

**МЕХАНИКА  
ЖИДКОСТИ И ГАЗА  
№ 1 • 1992**

УДК 533.6.011.8:519.245

© 1992 г.

**В. Д. БОРИСЕВИЧ, С. Ю. КРЫЛОВ, С. В. ЮПАТОВ**

**ОБ ОСОБЕННОСТЯХ ЦИРКУЛЯЦИОННОГО ТЕЧЕНИЯ РАЗРЕЖЕННОГО  
ГАЗА В КОРОТКОМ ВРАЩАЮЩЕМСЯ ЦИЛИНДРЕ С НЕПОДВИЖНЫМ ТОРЦОМ**

В [1] во вращающемся цилиндре, высота которого соизмерима с радиусом, методом прямого статистического моделирования исследовано циркуляционное течение разреженного газа, вызванное тормозящим действием одного из торцов.

Интенсивность этого течения уменьшается с увеличением разрежения газа до значения числа Кнудсена  $Kn=1$  и далее остается постоянной. При этом сохраняется направление циркуляции, характерное для сплошной среды. В настоящей работе изучено возникновение вторичных течений при уменьшении высоты вращающегося цилиндра с неподвижным торцом. Установлено, что при безразмерной высоте  $h=H/a \approx 0,25$ , где  $a$  — радиус цилиндра, в объеме возникает двухвихревая структура циркуляционного течения, причем направление одного из вихрей на первый взгляд может показаться парадоксальным.

1. **Постановка задачи и метод расчета.** Рассмотрим задачу о течении разреженного газа во вращающемся цилиндре, устанавливаемом после остановки верхнего торца. Примем, что скорость вращения цилиндра соответствует числу Маха  $M = \omega a / (\gamma R T_0)^{1/2} = 1,94$ , где  $\omega$  — угловая скорость,  $T_0$  — начальная температура газа и поверхностной цилиндра,  $R$  — газовая постоянная,  $\gamma$  — отношение удельных теплоемкостей газа. Плотность газа в начальный момент времени имеет экспоненциальное распределение Больцмана по радиусу, причем ее величина у боковой поверхности при изменении  $h$  остается постоянной. Число Кнудсена, определяемое как  $Kn = \lambda / H$ , где  $\lambda$  — длина свободного пробега молекул, изменялось в стационарном состоянии при  $h=1$  от 0,1 у боковой стенки до 0,6 вблизи оси и от 2 до 5 при  $h=0,06$ . Принято, что между собой молекулы взаимодействуют как «твердые сферы», а с поверхностями цилиндра взаимодействие предполагается полностью диффузным.

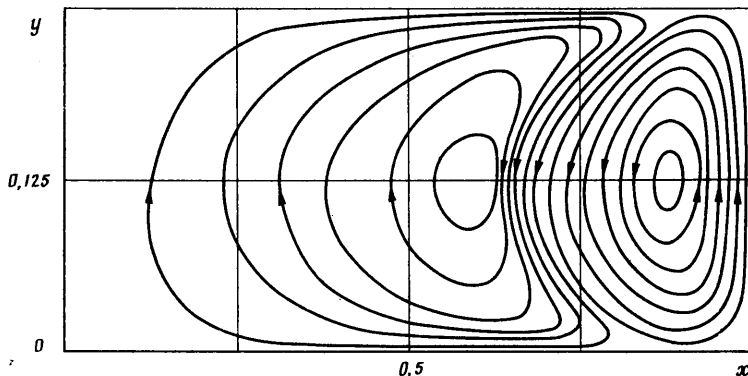
В расчетах был использован метод прямого статистического моделирования с «мажорантной частотой» столкновения молекул [2], позволяющий уменьшить время выхода задачи на стационарное состояние и сократить объем памяти ЭВМ за счет использования меньшего числа модельных частиц, чем в обычно применяемой схеме [3]. Исследуемая область разбивалась на 20 ячеек по радиусу и 6–10 ячеек по высоте в зависимости от расстояния между торцами цилиндра. Полный объем статистической выборки при определении характеристик течения достигал  $5 \cdot 10^7$  частиц. В качестве критерия завершения переходного процесса задавались условия постоянства полного момента сил трения и равенства нулю полного радиального потока массы. Характерное время выхода на стационарное решение составляло 2–3 ч при расчетах на ЭВМ ЕС 1061.

2. **Результаты расчетов.** Исследования показали, что при уменьшении  $h$  распределение по высоте таких характеристик течения, как плотность газа, его температура и азимутальная составляющая скорости, приобретают все более симметричный вид относительно обоих торцов. Лишь в узкой области вблизи боковой поверхности ( $x \geq 1-h$ ,  $x=r/a$ ) наблюдается асимметрия, аналогичная случаю  $h \geq 1$  [1]. Для  $h=0,06$  эти характеристики течения имеют распределения, близкие к случаю плоского течения Куэтта [4]. При этом температура газа с увеличением радиальной координаты возрастает вследствие ее пропорциональности локальному числу Маха, которое увеличивается за счет роста азимутальной компоненты скорости газа.

Плотность газа изменяется в радиальном направлении по экспоненциальному закону, соответствующему угловой скорости вращения, равной  $\omega/2$ .

Наряду с азимутальным течением газа в цилиндре возникает вторичное циркуляционное течение, обусловленное тормозящим действием верхнего торца. В случае сплошной среды у неподвижного торца газ перемещается к оси цилиндра, а у вращающегося — к боковой стенке. Причиной этого известного течения является нарушение баланса между центробежной силой и радиальным градиентом давления в торцевых пограничных слоях [5–7]. Аналогичное течение наблюдается и для разреженного газа в цилиндре, у которого высота больше или равна его радиусу [1].

С уменьшением высоты цилиндра до  $h=0,5$  вблизи оси вращения у торцов появляются еще два симметричных вихря, которые, начиная со значения  $h=0,25$ , объединяются в один, направленный навстречу описанной выше циркуляции. Последняя при дальнейшем уменьшении  $h$  вытесняется в узкую пристеночную область ( $x \geq 1-h$ ), а большую часть объема цилиндра занимает течение с направлением



циркуляции, необъяснимым с точки зрения динамики вязкого газа. На фигуре представлена характерная картина линий тока при  $h=0,25$  (где  $y=z/a$ ).

С целью исследования влияния неоднородности температуры поверхностей цилиндра на циркуляционное течение при  $h=0,25$  на торцах и боковой поверхности цилиндра были заданы температурные градиенты, обеспечивающие однородность температуры во всем объеме газа. Полученная картина линий тока в этом случае практически не изменялась. Был исследован также случай, когда оба торца цилиндра вращались с одинаковой скоростью, а на твердых поверхностях задавались распределения температуры, при которых поле температур в цилиндре было близко к случаю с неподвижным верхним торцом. При этом возникало конвективное течение, вызванное пространственно неоднородным разогревом газа, с интенсивностью приблизительно на порядок меньшей, чем в описанных выше случаях. Отсюда был сделан вывод о том, что «парадоксальное» течение не связано с возникающей в системе неоднородностью температуры по объему.

Механизм возникновения парадоксального циркуляционного течения разреженного газа качественно может быть объяснен следующим образом. Поскольку взаимодействие молекул с твердыми поверхностями полностью диффузное, отразившиеся от торцов молекулы в момент вылета имеют симметричное распределение скорости в радиальном направлении. Следовательно, основной вклад в потоки вблизи торцевых поверхностей могут вносить лишь молекулы, движущиеся к поверхности. Отразившиеся от неподвижного и падающие затем на вращающийся торец молекулы имеют среднюю азимутальную составляющую скорости, равную нулю. Поэтому их движение в радиальном направлении равновероятно. С другой стороны, наличие в системе радиального градиента плотности должно приводить вблизи вращающегося торца к возникновению макроскопического потока молекул в направлении к оси цилиндра.

Отразившиеся от вращающегося и падающие затем на неподвижный диск молекулы имеют отличное от нуля среднее значение азимутальной компоненты скорости и поэтому при своем движении смещаются к периферии. Соответствующий радиальный поток молекул компенсировался бы потоком молекул, обусловленным устанавливающимся в объеме градиентом плотности газа, при вращении обоих торцов с одинаковой скоростью. Однако в случае вращения лишь одного из торцов цилиндра устанавливается меньший радиальный градиент плотности газа. Поэтому поток молекул у неподвижного торца, вызванный наличием у них азимутальной компоненты скорости, превышает поток, обусловленный градиентом плотности. В соответствии со сказанным направление возникающего циркуляционного течения в бесстолкновительном режиме движения молекул действительно должно быть противоположно направлению, характерному для сплошной среды. Что касается второго вихря, механизм его возникновения более сложен и определяется взаимодействием молекул как с торцами цилиндра, так и его боковой поверхностью.

Таким образом, особенность циркуляционного течения сильноразреженного газа в коротком ( $h \leq 0,25$ ) цилиндре обусловлена тем, что в отличие от сплошной среды потоки газа вблизи каждого из торцов определяются граничными условиями на противоположном торце.

#### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Борисевич В. Д., Юпатов С. В. Циркуляционное течение разреженного газа во вращающемся цилиндре с неподвижным верхним торцом // Изв. АН СССР. МЖГ. 1990. № 3. С. 186–188.
2. Иванов М. С., Рогазинский С. В. Сравнительный анализ алгоритмов метода прямого статистического моделирования в динамике разреженного газа // Журн. вычисл. математики и мат. физики. 1988. Т. 28. № 7. С. 1058–1070.
3. Берд Г. Молекулярная газовая динамика. М.: Мир, 1981. 319 с.
4. Nanbu K. Analysis of the Couette flow by means of the new direct simulation method // J. Phys. Soc. Japan. 1983. V. 52. № 5. P. 1602–1608.
5. Дорфман Л. А. Гидродинамическое сопротивление и теплоотдача вращающихся тел. М.: Физматгиз, 1960. 260 с.
6. Dijkstra D., van Heijst G. J. F. The flow between two finite rotating disks enclosed by a cylinder // J. Fluid Mech. 1983. V. 128. P. 123–154.
7. Борисевич В. Д., Наумочкин В. В., Смаков Б. М. Механическое и тепловое возбуждение течения вязкого газа во вращающемся цилиндре // Изв. АН СССР. МЖГ. 1987. № 4. С. 24–28.