

УДК 532.526.2:533.6.011.5

© 1992 г.

А. В. ФЕДОРОВ, А. П. ХОХЛОВ

ВОСПРИИМЧИВОСТЬ СВЕРХЗВУКОВОГО ПОГРАНИЧНОГО СЛОЯ К АКУСТИЧЕСКИМ ВОЗМУЩЕНИЯМ

В [1] исследован механизм возбуждения первой и второй мод пограничного слоя в окрестности острой передней кромки пластины, на которую падает акустическая волна под нулевым углом (волновой вектор параллелен потоку). Для малых значений частотного параметра построена асимптотическая теория и найдены начальные амплитуды неустойчивых мод. В основе анализа лежит факт синхронизации собственных колебаний пограничного слоя с акустическими волнами, на который указывалось в [2]. Возбуждение мод обусловлено дифракцией звука, вызванной вытесняющим действием пограничного слоя.

В настоящей работе результаты [1] обобщаются на случай произвольных углов падения внешней волны. Такое обобщение не является тривиальным, так как качественно меняется характер рассеяния звука. Выделяются два канала возбуждения: первый связан с дифракцией звуковой волны на пространственной неоднородности, обусловленной вытесняющим действием пограничного слоя, второй — с возникновением сосредоточенных источников акустического поля при рассеянии волны на передней кромке. Последний обеспечивает основной вклад в начальную амплитуду неустойчивых мод, когда углы падения звука существенно отличаются от нуля. При малых углах падения возникает особенность, которая раскрывается введением узких областей в окрестности предельных значений волновых чисел, где оба канала возбуждения примерно равноправны. Удастся получить композитные формулы для начальных амплитуд неустойчивых мод, равномерно пригодные для всех углов падения звуковой волны.

1. Для простоты изложения рассмотрим двухмерные возмущения, распространение результатов на случай трехмерных волн будет выполнено в разд. 3. Пусть на сверхзвуковой стационарный поток, обтекающий полубесконечную пластину с острой передней кромкой, накладывается акустическая волна, падающая под углом θ_v к поверхности пластины (см. фиг. 1) и имеющая фиксированную частоту ω^* . Перейдем к безразмерным переменным

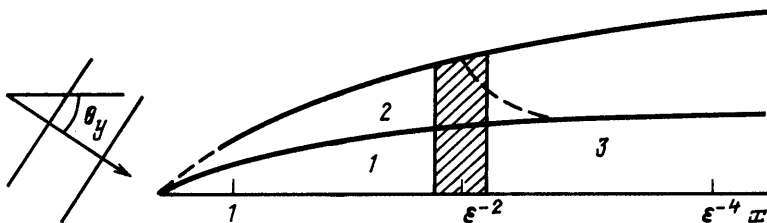
$$(x, y, z) = (x^*, y^*, z^*) \omega^* / U_\infty^*, t = \omega^* t^*, p = p^* / (\rho_\infty^* U_\infty^{*2})$$

Здесь x, y, z, t — координаты и время, p — давление, ρ — плотность. В [1] за характерный масштаб длины принималась обратная величина волнового числа акустической волны. Однако такой масштаб неудобен при рассмотрении произвольных углов падения звука. Новая калибровка координат отличается на величину фазовой скорости, что необходимо учитывать при сопоставлении результатов. Возмущение давления акустической волны представим в виде

$$p = h \operatorname{Re} \{ \exp [\mu(\alpha) y + i \alpha x - i t] \}$$

$$\mu(\alpha) = \sqrt{\alpha^2 - M^2(\alpha - 1)^2}, \quad \alpha = M \cos \theta_v / (M \cos \theta_v \mp 1) \quad (1.1)$$

Здесь $M > 1$ — число Маха набегающего потока, ветвь функции $\mu(\alpha)$ выбирается из условия $\arg(\mu) = \pi/2$, $\alpha \rightarrow +\infty$, точки ветвления обходятся снизу. Случай предельных волновых чисел $\alpha_{1,2} = M/(M \mp 1)$, соответствующий $\theta_v = 0$, рассмотрен в [1]. Показано, что если принять за малый параметр величину $\varepsilon = \Delta^{1/2} F^{1/2}$ ($\Delta = \delta^* / \sqrt{v^* x^* / U_\infty}$ — безразмерная толщина вытес-



Фиг. 1

нения пограничного слоя, $F = \omega^* v^* / U_\infty^{*2}$ — частотный параметр, v^* — коэффициент кинематической вязкости), то асимптотическая структура поля возмущений имеет вид, изображенный на фиг. 1. Характерные масштабы областей 1–3 определяются соотношениями

$$x = (x_1, \varepsilon^{-2}x_2, \varepsilon^{-4}x_3), \quad y = (\varepsilon y_1, \varepsilon^{-1}y_2, y_3)$$

В области дифракции 2 с переменными $(x_2, y_2) = O(1)$ происходит существенное искажение акустического поля, вызванное пограничным слоем 1, течение в котором зависит от автомодельной переменной $\eta = y_1 / \sqrt{x_2} = O(1)$. В области 3 с переменными $(x_3, y_3) = O(1)$ характерный продольный масштаб возмущений соизмерим с толщиной вытеснения δ^* . Здесь справедливо локально-параллельное приближение, которое описывает собственные колебания пограничного слоя. В [1] получено, что области 1, 3 перекрываются (заштрихованная зона на фиг. 1), т. е. быстро осциллирующая часть асимптотики акустического поля при $x_2 \rightarrow \infty$ сращивается с асимптотикой первой моды при $x_3 \rightarrow 0$, если фазовая скорость звуковой волны $c_1 = 1 - 1/M$, и с асимптотикой второй моды, если $c_2 = 1 + 1/M$. В результате определена связь между начальной амплитудой мод и параметрами акустической волны.

Пусть волновое число α слабо отличается от предельных значений, соответствующих $\theta_y = 0$. Тогда поле возмущений давления в области 2 имеет вид

$$\alpha = \alpha_{1,2} \pm \varepsilon^2 q^2, \quad \alpha_{1,2} = M / (M \mp 1), \quad q = O(1) > 0 \\ p = h \operatorname{Re} [p_2(x_2, y_2) \exp(i\alpha_{1,2}x_1 - it) + O(\varepsilon)]$$

Следуя [1], для амплитуды p_2 получаем задачу

$$\frac{\partial^2 p_2}{\partial y_2^2} = 2i [M^2(\alpha_{1,2} - 1) - \alpha_{1,2}] \frac{\partial p_2}{\partial x_2} \quad (1.2)$$

$$p_2(0, y_2) = \exp(\pm iq\sqrt{2M}y_2)$$

$$p_2(x_2, y_2) \sim \exp[\pm i(q^2x_2 + q\sqrt{2M}y_2)], \quad y_2 \rightarrow \infty, \quad x_2 > 0$$

$$\frac{\partial p_2}{\partial y_2}(x_2, 0) = (1 - c_{1,2})^2 k(c_{1,2}) \sqrt{x_2} p_2(x_2, 0) \alpha_{1,2}^2, \quad c_{1,2} = \alpha_{1,2}^{-1}$$

$$k(c) = \int_0^\infty \left[\frac{T}{(U-c)^2} - \frac{1}{(1-c)^2} \right] d\eta$$

Здесь $T(\eta)$, $U(\eta)$ — профили температуры и x -компоненты скорости основного течения, отнесенные к T_∞ , U_∞ соответственно. Задача (1.2) сводится к интегральному уравнению для давления в пограничном слое 1

$$p_1(x_2) = p_2(x_2, 0)$$

$$Lp_1(x_2) = \exp(\pm iq^2 x_2) + \sqrt{\pm \frac{iq^2}{\pi}} \int_0^{x_2} \frac{\exp(\pm iq^2 \xi)}{\sqrt{x_2 - \xi}} d\xi \quad (1.3)$$

$$Lf(x) = f(x) - \lambda \int_0^x \sqrt{\frac{\xi}{x - \xi}} f(\xi) d\xi \quad (1.4)$$

$$\lambda = -(\alpha_{1,2} - 1)^2 k \{2\pi i [M^2(\alpha_{1,2} - 1) - \alpha_{1,2}]\}^{-1/2}, \quad \arg \sqrt{\pm i} = \pm \pi/4$$

Решение уравнения (1.3) существует и единственно, его асимптотика при $x_2 \rightarrow \infty$ для $q=0$ имеет вид [1]

$$\rho_1 \sim K_0 (\pi \lambda^2 x_2^2)^{1/4} \exp(\pi \lambda^2 x_2^2 / 2) [1 + O(x_2^{-2})] -$$

$$- (\pi \lambda x_2)^{-1} [1 + O(x_2^{-1/2})], \quad \operatorname{Re} \lambda > 0$$

$$K_0 = (8\pi)^{1/4} A, \quad A = \lim_{n \rightarrow \infty} \left[n^{-1/4} \sqrt{\Gamma(n+3/2)} \prod_{j=1}^n \frac{\Gamma(j+1/2)}{\Gamma(j+1)} \right] = 0,935 \quad (1.5)$$

Первое слагаемое в (1.5) представляет основной интерес, так как оно сращивается с асимптотикой первой и второй мод при $x_2 \rightarrow 0$. Прямой подстановкой можно убедиться, что данное слагаемое дает быстро осциллирующую часть асимптотики решения уравнения (1.3) при $q \neq 0$, если константу K_0 заменить функцией $K(q)$. Чтобы найти явный вид последней, нужно разложить правую часть (1.3) в ряды по целым и полуцелым степеням x_2 , найти асимптотику от каждого слагаемого и выполнить обратное суммирование всех вкладов. В этой процедуре используются решения и асимптотики следующих уравнений:

$$Lf_1(x_2) = 1 \quad (1.6)$$

$$Lf_2(x_2) = \sqrt{x_2} \quad (1.7)$$

Здесь и далее оператор L определяется выражением (1.4). Уравнение (1.6) исследовано в [1], его решение

$$f_1 = \sum_{n=0}^{\infty} \pi^{n/2} a_n (\lambda x_2)^n, \quad a_n = \prod_{j=1}^n \frac{\Gamma(j+1/2)}{\Gamma(j+1)} \quad (1.8)$$

Асимптотика f_1 определяется формулой (1.5). Решение уравнения (1.7) разлагается в ряд по полуцелым степеням x_2 , его явный вид и асимптотика при $x_2 \rightarrow \infty$ и $\operatorname{Re} \lambda > 0$

$$f_2 = \sum_{n=0}^{\infty} \pi^{n/2} b_n (\lambda x_2)^n x_2^{1/2}, \quad b_n = \frac{\Gamma(3/2)}{a_n \Gamma(n+3/2)} \quad (1.9)$$

$$f_2 \sim \frac{\pi^{1/4}}{2A^2 \sqrt{\lambda}} K_0 (\pi \lambda^2 x_2^2)^{1/4} \exp(\pi \lambda^2 x_2^2 / 2) [1 + O(x_2^{-2})] + O(x_2^{-1/2}) \quad (1.10)$$

При замене правых частей в (1.6), (1.7) на $\pi^{n/2} a_n (\lambda x_2)^n$ и $\pi^{n/2} b_n (\lambda x_2)^n \sqrt{x_2}$ соответственно решения будут отличаться от (1.8), (1.9) отсутствием в рядах первых n членов и, следовательно, быстро осциллирующее слагаемое в асимптотиках не изменится. Опуская детали выклад-

ки по разложению правой части (1.3) в ряды и суммированию вкладов в асимптотику, приведем окончательное выражение для $K(q)$

$$K_{1,2} = K_0 \left[\Phi_{1,2}(q) + \left(\pm \frac{i}{\pi\lambda} \right)^{1/2} q \frac{\pi^{1/4}}{A^2} \Psi_{1,2}(q) \right] \quad (1.11)$$

$$\Phi_{1,2} = \sum_{n=0}^{\infty} \left(\pm \frac{iq^2}{\pi\lambda} \right)^n \frac{\pi^{n/2}}{a_n n!}, \quad \Psi_{1,2} = \sum_{n=0}^{\infty} \left(\pm \frac{iq^2}{\pi\lambda} \right)^n \pi^{n/2} a_n$$

Изучим поведение функции $K(q)$ при $q \rightarrow \infty$. Перейти к пределу можно непосредственно в (1.11), но удобнее это сделать в исходном уравнении (1.3). Правая часть ведет себя следующим образом:

$$\sim \exp(\pm iq^2 x_2) [1 + q/|q|] - (\pm i\pi x_2)^{-1/2} q^{-1} + \dots \quad (1.12)$$

Разделим $K(q)$ на две части: $K = K^{(1)}(q) + K^{(2)}(q)$, где $K^{(1)}$ соответствует вкладу от первого слагаемого в (1.12), $K^{(2)}$ — от второго. Способ вычисления $K^{(1)}$ аналогичен использованному при выводе (1.11)

$$K_{1,2}^{(1)} = K_0 \Phi_{1,2}(q) [1 + q/|q|] = O(q^{-2}), \quad q \rightarrow \infty \quad (1.13)$$

Чтобы найти $K^{(2)}$, воспользуемся следующим свойством. Пусть f_3 — решение уравнения

$$L f_3(x_2) = 1, \sqrt{x_2} \quad (1.14)$$

Тогда $f = (f_3 - x_2^{-1/2})/2\lambda$ является решением уравнения (1.7). Учитывая, что асимптотика f при $x_2 \rightarrow \infty$ имеет вид (1.10), легко найти асимптотику f_3 , и, как следствие, соотношение для $K^{(2)}$

$$K_{1,2}^{(2)} = - \frac{\pi^{1/4}}{q A^2} \left(\pm \frac{\lambda}{\pi i} \right)^{1/2} K_0 \quad (1.15)$$

Из (1.12) следует, что при $q \rightarrow \infty$ реализуются два канала возбуждения мод пограничного слоя. Канал A связан с дифракцией падающей и отраженной акустических волн на неоднородности, обусловленной вытесняющим действием пограничного слоя. Ему соответствует первое слагаемое в (1.12). Канал B связан с рассеянием падающей волны на передней кромке пластины, что эквивалентно возникновению на ней цилиндрического источника звука, поле от которого в свою очередь дифрагирует на неоднородности пограничного слоя. Каналу B соответствует второе слагаемое в (1.12). Из асимптотик (1.13), (1.15) следует, что при $q \rightarrow \infty$ доминирует канал B . Ниже будет показано, что это свойство сохраняется и при больших отклонениях от предельных значений волнового числа $\alpha_{1,2}$.

2. Пусть угол падения акустической волны не является малым. В этом случае передняя кромка дает заметный вклад в рассеяние звука уже на масштабах $(x_1, y_3) = O(1)$, когда влиянием пограничного слоя можно пренебречь с точностью $O(\epsilon^2)$. Возмущение давления представим в виде

$$p = h \operatorname{Re}\{p_0(x_1, y_3) \exp(-it)\}$$

Амплитуда p_0 удовлетворяет волновому уравнению в однородном потоке с условиями непротекания на стенке и отсутствием возмущений вне конуса Маха [3]

$$\begin{aligned} \frac{\partial^2 p_0}{\partial y_3^2} &= (M^2 - 1) \frac{\partial^2 p_0}{\partial x_1^2} - 2iM^2 \frac{\partial p_0}{\partial x_1} - M^2 p_0 \\ \frac{\partial p_0}{\partial y_3}(x_1, 0) &= \mu \theta(-x_1) e^{i\alpha x_1} + \frac{i\mu}{\alpha - 1} \delta(x_1) \\ p_0 &= \exp(\mu y_3 + i\alpha x_1), \quad x_1 < (M^2 - 1)y_3 \end{aligned}$$

Решение можно построить с помощью преобразований Фурье по x_1 . Опуская детальные выкладки, приведем его асимптотику при $x_1 \rightarrow \infty$, $Y := y_3/\sqrt{x_1} = o(\sqrt{x_1})$

$$p_0 = e^{i\alpha x_1} \operatorname{ch}(\mu y_3) + \sum_{j=1}^2 G_j x_1^{-1/2} e^{i\alpha_j x_1} f_j(Y) + O(x_1^{-1}) \quad (2.1)$$

$$G_{1,2} = \mp \frac{\mu(\alpha) \exp(\pm i\pi/4) (\alpha_{1,2} - 1)}{\sqrt{2\pi M(\alpha_{1,2} - \alpha)} (\alpha - 1)}, \quad f_{1,2} = \exp\left\{-\frac{1}{2} i Y^2 [M^2(1 - \alpha_{1,2}^{-1}) - 1]\right\} \quad (2.2)$$

Первое слагаемое описывает падающую и отраженную волны, два других — акустическое поле от источника, сосредоточенного на передней кромке. Исходя из (2.1), асимптотическое разложение для возмущений давления при $x_2 = O(1)$ можно представить в виде

$$p = h \operatorname{Re}\{e^{-it} [2e^{i\alpha x_1} \operatorname{ch} \mu y_3 + \varepsilon(p_s(x_2, y_3)e^{i\alpha x_1} + p_1^*(x_2, y_2)e^{i\alpha_1 x_1} + p_2^*(x_2, y_2)e^{i\alpha_2 x_1}) + O(\varepsilon^2)]\} \quad (2.3)$$

Задача для первого слагаемого в группе членов порядка $O(\varepsilon)$ и ее решение имеют вид

$$\begin{aligned} \frac{\partial^2 p_s}{\partial y_3^2} &= [\alpha^2 - M^2(\alpha - 1)^2] p_s \\ \frac{\partial p_s}{\partial y_2}(x_2, 0) &= (1 - \alpha^{-1})^2 k(\alpha^{-1}) \sqrt{x_2} \\ p_s(x_2, y_3) &= \operatorname{const} \exp(-\mu y_3), \quad y_3 \rightarrow \infty \\ p_s &= -(1 - \alpha^{-1})^2 k(\alpha^{-1}) \sqrt{x_2} \exp(-\mu y_3) / \mu \end{aligned} \quad (2.4)$$

Из (2.4) следует, что решение не содержит «затравок» для собственных колебаний пограничного слоя, оно дает только искажение отраженной волны, вызванное вытесняющим действием пограничного слоя. Следовательно, канал A не приводит к возбуждению мод пограничного слоя в пределах рассматриваемой точности $O(\varepsilon^2)$.

Амплитудные функции $p_{1,2}^*$ соответствуют дифракции акустического поля от сосредоточенных источников на неоднородности пограничного слоя. Они удовлетворяют системе уравнений, аналогичной сформулированной в [1]

$$\begin{aligned} \frac{\partial^2 p_j^*}{\partial y_2^2} &= 2i[M^2(\alpha_j - 1) - \alpha_j] \frac{\partial p_j^*}{\partial x_2} \\ \frac{\partial p_j^*}{\partial y_2}(x_2, 0) &= (1 - c_j)^2 k(\alpha_j^{-1}) \sqrt{x_2} p_j^*(x_2, 0) \alpha_j^2 \\ p_j^*(x_2, y_2) &\sim G_j x_2^{-1/2} f_j(y_2/\sqrt{x_2}), \quad y_2 \rightarrow \infty, \quad x_2 > 0 \\ p_j^*(x_2, y_2) &\sim G_j x_2^{-1/2} f_j(y_2/\sqrt{x_2}), \quad x_2 \rightarrow +0, \quad y_2 > 0, \quad j=1, 2 \end{aligned}$$

Данная система сводится к интегральному уравнению для давления в пограничном слое на верхней поверхности пластины

$$L p_{1,2}(x_2) = G_{1,2} x_2^{-1/2}, \quad p_{1,2} = p_{1,2}^*(x_2, +0)$$

Это уравнение аналогично (1.14), следовательно, асимптотика $p_{1,2}$ при $x_2 \rightarrow \infty$ имеет вид

$$p_{1,2} \sim L_{1,2} (\pi \lambda^2 x_2^2)^{1/4} \exp(\pi \lambda^2 x_2^2 / 2) [1 + O(x_2^{-2})] + r(x_2) \quad (2.5)$$

$$L_{1,2} = K_0 G_{1,2} \pi^{1/4} \sqrt{\lambda} / A^2, \quad \operatorname{Re} \lambda > 0$$

Здесь $r(x_2)$ — медленная часть асимптотики, которая не связана с собственными колебаниями пограничного слоя. Из (2.3), (2.5) следует, что при больших отклонениях волнового числа от предельных значений $\alpha_{1,2}$ возбуждение мод происходит по каналу B . Когда $\alpha \rightarrow \alpha_{1,2}$, интенсивности источников $G_{1,2}$ имеют особенность. Она раскрывается рассмотрением узких областей в окрестности $\alpha_{1,2}$, которое выполнено в разд. 1. Легко проверить, что функции $\varepsilon L_{1,2}$ при $\alpha \rightarrow \alpha_{1,2}$ сращиваются с асимптотикой $K_{1,2}$ при $q \rightarrow \infty$. Объединяя (1.6) с (2.5), можно построить композитное выражение для K , равномерно пригодное для любых волновых чисел α из акустического спектра (т. е. для $\alpha \geq \alpha_1$ и $\alpha \leq \alpha_2$)

$$K_{1,2} = K \left\{ \left[\varepsilon G_{1,2} \mp \frac{\exp(\pm i\pi/4)}{q \sqrt{\pi}} \right] \frac{\sqrt{\lambda} \pi^{1/4}}{A^2} + \varphi_{1,2}(q) + \left(\pm \frac{i}{\pi \lambda} \right)^{1/2} q \frac{\pi^{1/4}}{A^2} \psi_{1,2}(q) \right\} \quad (2.6)$$

Следуя [1], найдем связь $K_{1,2}$ с начальной амплитудой мод. Собственные колебания, развивающиеся в пограничном слое при $x_3 = O(1)$, представляются в виде

$$z = [z_0(x_3, y_3) + O(\varepsilon^4)] \exp[i(S - t)]$$

$$S = \varepsilon^{-1} \int_0^{\alpha} dx_3, \quad z_0 = a(x_3) \xi(x_3, y_3)$$

$$z = (u, \partial u / \partial y_3, v, p, T', \partial T' / \partial y_3)^T$$

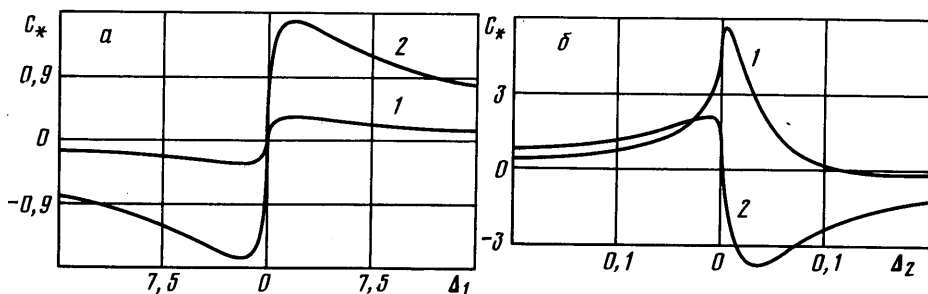
Здесь u, v, T' — пульсации продольной, вертикальной компонент скорости и температуры, ξ — собственная функция, которая является решением системы Лиза — Линя и нормирована условием $\xi_1(x_3, 0) = 1$; $a(x_3)$ — амплитудная функция, асимптотика которой для первой и второй мод имеет вид при $x_3 \rightarrow 0$ $a = C x^{1/2}$. Используя соотношение (3.13) из [1], получаем формулу для коэффициента связи C , определяющего начальную амплитуду первой и второй моды соответственно

$$C = h \varepsilon^{-1/2} (\pi \lambda^2)^{1/4} K_{1,2}$$

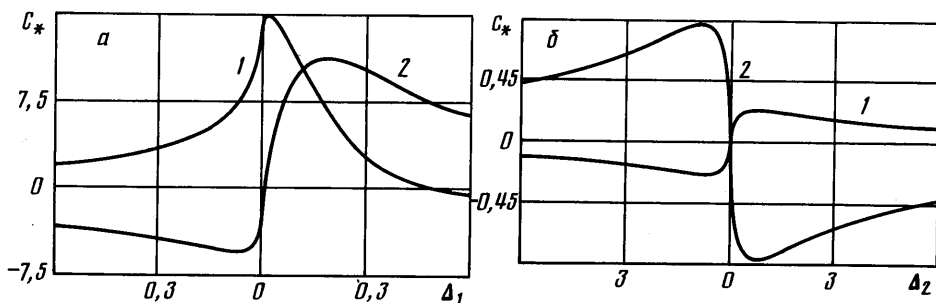
Здесь $K_{1,2}$ определяется композитным соотношением (2.6).

Результаты легко обобщаются на случай, когда акустическая волна падает на пластину снизу. Все соотношения, полученные в разд. 1, остаются верными, если ветвь $\mu(\alpha)$ из (1.1) выбрать с противоположным знаком, т. е. всюду заменить q на $-q$. В случае больших отклонений волнового числа от предельных значений падающая волна не попадает в область дифракции 2. Следовательно, из (2.1) необходимо исключить первое слагаемое, описывающее падающую и отраженную волны. Акустическое поле сверху от пластины создается только сосредоточенными источниками, т. е. возбуждение идет только по каналу B , канал A полностью закрыт. Отметим, что данное свойство дает возможность экспериментально исследовать относительную роль каналов A и B в возбуждении волн неустойчивости. Для этого достаточно разместить источник звука сначала сверху, затем снизу от пластины и сравнить реакцию пограничного слоя. Композитное соотношение (2.6) для $K_{1,2}$ остается верным, если ветвь $\mu(\alpha)$ выбрать с противоположным знаком.

На фиг. 2 показан коэффициент связи, отнесенный к амплитуде внешней волны, $C_* = h^{-1} C$ для второй моды при различных отклонениях от предельных волновых чисел $\Delta_1 = \alpha - \alpha_1$, $\Delta_2 = \alpha_2 - \alpha$. Правая половина



Фиг. 2



Фиг. 3

графиков соответствует волнам, падающим сверху, левая — снизу, кривая 1 — вещественная часть C_* , 2 — мнимая. Расчет выполнен для числа Маха $M=4$, показателя адиабаты $\gamma=1,4$, температурного фактора $T_t=T_w/T_a=0,2$. Коэффициент вязкости вычислялся по формуле Сатерленда при температуре торможения $T_0=310$ К. Частотный параметр $F=10^{-4}$, безразмерная толщина вытеснения $\Delta=3,078$, соответствующее значение $\varepsilon=0,175$. Звуковые волны, падающие под углом $\theta_v=0$ с фазовой скоростью $C_1=1-1/M$ не возбуждают вторую моду (см. фиг. 2, а при $\Delta_1=0$). Для $\theta_v \neq 0$ возбуждение идет по каналу В, причем волны неустойчивости, порождаемые звуком, который падает на пластину с разных сторон, находятся в противофазе. Наиболее интенсивное возбуждение второй моды производится акустическими волнами с фазовой скоростью, близкой к $C_2=1+1/M$ (см. фиг. 2, б при $\Delta_2 \approx 0$), где каналы А, В примерно равноправны. Здесь же наблюдается резкое изменение фазы коэффициента связи. Максимум модуля C_* смещен в область волн, падающих на пластину сверху, он достигается при $\theta_v \approx 18^\circ$.

3. Так как характеристики основного течения не зависят от трансверсальной координаты z , результаты легко обобщаются на случай трехмерных акустических волн вида

$$p = h \operatorname{Re} \{ \exp [\mu(\alpha, \beta)y + i(\alpha x + \beta z - t)] \}$$

$$\mu = i\sqrt{(M^2 - 1)(\alpha - \alpha_1)(\alpha - \alpha_2)}, \quad \arg \mu = \pi/2, \quad \alpha \rightarrow +\infty$$

$$\alpha_{1,2} = (M^2 \pm \sqrt{M^2 + \beta^2(M^2 - 1)}) / (M^2 - 1)$$

Пусть θ_z — угол между проекцией волнового вектора на плоскость пластины и осью x , $\theta_z = \operatorname{arctg}(\beta/\alpha)$. Тогда предельные значения волнового числа $\alpha_{1,2} = M \cos \theta_z / (M \cos \theta_z \mp 1)$. Случай $\alpha = \alpha_{1,2}$, когда фронт волны перпендикулярен к плоскости пластины, рассмотрен в [1] для диапазона углов скольжения $|\theta_z| < \arccos(1/M)$. Первая мода синхронизуется со звуковы-

ми волнами при $x_3 \rightarrow 0$, когда $\alpha = \alpha_1$, вторая — когда $\alpha = \alpha_2$. Анализ для $\alpha = \alpha_{1,2}$ выполняется так же, как в разд. 1,2. Композитная формула (2.6) остается прежней, если интегральный параметр k из (1.2) и функции $G_{1,2}$ из (2.2) определить выражениями

$$k = \int_0^\infty \left[\frac{T}{(U - \alpha_{1,2}^{-1})^2 \cos^2 \theta_z} - \frac{1}{(1 - \alpha_{1,2}^{-1})^2 \cos^2 \theta_z} \right] d\eta$$

$$G_{1,2} = \mp \frac{\mu(\alpha, \beta) \exp(\pm i\pi/4) (\alpha_{1,2} - 1)}{\sqrt{2\pi} (\alpha_{1,2} - \alpha) (M^2 + \beta^2 (M^2 - 1))^{1/4} (\alpha - 1)}$$

На фиг. 3 показан коэффициент связи C_* для первой моды, данные представлены так же, как на фиг. 2. Расчет выполнен для числа Маха $M=2$, температурного фактора $T_1=1$ (теплоизолированная пластина). Частотный параметр $F=10^{-5}$, толщина вытеснения $\Delta=3,359$, параметр $\varepsilon=0,103$; волновое число β выбиралось из условия $\beta = \alpha_1 \tan \theta_z$, $\theta_z = 40^\circ$. Наиболее интенсивное возбуждение первой моды наблюдается в окрестности предельного волнового числа α_1 , максимум коэффициента связи соответствует акустической волне, падающей на пластину сверху под углом $\theta_v \approx 8^\circ$. Звуковые волны с волновым числом α_2 не возбуждают первую моду (см. фиг. 3, б при $\Delta_2=0$).

Таким образом, сверхзвуковой пограничный слой наиболее восприимчив к акустическим волнам, падающим на пластину под малыми углами θ_v .

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Федоров А. В., Хохлов А. П. Возбуждение неустойчивых мод в сверхзвуковом пограничном слое акустическими волнами // Изв. АН СССР. Механика жидкости и газа // 1991. № 4. С. 67–74.
2. Garonov S. A. On the development of disturbances in nonparallel supersonic flows // Laminar-turbulent transition IUTAM Symp., Novosibirsk, 1984. Berlin: Springer-Verlag, 1985. P. 581–588.
3. Красильщикова Е. А. Тонкое крыло в сжимаемом потоке. М.: Наука, 1978. 223 с.

Москва

Поступила в редакцию
21.XII.1990