \frac{c_f^2}{c_f^2 - c_s^2} \left( \frac{(\alpha \rho_0 - m \rho_{c0}) M}{(\alpha \rho_{c0} \rho_0 / m - \rho_{c0}^2)} - \frac{\alpha (MH - C^2)}{c_f^2 (\alpha \rho_0 \rho_{c0} / m - \rho_{c0}^2)} \right)$$

Уравнение (1.3) отличается от уравнения Навье — Стокса — Буссинеска (НСБ) для пузырьковых систем [6, 7] дополнительным членом, отвечающим за вязкую диссипацию из-за продольного смещения пористого скелета и жидкости в волне. Существенное отличие волновой динамики в пористых средах от пузырьковых определяется наличием в (1.3) коэффициента  $R_f$ .

Аналогичным образом можно получить эволюционное уравнение для «медленной» волны. Без учета диссипативных потерь оно имеет вид

$$\frac{\partial^2 p_c}{\partial t^2} - c_s^2 \frac{\partial^2 p_c}{\partial x^2} - \frac{R_s}{c_0^2} \left( B \frac{\partial^2 (\delta p_c)^2}{dt^2} + \beta \frac{\partial^4 p_c}{\partial t^4} \right) = 0$$

$$R_s = \frac{c_s^2}{c_f^2 - c_s^2} \left( \frac{\alpha (MH - C^2)}{c_s^2 (\alpha \rho_0 \rho_{c0} / m - \rho_{c0}^2)} - \frac{(\alpha \rho_0 - m \rho_{c0}) M}{\alpha \rho_{c0} \rho_0 / m - \rho_{c0}^2} \right) \quad (1.4)$$

При пренебрежении диссипативными потерями в уравнении (1.3) получим уравнение, одним из решений которого являются солитоны [8]

$$\frac{U_c}{c_f} = \left( 1 + \frac{\gamma + 1}{3\gamma} \frac{\delta p_c}{p_0} R_f \right)^{1/2} \quad (1.5)$$

$$\delta c = \left[ \beta \left( 4 + \frac{12 p_0}{\delta p_c} \frac{\gamma}{\gamma + 1} \right) \right]^{1/2} \left( \frac{c_f}{c_0} \right)$$

Если в (1.3) не учитывать только вязкую диссипацию из-за продольного смещения жидкости и пористого скелета в волне, т. е. пренебречь членом  $\partial/\partial t$ , тогда получим решение в виде ударной волны [8], скорость которой

$$\frac{U}{c_f} = \left( 1 - \frac{\gamma + 1}{2\gamma} \frac{\delta p}{p_0} R_f \right)^{1/2} \quad (1.6)$$

При распространении волн давления в жидкости с пузырьками газа можно учесть в первом приближении тепловые потери, обусловленные теплообменом газа в пузырьках с окружающей жидкостью, путем введения эффективной тепловой вязкости [7]

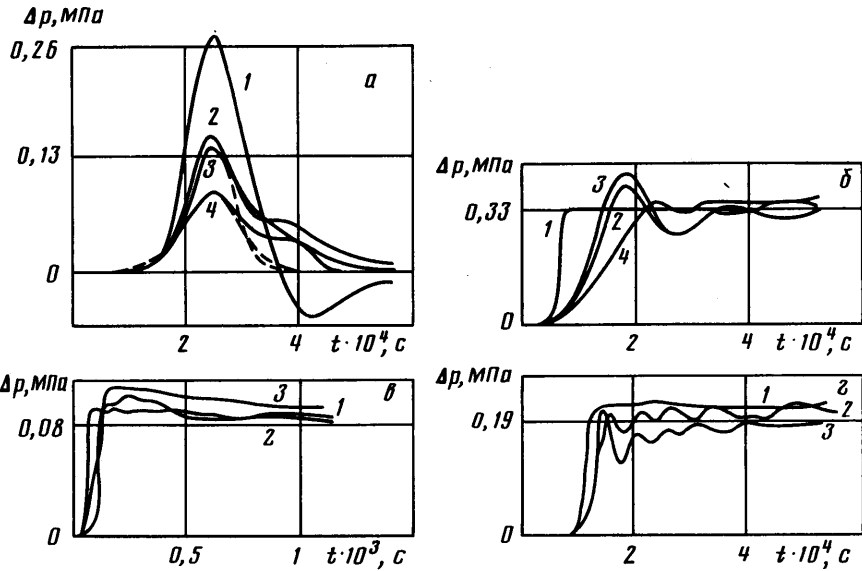
$$v_T = \frac{(\gamma - 1) R_0}{\sqrt{2} \varphi_0} \sqrt{\omega_p a_0} \quad (1.7)$$

где  $\omega_p = (3\gamma p_0 / \rho_2 R_0^2)^{1/2}$  — резонансная частота колебаний пузырьков,  $a_0$  — коэффициент температуропроводности газа. Учет тепловых потерь для насыщенных жидкостью с пузырьками газа пористых сред приведет к замене в уравнении (1.3)  $v^*$  на  $v' = v^* + v_T$ .

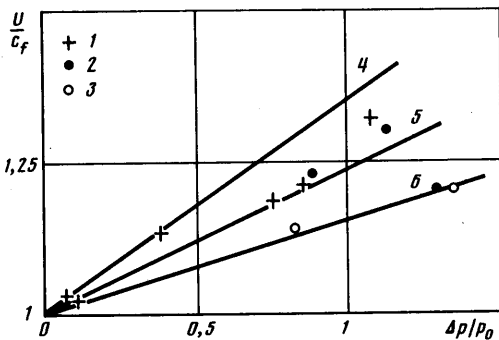
2. Опыты проводились на установке «ударная труба» [5]. Рабочий участок, представляющий собой вертикально расположенную толстостенную стальную трубу с внутренним диаметром 52 мм и длиной 0,5 м, заполнялся рабочей средой. В качестве рабочей среды использовалась хаотическая упаковка из оргстеклянных шариков диаметром около 2 мм, насыщенная жидкостью с пузырьками газа. Рабочие жидкости: вода; водоглицериновый раствор; газы: воздух, углекислый газ. При газосодержаниях  $\varphi_0 < 0,1$  газовые пузырьки занимают максимальные размеры пор и равны  $\sim 0,7$  размера шаров. Равномерность распределения пузырьков по длине пористой среды контролировалась по скорости распространения возмущений давления.

В опытах исследовалось распространение волн давления двух типов — ступенчатой и колоколообразной. Волны давления ступенчатой формы создавались в воздушной ударной трубе при разрыве диафрагмы, разделяющей камеру высокого и низкого давления. Волны давления колоколообразной формы создавались ударом медной пластины о жидкость при отталкивании от электромагнитной катушки. Регистрация профилей волн давления проводилась пьезоэлектрическими датчиками давления с диаметром чувствительного элемента 2 мм, расположенными по длине рабочего участка и заделанными заподлицо с его внутренней стенкой. Сигналы с датчиков через высокоомные усилители подавались на АЦП-10/1 и обрабатывались на ЭВМ «Электроника-60».

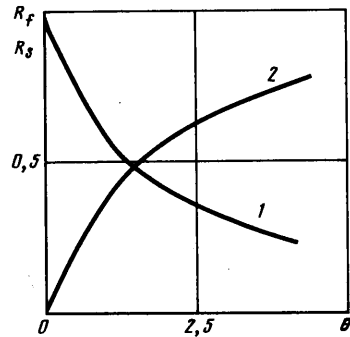
В результате проведенных опытов показано, что в пористой среде, насыщенной жидкостью с пузырьками газа, нелинейные и дисперсионные



Фиг. 1



Фиг. 2



Фиг. 3

эффекты существенно влияют на распространение волн. На фиг. 1, а представлена эволюция волны давления колоколообразной формы в насыпной пористой среде, насыщенной водой с пузырьками воздуха (сплошная кривая). Параметры пористой среды  $K_1=5,8 \cdot 10^9$  Н/м<sup>2</sup>,  $K_B=3 \cdot 10^6$  Н/м<sup>2</sup>,  $m=-0,39$ ,  $K_0=3,5 \cdot 10^{-9}$  м<sup>2</sup>,  $\alpha=1$ ,  $\rho_1=1,18 \cdot 10^3$  кг/м<sup>3</sup> были одинаковы для всех приведенных опытов. Параметры насыщающей среды:  $p_0=4 \cdot 10^5$  Н/м<sup>2</sup>,  $\Phi_0=1,2\%$ ,  $R_0=0,44$  мм,  $a_0=2,2 \cdot 10^{-5}$  м<sup>2</sup>/с, 1—0, 2—0,1, 3—0,2, 4—0,3 м. Видно, что из начального сигнала уже на расстоянии 0,2 м происходит выделение «быстрой» уединенной волны — солитона. По мере эволюции амплитуда его затухает, а ширина увеличивается. Форма уединенной волны хорошо соответствует форме солитона той же интенсивности, рассчитанного по уравнению (1.3) (фиг. 1, а, штриховая кривая). Скорость экспериментального солитона  $U=376$  м/с совпадает с рассчитанным по (1.5) значением скорости  $U_c=373$  м/с.

На фиг. 1, б, в, г представлены эволюции «быстрых» волн давления ступенчатой формы в пористой среде, насыщенной жидкостью с пузырьками газа, для различных вязкостей жидкостей и температуропроводностей газа в пузырьках с целью выяснения основных механизмов затухания

волн. На фиг. 1, б дана эволюция «быстрой» волны давления в пористой среде, насыщенной водой с пузырьками воздуха:  $p_0=3 \cdot 10^5$  Н/м<sup>2</sup>,  $\varphi_0=1,6\%$ ,  $R_0=0,5$  мм, 1—0, 2—0,1, 3—0,2, 4—0,3 м. Видно, что волна в среде имеет осциллирующую структуру, обусловленную колебаниями пузырьков и слабой диссипацией в волне. По мере распространения происходит сглаживание осцилляций и на расстоянии 0,3 м структура волны имеет монотонный характер.

На фиг. 1, в насыщающая среду жидкость — водоглицериновый раствор вязкостью  $\nu=2,96 \cdot 10^{-6}$  м<sup>2</sup>/с с пузырьками воздуха,  $p_0=3 \cdot 10^5$  Н/м<sup>2</sup>,  $\varphi_0=0,77\%$ ,  $R_0=0,5$  мм, 1—0, 2—0,1, 3—0,2 м. Увеличение вязкости жидкости привело к образованию монотонного профиля волны сразу по всей длине рабочего участка и развитых осциллирующих структур в опытах не наблюдалось. Таким образом, вязкая диссипация существенно влияет на затухание волн.

При заполнении водоглицеринового раствора пузырьками менее теплопроводного газа СО<sub>2</sub> волна имеет хорошо развитую осциллирующую структуру (фиг. 1, г):  $p_0=3 \cdot 10^5$  Н/м<sup>2</sup>,  $\varphi_0=0,47\%$ ,  $R_0=0,5$  мм,  $a_0=10^{-5}$  м<sup>2</sup>/с, 1—0, 2—0,1, 3—0,2 м. Следовательно, теплообмен газа в пузырьках с окружающей жидкостью также оказывает существенное влияние на структуру волны. Оценки тепловой  $\nu_T$  и гидродинамической  $\nu^*$  вязкости для условий проведения опытов (хорошо проницаемые пористые среды) показывают, что  $\nu^* \ll \nu_T$ . Это означает, что вязкая диссипация из-за радиального смещения жидкости около осциллирующих пузырьков мала. Следовательно, структура и затухание «быстрой» волны давления в хорошо проницаемых пористых средах определяется совместным влиянием тепловых потерь и диссипацией из-за продольного смещения жидкости и пористого скелета в волне.

На фиг. 2 представлены опытные данные по зависимости скорости «быстрой» волны ступенчатого профиля от ее интенсивности для разных значений  $R_f$ . Кривая 1— $R_f=0,9-0,95$ ,  $p_0=(3-4) \cdot 10^5$  Н/м<sup>2</sup>,  $R_0=0,44-0,5$  мм; кривая 2— $R_f=0,56-0,63$ ,  $p_0=1,5 \cdot 10^5$  Н/м<sup>2</sup>,  $R_0=0,6$  мм; кривая 3— $R_f=0,38$ ,  $p_0=1 \cdot 10^5$  Н/м<sup>2</sup>,  $R_0=0,7$  мм.

Расчетные зависимости 4—6 по скорости ударной волны (1.6) удовлетворительно описывают опытные данные (4— $R_f=0,93$ , 5—0,6; 6—0,38). Наибольшее отклонение экспериментальных значений наблюдается при  $R_f \sim 1$ . Это обусловлено тем, что при таких значениях  $R_f$  в опытах радиус пузырьков минимален ( $R_0 \sim 0,5$  мм) и время тепловой релаксации газа в пузырьках  $\tau_p = \lambda a_0^2 / R_0^2$  сравнимо с характерным временем волны, и при этом поведение газа в пузырьках отличается от адиабатического.

Расчетные зависимости коэффициентов  $R_f$  (кривая 1) и  $R_0$  (кривая 2) представлены на фиг. 3, где  $\theta = (K_B + \frac{1}{3}\mu) / K_0$ . При  $\theta \ll 1$  коэффициент  $R_f \sim 1$  и скорость и структура «быстрой» волны определяются в основном параметрами газожидкостной смеси. При увеличении  $\theta$  коэффициент  $R_f$  уменьшается, что приводит к уменьшению дисперсных и нелинейных членов в (1.3) и динамика «быстрой» волны определяется вязкой диссипацией из-за продольного смещения жидкости и скелета в волне. В то же время рост коэффициента  $R_0$  дает увеличение влияния диссипации и нелинейности на «медленную» волну, что может привести к образованию «медленных» солитонов и ударных волн.

#### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Biot M. A. Theory of propagation of elastic waves in a fluid-saturated porous solid. I—II // J. Acoust. Soc. Amer. 1956. V. 28. № 2. P. 168—191.
2. Plona T. J. Observation of a second bulk compressional wave in a porous medium at ultrasonics frequencies // Appl. Phys. Lett. 1980. V. 36. № 4. P. 259—261.

3. *Донцов В. Е., Кузнецов В. В., Накоряков В. Е.* Распространение волн давления в пористой среде, насыщенной жидкостью // ПМТФ. 1988. № 1. С. 120–130.
4. *Bedford A., Stern M.* A model for propagation in gassy sediments // J. Acoust. Soc. Amer. 1983. V. 73. № 2. P. 409–417.
5. *Донцов В. Е., Кузнецов В. В., Накоряков В. Е.* Волны давления в пористой среде, насыщенной жидкостью с пузырьками газа // Изв. АН СССР. МЖГ. 1987. № 4. С. 85–92.
6. *Накоряков В. Е., Соболев В. В., Шрейбер И. Р.* Длинноволновые возмущения в газожидкостной смеси // Изв. АН СССР. МЖГ. 1972. № 5. С. 71–76.
7. *Кутателадзе С. С., Накоряков В. Е.* Тепломассообмен и волны в газожидкостных системах. Новосибирск: Наука, 1984. 301 с.
8. *Накоряков В. Е., Шрейбер И. Р., Гасенко В. Г.* Волны умеренной интенсивности в жидкости с пузырьками газа // Волновые процессы в двухфазных средах. Новосибирск, 1980. С. 5–19.

Новосибирск

Поступила в редакцию  
5.IX.1990