

УДК 532.529+532.526.2

© 1992 г.

Е. С. АСМОЛОВ

О ДВИЖЕНИИ ДИСПЕРСНОЙ ПРИМЕСИ В ЛАМИНАРНОМ ПОГРАНИЧНОМ СЛОЕ НА ПЛОСКОЙ ПЛАСТИНЕ

Исследуется движение малой дисперсной примеси в пограничном слое с учетом действия на частицы помимо силы Стокса дополнительной поперечной силы, возникающей вследствие поперечной неоднородности обтекания отдельной частицы.

В отличие от работ [1-3], где использовались предельные значения поперечной силы (силы Сафмана) [4], скорость и плотность дисперсной примеси определялись с учетом зависимости силы Сафмана от соотношения чисел Рейнольдса, вычисляемых соответственно по скорости обтекания отдельной частицы и величины поперечного градиента скорости невозмущенного примесью потока [5, 6].

1. Рассмотрим движение дисперсной примеси, состоящей из частиц одинакового радиуса a , с массовой плотностью $\rho_s = n_s 4\pi a^3 \rho_i / 3$, где n_s — числовая плотность частиц, ρ_i — массовая плотность их вещества, малой по сравнению с плотностью газа ρ в ламинарном пограничном слое. В качестве одного из характерных продольных масштабов течения дисперсной смеси в пограничном слое можно принять масштаб L_0 релаксации продольной скорости частиц u_s , $L_0 = 2a^2 \rho_i U_\infty / (9\mu)$ [1, 7], где U_∞ — скорость набегающего на пластину потока газозвеси, μ — вязкость газа. Соответствующее этому масштабу число Рейнольдса

$$Re_0 = \frac{\rho U_\infty L_0}{\mu} = \frac{2R_0^2}{9\tau}, \quad R_0 = \frac{\rho U_\infty a}{\mu}, \quad \tau = \frac{\rho}{\rho_i} \quad (1.1)$$

предполагается обычно асимптотически большим параметром, что позволяет решать уравнения движения дисперсной смеси в приближении пограничного слоя. Здесь и далее числа Рейнольдса, характеризующие продольные масштабы течения дисперсной смеси в пограничном слое, обозначаются Re , а характеризующие обтекание частиц — R .

Из равенства (1.1) нетрудно видеть, что условие $Re_0 \gg 1$ должно быть связано с предположением об асимптотически большой величине по крайней мере одного из параметров: R_0 или τ^{-1} . Поскольку при движении частиц в газе $\tau = 10^{-3} - 10^{-4}$, ниже подробно рассматриваются два случая: 1) $\tau \ll 1$, $R_0 \sim 1$, 2) $\tau \ll 1$, $R_0 \gg 1$.

В ламинарном пограничном слое частица обтекается неоднородным в поперечном направлении потоком. Вследствие этого помимо силы Стокса на нее действует дополнительная поперечная сила, величина которой различается в зависимости от скорости обтекания $u - u_s$ и поперечного градиента скорости газа в пограничном слое $\partial u / \partial y$. В случае, когда характеризующие указанные величины числа Рейнольдса R_v и R_k малы

$$R_v = \frac{\rho a |u - u_s|}{\mu} \ll 1, \quad R_k = \frac{\rho a^2}{\mu} \frac{\partial u}{\partial y} \ll 1 \quad (1.2)$$

поперечная сила определялась для предельного соотношения параметров $R_v / R_k^{1/2} \ll 1$ [4] и произвольного соотношения R_v и $R_k^{1/2}$ и в зависимости от

расстояния между частицей и поверхностью плоской пластины [5, 6]. Величина указанной силы (силы Сэффмана) определяется выражением

$$F_{sy} = c_F(\alpha, Y) R_k^{1/2} \mu a (u - u_s) \quad (1.3)$$

$$\alpha = \frac{R_0}{R_k^{1/2}} = \left(\frac{\mu}{\rho} \frac{\partial u}{\partial y} \right)^{-1/2} |u - u_s|, \quad Y = \frac{y}{\delta_1}, \quad \delta_1 = \frac{a}{R_k^{1/2}}$$

Зависимости коэффициента поперечной силы $c_F(\alpha, Y) = O(1)$ получены в [5, 6] методом срачиваемых асимптотических разложений. При этом масштаб $\delta_1 \gg a$, представляющий собой характерный размер области, в которой решались уравнения движения газа около частицы, при любом продольном масштабе пограничного слоя L мал по сравнению с его толщиной δ , $\delta_1 = (\rho/\mu \partial u/\partial y)^{-1/2} \sim L \text{Re}_L^{-1/2} \ll \delta \sim L \text{Re}_L^{-1/2}$. По этой причине влияние поверхности пластины на величину силы Сэффмана сказывается лишь на расстояниях от частицы до пластины порядка δ_1 , а при рассмотрении движения дисперсной примеси в основной части пограничного слоя с поперечным масштабом δ можно использовать значения коэффициента поперечной силы, соответствующие обтеканию частицы неограниченным сдвиговым потоком $c(\alpha) = c_F(\alpha, Y \rightarrow \infty)$. Полученная численно в [6] зависимость $c(\alpha)$ с относительной точностью $\beta = 2\%$ описывается эмпирическим соотношением

$$c(\alpha) = 6,46(1 + 0,581\alpha^2 - 0,439\alpha^3 + 0,203\alpha^4)^{-1} \quad (1.4)$$

Коэффициент $c(\alpha)$ достигает своего максимального значения при $\alpha = 0$, $c(0) = 6,46$ [4], а при $\alpha \rightarrow \infty$ он стремится к нулю быстрее, чем α^{-2} (в эмпирической формуле (1.4) $c(\alpha) \sim \alpha^{-4}$, $\alpha \rightarrow \infty$). Необходимо также отметить, что $c(\alpha)$ положителен при всех значениях α . Из этого следует, что сила F_{sy} отрицательна, т. е. направлена к поверхности пластины, поскольку отрицательна скорость обтекания $u - u_s$. По мере приближения частицы к поверхности пластины на расстояния порядка δ_1 , коэффициент $c_F(\alpha, Y)$ уменьшается, а затем меняет знак. Поэтому можно ожидать, что частицы не достигают поверхности, как это следует из результатов [2, 3], где не учитывалась зависимость c_F от α и Y и использовалось значение $c(0)$, а скапливаются в тонком пристеночном слое толщиной порядка δ_1 .

При рассмотрении движения газозвеси интерес, очевидно, представляет прежде всего нахождение распределения скорости и плотности частиц на продольном масштабе L_1 , таком, что поперечная скорость частиц v_s в результате действия силы Сэффмана на свою величину отличается от скорости газа v . Необходимым условием использования выражений (1.3), (1.4) для величины поперечной силы F_{sy} является условие малости чисел Рейнольдса R_0 и R_k на масштабе L_1 . Это, в частности, означает, что масштаб L_1 должен быть велик по сравнению с масштабом релаксации продольной скорости частиц L_0 , поскольку скорость обтекания $u - u_s$ на масштабе L_0 сравнима с U_∞ , а следовательно, $R_0 \sim R_0 \gg 1$.

2. Запишем безразмерные уравнения импульса для дисперсной примеси в рамках двухконтинуальной модели [8] в виде (движение газа вследствие малости массовой доли примеси описывается известными уравнениями Прандтля)

$$u_s \frac{\partial u_s}{\partial x} + v_s \frac{\partial u_s}{\partial y} = \frac{9}{2} (u - u_s) \frac{\tau \text{Re}_1}{R_0^2} \quad (2.1)$$

$$u_s \frac{\partial v_s}{\partial x} + v_s \frac{\partial v_s}{\partial y} = \frac{9}{2} (v - v_s) \frac{\tau \text{Re}_1}{R_0^2} + \frac{3}{4\pi} c(\alpha) (u - u_s) \frac{\tau \text{Re}_1^{3/4}}{R_0} \left(\frac{\partial u}{\partial y} \right)^{1/2}$$

Здесь пространственные координаты x и y безразмерны, как обычно в приближении пограничного слоя, соответственно на L_1 и $L_1 \text{Re}_1^{-1/2}$, продольные скорости u, u_s — на U_∞ , поперечные v, v_s — на $U_\infty \text{Re}_1^{-1/2}$.

Поскольку $\text{Re}_1 \gg \text{Re}_0 \sim \tau^{-1} R_0^2$, безразмерные коэффициенты при первых членах в правых частях уравнений (2.1), соответствующих продольной и поперечной силам Стокса асимптотически велики, $\varepsilon^{-1} = \tau \text{Re}_1 R_0^{-2} \gg 1$. Это означает, что решением первого уравнения в главном приближении является $u_s^{(0)} = u$, т. е. в продольном направлении частицы «вморожены» в газ.

Безразмерный параметр $\tau \text{Re}_1^{3/4} R_0^{-1}$ при втором члене в правой части второго уравнения (2.1), соответствующем силе Сафмана, в обоих рассматриваемых здесь случаях, как легко видеть, асимптотически велик по сравнению с ε^{-1} . В случае, когда он является величиной $O(\varepsilon^{-2})$, для определения поперечной скорости частиц v_s в главном приближении требуется знание скорости u_s не только в главном, но и в следующем приближении по ε , $(v - v_s) \sim \varepsilon^{-1} \varepsilon u_s^{(1)} \sim 1$. Указанное условие $\tau \text{Re}_1^{3/4} R_0^{-1} \sim \varepsilon^{-2} \sim \tau^2 \text{Re}_1^2 R_0^{-4}$ выполняется, если $\text{Re}_1 \sim \tau^{-1/3} R_0^4$. Примем $\text{Re}_1 = D \tau^{-1/3} R_0^4$, где $D = O(1)$ — численный коэффициент, величина которого определяется ниже.

Для чисел R_0 и R_k с учетом (1.2) на масштабе L_1 можно получить следующие оценки:

$$R_0 = (u - u_s) R_0 \sim \frac{R_0^3}{\tau \text{Re}_1} \sim \frac{\tau^{1/3}}{R_0}, \quad R_k \sim \frac{R_0^2}{\text{Re}_1^{1/2}} \sim \tau^{2/3} \quad (2.2)$$

Можно видеть, что для рассматриваемых здесь случаев 1) и 2) выполняются оба условия (1.2) асимптотической малости чисел R_0 и R_k . Необходимо также отметить, что условиями применимости выражений (1.3), (1.4) для силы F_{sy} являются не только условия (1.2), но также и малость массовой плотности частиц, $\rho_s/\rho \ll 1$.

Действительно, коэффициент силы c_F рассчитан для случая взаимодействия отдельной частицы со сдвиговым потоком. Между тем среднее расстояние между частицами при сравнимых массовых плотностях конденсированной фазы и газа составит величину

$$d \sim n_s^{-1/3} \sim (\rho_s/\rho_1 a^3)^{-1/3} \sim \tau^{-1/3} a$$

что сравнимо с масштабом δ_1 области, в которой рассматривалось движение газа при определении силы F_{sy} , $\delta_1 \sim L_1 \text{Re}_1^{-3/4} \sim a \text{Re}_1^{1/4} R_0^{-1} \sim \tau^{-1/4} a$. Таким образом, описание течения дисперсной среды с массовой долей частиц $O(1)$ требует решения задачи о взаимодействии частиц в сдвиговом потоке, находящихся на расстоянии порядка δ_1 друг от друга.

3. Параметр α , от которого зависит коэффициент поперечной силы c , представим в виде

$$\alpha = (u - u_s) \text{Re}_1^{1/4} (\partial u / \partial y)^{-1/2} \quad (3.1)$$

Выражая с учетом (3.1) и равенства $u_s^{(0)} = u$ в уравнениях (2.1) скорость обтекания $u - u_s$ через α и отбрасывая внепорядковые члены, будем иметь в главном приближении

$$u \frac{\partial u}{\partial x} + v_s \frac{\partial u}{\partial y} = -\frac{9}{2} D^{3/4} \alpha R_0 \left(\frac{\partial u}{\partial y} \right)^{3/2} \quad (3.2)$$

$$v - v_s - \frac{c(\alpha)}{6\pi} \alpha \left(\frac{\partial u}{\partial y} \right) R_0 = 0$$

В полученных уравнениях перейдем к переменным Блазиуса $x, \eta = y/\sqrt{x}$, исключим v_s , а коэффициент D определим следующим образом:

$$D^{3/2} = c(0) [f''(0)]^{1/2} (27\pi)^{-1}$$

$$u = f', \quad v = (\eta f' - f) (2\sqrt{x})^{-1}, \quad f''(0) = 0,332$$

Здесь $f(\eta)$ — известная функция Блазиуса [9]. В результате получим для параметра α уравнение

$$[c(0)x^{1/2}g^{-3/2} - c(\alpha)] R_0 \alpha f'' - 3\pi f = 0 \quad (3.3)$$

$$g(\eta) = f''(\eta)/f''(0)$$

Как видно из полученного уравнения, на масштабе L_1 распределение параметра $\alpha(x, \eta)$ и выражающаяся через него скорость v_s определяются в каждой точке пограничного слоя локальными значениями параметров невозмущенного потока газа.

В случае 1) $R_0 \sim 1, \tau \ll 1$ все члены, входящие в уравнение (3.3), являются величинами $O(1)$. Определим сначала предельные распределения $\alpha(\eta), v_s(\eta)$ при $x \rightarrow \infty$ и $x \rightarrow 0$. Для $x \rightarrow \infty$ параметр α , как следует из (3.3), убывает пропорционально $x^{-3/2}$, а коэффициент $c(\alpha)$ стремится к своему предельному значению $c(0)$. По этой причине член, соответствующий силе Сэфмана во втором уравнении (3.2) $c(\alpha)\alpha du/dy \sim x^{-3/2}$, убывает быстрее, чем поперечная сила Стокса: $v \sim x^{-1/2}$. В результате для значений $x \rightarrow \infty$ имеем $v_s = v$. Таким образом, равенство продольной и поперечной скоростей фаз достигается на расстоянии от края пластины, большом по сравнению с масштабом L_1 .

Для предельных значений координаты $x \rightarrow 0$ влияние силы Сэфмана на распределение поперечной скорости v_s также несущественно. Действительно, поскольку коэффициент $c(\alpha)$ при больших значениях α убывает быстрее, чем α^{-2} , $c(\alpha) = o(\alpha^{-2})$, при $x \rightarrow 0$ второй член в квадратных скобках в уравнении (3.3) мал по сравнению с первым и поэтому решение (3.3) в этом случае записывается в виде

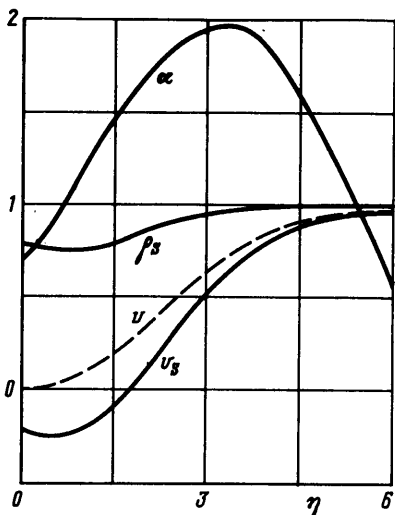
$$\alpha = 3\pi f [c(0) R_0 f'']^{-1} x^{-3/2} g^{3/2}, \quad c(\alpha) = o(x^{3/2}), \quad x \rightarrow 0$$

В результате, несмотря на большую скорость обтекания частиц, пропорциональную α , член в правой части второго уравнения (3.2), соответствующий силе Сэфмана, стремится к нулю при $x \rightarrow 0$

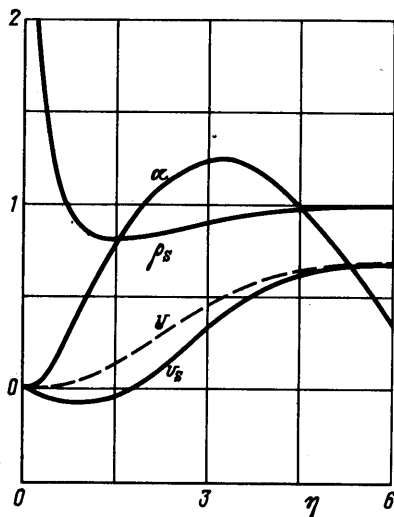
$$R_0 c(\alpha) \alpha (du/dy) (6\pi)^{-1} = o(x^{3/2}) x^{-3/2} x^{-1/2} = o(x^{1/2})$$

в то время как поперечная сила Стокса возрастает, так как поперечная скорость газа $v = O(x^{-1/2})$. Таким образом, при $x \rightarrow 0$ также имеем $v_s = v$.

Для значений $x \sim 1$ уравнение (3.3) с зависимостью $c(\alpha)$ в виде (1.4) решалось численно. Результаты расчета параметра α для $R_0 = 3$ и значений координат $x = 0,8$ и $x = 1,5$ приведены соответственно на фиг. 1 и 2. На них нанесены также зависимости поперечной скорости частиц $v_s(\eta)$, вычисленные с учетом (3.2) (штриховой линией для сравнения обозначена зависимость поперечной скорости газа $v(\eta)$ в пограничном слое). Распределения $\alpha(\eta), v_s(\eta)$ качественным образом различаются для $x < 1$ и $x > 1$ вблизи поверхности пластины. При $x < 1$ с учетом равенства $f =$



Фиг. 1



Фиг. 2

$=f''(0)\eta^2/2$, $\eta \rightarrow 0$, уравнение (3.3) можно переписать у поверхности пластины в виде

$$c(\alpha_0) = c(0)x^{3/4}, \quad \eta \rightarrow 0 \quad (3.4)$$

что дает отличные от нуля предельные значения для α_0 . Из этого с учетом (3.2) следует, что при $x < 1$ частицы приближаются к поверхности пластины с конечной скоростью v_{s0} . Торможение их происходит в тонком пристеночном слое толщиной δ_1 , где, как указывалось выше, коэффициент поперечной силы $c_F(\alpha, Y)$ уменьшается, а затем становится отрицательным по мере приближения частицы к поверхности.

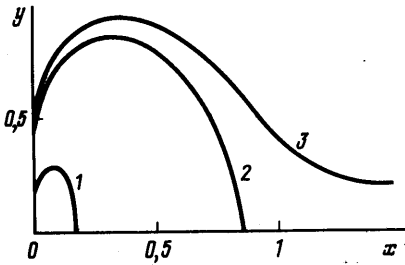
Для значений $x > 1$ выражение в квадратных скобках в уравнении (3.3) всегда положительно и поэтому α и v_s при $\eta \rightarrow 0$ пропорциональны η^2

$$\alpha = \frac{3\lambda\eta^2}{c(0)(x^{3/4}-1)R_0}, \quad v_s = \frac{f''(0)(x^{3/4}-2)\eta^2}{4(x^{3/4}-1)x^{1/4}}, \quad \eta \rightarrow 0$$

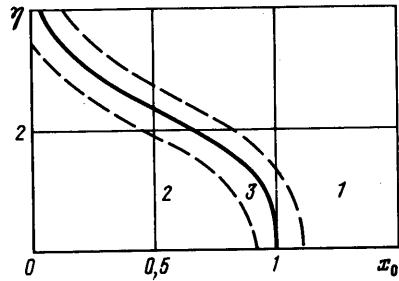
Из последней формулы следует, что при $x < 2^{4/3}$ вблизи поверхности пластины имеется область, где $v_s < 0$, а при $x > 2^{4/3}$ имеем $v_s > 0$ для всех значений $\eta > 0$. Полученные распределения $v_s(\eta)$ качественно совпадают с приведенными в [3] результатами расчетов течения дисперсной смеси на масштабе L_0 .

Распределение плотности частиц $\rho_s(\eta)$, обезразмеренное на ее величину в невозмущенном потоке дисперсной смеси $\rho_{s\infty}$, определялось из условия сохранения массового расхода частиц в элементарной трубке тока дисперсной фазы, т. е. использовался тот факт, что для двух близких траекторий частиц является инвариантом произведение расстояния между траекториями, плотности и касательной к траектории скорости дисперсной фазы. Для того чтобы определить значение указанного инварианта, необходимо продолжить траектории частиц в область значений x, η , где величина плотности частиц известна (условие срачивания).

Характерные траектории частиц приведены на фиг. 3. Можно видеть, что в рассматриваемую область $x, \eta \sim 1$ попадают частицы (траектории 2, 3), которые при $x \rightarrow 0$ находились на внешней границе пограничного слоя $\eta \rightarrow \infty$, где, как следует из решения уравнения (3.3), скорости фаз равны



Фиг. 3



Фиг. 4

и, следовательно, плотность частиц равна ее значению в невозмущенном потоке: $\rho_s(x \rightarrow 0, \eta \rightarrow \infty) = 1$. Частицы, траектории которых проходят через область, где разность продольных скоростей фаз конечна (траектория 1) и плотность дисперсной фазы в силу этого отлична от невозмущенной, не попадают в рассматриваемую область, а вследствие действия силы Сэффмана оказываются в тонком пристеночном слое толщиной порядка δ_1 . Таким образом, для определения плотности ρ_s на масштабе L_1 нет необходимости учитывать предельное распределение плотности ρ_s , найденное из рассмотрения течения дисперсной смеси на масштабе релаксации продольной скорости частиц L_0 [7].

Результаты расчета $\rho_s(\eta)$ приведены на фиг. 1, 2. Можно видеть, что отмеченные выше качественные различия в распределениях $\alpha(\eta)$, $v_s(\eta)$ вблизи поверхности пластины для значений $x < 1$ и $x > 1$ приводят и к различиям в распределении плотности: при $x < 1$ частицы приближаются к поверхности пластины с конечной скоростью (траектория 2), поэтому конечно и значение плотности. При $x > 1$ также имеется область, где поперечная скорость частиц отрицательна. Тем не менее приближающиеся к поверхности пластины частицы (траектория 3) не достигают ее, поскольку $v_s \rightarrow 0, \eta \rightarrow 0$, что приводит к появлению неинтегрируемой особенности плотности $\rho_s \sim \eta^{-1}$. При этом необходимо иметь в виду, что найденное распределение нарушается для значений η таких, что $\rho_s \sim \eta^{-1} = O(1)$, поскольку в этом случае, как указывалось выше, следует учитывать взаимное влияние частиц в сдвиговом потоке.

4. В случае 2) $R_0 \gg 1, \tau \ll 1$ уравнения (3.2), (3.3) содержат асимптотически большой параметр R_0 , поэтому величина α в главном приближении по R_0^{-1} определяется из условия равенства нулю первого члена в уравнении (3.3)

$$[c(0)x^{\frac{3}{2}}g^{-\frac{3}{2}} - c(\alpha^{(0)})]\alpha^{(0)} = 0 \quad (4.1)$$

Возможны, очевидно, два решения уравнения (4.1): $\alpha^{(0)} = \alpha_1 = 0$ и $\alpha^{(0)} = \alpha_2$, где α_2 — значение α , при котором равен нулю член в квадратных скобках, т. е. α_2 определяется из уравнения

$$c(\alpha_2) = c(0)x^{\frac{3}{2}}g^{-\frac{3}{2}} \quad (4.2)$$

Решение $\alpha^{(0)} = 0$ может реализовываться в пограничном слое только справа от кривой $x_0(\eta) = g^2(\eta)$ (область 1 на фиг. 4), а решение $\alpha^{(0)} = \alpha_2$ — слева от нее (область 2). Действительно, поскольку максимальное значение коэффициента силы $c = 6,46$ достигается при $\alpha = 0$ и функция $g(\eta) = f'(\eta)/f''(0) \leq 1$, уравнение (4.2) имеет решение лишь при $x < x_0(\eta)$. Соответственно решение $\alpha^{(0)} = 0$ не может реализовываться в области 2, так как в этом случае член в квадратных скобках в уравнении (3.3) отрицателен. По этой причине для $\alpha^{(0)} = 0, x < x_0$ не существует решения (3.3) в следующем приближении по R_0^{-1} .

Значение $\alpha^{(1)} \sim R_0^{-1}$ в области 1 в первом приближении по R_0^{-1} можно определить, заменяя в (3.3) коэффициент $c(\alpha)$ на значение $c(\alpha^{(0)}) = c(0)$

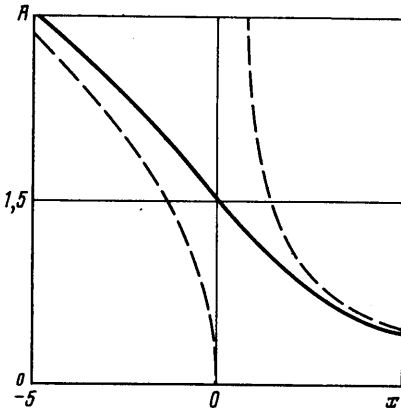
$$\alpha^{(1)} = 3\pi f [R_0 f'' c(0) (x^3 g^{-3/2} - 1)]^{-1}, \quad x > x_0(\eta) \quad (4.3)$$

В малой окрестности кривой $x_0(\eta)$, $|x - x_0| \sim R_0^\lambda$, $\lambda < 0$ (область 3), разделяющей области 1 и 2, неверны оба полученных решения, поскольку

оба сомножителя в уравнении (3.3) в этой области асимптотически малы: $\alpha \sim R_0^\nu$, $\nu < 0$. Значения показателей степеней λ и ν можно определить, разлагая коэффициент $c(\alpha)$ в ряд Тейлора вблизи $\alpha = 0$ и приравнявая порядки величин всех членов в (3.3). В результате с учетом $c'(0) = 0$ [6] получим $\lambda = -2/3$, $\nu = -1/3$. Уравнение (3.3), переписанное для переменных $A = R_0^{1/3} \alpha$, $X = R_0^{2/3} [x - x_0(\eta)]$, будет иметь вид

$$[3c(0) X g^{-2} - 2c''(0) A^2] A f'' - 12\pi f = 0 \quad (4.4)$$

Результаты численного решения кубического уравнения (4.4), описывающего распределение параметра A в области 3 при $\eta = 0,8$ представлены на



Фиг. 5

Фиг. 5. Можно видеть, что при $X \rightarrow -\infty$ и $X \rightarrow +\infty$ решение сращивается с внутренними пределами распределений α в областях 1 и 2 (штриховые кривые), найденными в результате замены переменных α , x в формулах (4.2), (4.3) на A , X .

Поперечная скорость частиц $v_s(\eta)$, как следует из второго уравнения (3.2), с учетом приведенных оценок параметра α является величиной соответственно $O(R_0)$ и $O(R_0^{2/3})$ в областях 2 и 3. При этом, несмотря на то что первоначальная оценка v_s не выполняется, в этих областях так же, как и в области 1, где $v_s = O(1)$, отброшенные при выводе (3.2) и (3.3) члены уравнений (2.1) асимптотически малы по сравнению с сохраненными. Таким образом, при $R_0 \gg 1$ по мере приближения частиц к линии $x = x_0(\eta)$ имеет место ускорение их поперечного движения до скорости, асимптотически больших по сравнению со скоростью газа $v = O(1)$. Данный вывод может быть объяснен следующим образом. В области 3 при $\alpha \rightarrow 0$, $c \rightarrow c(0)$, $v_s \sim 1$ нельзя достичь равновесия сил Стокса и Сэффмана, так как увеличение поперечной силы Стокса вследствие увеличения скорости v_s приводит, как следует из первого уравнения (3.2), к пропорциональному увеличению параметра α и, следовательно, силы Сэффмана. Равенство сил может быть достигнуто только вследствие ускорения частиц до скорости v_s такой, при которой происходит уменьшение коэффициента поперечной силы до значения $c(\alpha_2)$.

В этой связи необходимо отметить, что если для описания течения дисперсной смеси на масштабе L_1 использовать вместо зависимости $c(\alpha)$ в виде (1.4) предельное значение $c(0)$ [2, 3], в обоих рассматриваемых здесь случаях 1) и 2) слева от кривой $x = x_0(\eta)$ не может установиться равенство поперечных сил, так как при этом не существует решение уравнения (3.3). Оценки порядков величин в исходных уравнениях (2.1) показывают, что при использовании $c = c(0)$ в области $x < x_0(\eta)$ нарушается предположение о продольной «вмороженности» частиц и скорость u_s на свою величину будет отличаться от скорости газа u , а поперечная скорость v_s должна иметь порядок такой, при котором конвективный член $v_s \partial v_s / \partial y$ в левой части второго уравнения (2.1) будет сравним с его правой частью: соответственно $v_s \sim \tau^{-1/2}$ в случае 1) и $v_s \sim R_0^2 \tau^{-1/2}$ в случае 2).

Как видно на фиг. 4, кривая $x=x_0(\eta)$ имеет асимптоту $x=0$ при $\eta \rightarrow \infty$. По этой причине отмеченное неравенство скоростей фаз при использовании зависимости $c=c(0)$ должно иметь место и на внешней границе пограничного слоя при $x \rightarrow 0$. Таким образом, процедура сращивания с решением на масштабе L_0 также будет отличаться от рассмотренной выше. Указанной причиной объясняется, по-видимому, качественное отличие результатов [2] от приведенного на фиг. 2 распределения плотности частиц, которое имеет неинтегрируемую особенность ρ_s при $\eta \rightarrow 0$, $x > 1$.

В заключение автор выражает благодарность М. Н. Когану, Н. К. Макашеву, А. Ю. Борису за полезные обсуждения результатов работы.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Otterman B., Lee S.-L.* Particulate velocity and concentration profiles for laminar flow of a suspension over a flat plate // Proc. 1970 Heat Transfer and Fluid Mechanics Inst. Stanford. Calif., 1970. P. 311–322.
2. *Осипцов А. Н.* Движение запыленного газа в начальном участке плоского канала и круглой трубы // Изв. АН СССР. МЖГ. 1988. № 6. С. 80–87.
3. *Наумов В. А.* Расчет ламинарного пограничного слоя на пластине с учетом подъемных сил, действующих на дисперсную примесь // Изв. АН СССР. МЖГ. 1988. № 6. С. 171–173.
4. *Saffman P. G.* The lift on a small sphere in a slow-shear flow // J. Fluid Mech. 1965. V. 22. Pt 2. P. 385–400; Corrigendum // J. Fluid Mech. 1968. V. 31. Pt 3. P. 624.
5. *Асмолов Е. С.* О поперечной силе, действующей на сферическую частицу в ламинарном пограничном слое // Изв. АН СССР. МЖГ. 1989. № 5. С. 66–71.
6. *Асмолов Е. С.* О динамике сферической частицы в ламинарном пограничном слое // Изв. АН СССР. МЖГ. 1990. № 6. С. 91–96.
7. *Осипцов А. Н.* О структуре ламинарного пограничного слоя дисперсной смеси на плоской пластине // Изв. АН СССР. МЖГ. 1980. № 4. С. 48–54.
8. *Марбл Ф. Е.* Динамика запыленных газов // Механика: Период. сб. перев. иностр. ст. 1971. № 6. С. 48–89.
9. *Шлихтинг Г.* Теория пограничного слоя. М.: Наука, 1974. 711 с.

Москва

Поступила в редакцию
25.XII.1990