

УДК 532.546:536.421

© 1991 г.

Г. Г. ЦЫПКИН

МАТЕМАТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ ФАЗОВЫХ ПЕРЕХОДОВ ЛЕД — ВОДА — ПАР В СЛАБОПРОНИЦАЕМЫХ МЕРЗЛЫХ ГРУНТАХ

Известно, что фазовые превращения льда в воду в мерзлом грунте, сопровождающиеся изменением объема H_2O на границе фазового перехода, вызывают подток жидкости в область с пониженным давлением [1]. Этот механизм, названный вакуумно-фильтрационным, позволяет объяснить влияние накопления и образование шлиров (прослоев) льда при периодических колебаниях границы промерзания-протаивания.

В настоящей работе предлагается математическая модель процессов, сопровождающих уменьшение объема на границе плавления льда в мерзлом грунте. Показано, что для грунта с проницаемостью выше 10^{-16} м^2 факт понижения давления на фронте можно проследить на простой модели. Эта модель представляет собой обобщение задачи Стефана и учитывает фильтрацию воды в области ее существования при условии зависимости температуры фазового перехода от давления на фронте. Если же коэффициент проницаемости меньше 10^{-16} м^2 , то данная постановка приводит к решению, не имеющему физического смысла, так как вычисленные на фронте давление и температура не принадлежат кривой термодинамического равновесия лед — вода на фазовой диаграмме.

В этом случае необходимо учитывать образование пара в окрестности поверхности плавления льда, что приводит к появлению области вода — пар. Предлагается математическая модель процесса, содержащая две подвижные границы фазовых переходов. На одной границе имеют место плавление и сублимация льда, а на другой — конденсация пара. В качестве основных уравнений используются уравнения механики многофазных сред и обобщенный закон Дарси. В автомоделном приближении представлено аналитическое решение задачи. Полученные результаты показывают, что размеры прослойки, содержащей смесь пара и воды, в основном определяются значением коэффициента проницаемости и могут на порядок превосходить размеры области жидкой фазы.

Заметим, что в [2] изучалась задача вакуумной сублимации замерзшей жидкости, заполняющей пористую среду, где была введена в рассмотрение граница, отделяющая область пар — твердая фаза от области, насыщенной паром. Наличие жидкой фазы не учитывалось. Система основных уравнений базировалась на системе уравнений теплопереноса Лыкова.

1. Экспериментальные исследования и натурные наблюдения показывают, что изменения объема H_2O при фазовом превращении вода — лед в мерзлых грунтах, вызывающие движение воды к фронту протаивания, могут приводить к существенным изменениям состояния грунта. Для определения количества воды, подтягиваемой к фронту, что является основной характеристикой процесса, требуется решить обобщенную задачу Стефана, в которой учитывается перенос жидкой фазы.

Рассмотрим простейший случай, когда под мерзлым грунтом понимается пористая среда, полностью насыщенная льдом и существующая в невозмущенном состоянии при отрицательной температуре T_0 . При повышении температуры на некоторой неподвижной границе возникает фронт протаивания. Предположим, что неподвижная граница проницаема для

воды, которая вследствие уменьшения объема при фазовом переходе впитывается в грунт.

Тогда в области мерзлого грунта процесс распространения тепла может быть описан уравнением теплопроводности

$$\frac{\partial T}{\partial t} = a_R \Delta T, \quad a_R = \frac{\lambda_R}{(\rho C)_R} \quad (1.1)$$

$$\lambda_R = m\lambda_i + (1-m)\lambda_s, \quad (\rho C)_R = m\rho_i C_i + (1-m)\rho_s C_s$$

а в талой области — уравнением теплопроводности и уравнением для давления, которое является следствием уравнения неразрывности для воды, закона Дарси и сжимаемости жидкости

$$\frac{\partial T}{\partial t} = a_L \Delta T, \quad \frac{\partial P}{\partial t} = \kappa_L \Delta P \quad (1.2)$$

$$a_L = \frac{\lambda_L}{(\rho C)_L}, \quad \kappa_L = \frac{kK_w}{m\mu_w}$$

$$\lambda_L = m\lambda_w + (1-m)\lambda_s, \quad (\rho C)_L = m\rho_w C_w + (1-m)\rho_s C_s$$

где m — пористость, ρ — плотность, T — температура, P — давление, λ — коэффициент теплопроводности, C — теплоемкость, μ — вязкость, K — модуль сжимаемости, k — проницаемость, индексы: w — вода, i — лед, s — скелет пористой среды, R — мерзлая область (справа от фронта), L — талая (слева от фронта).

Для вывода условий на поверхности фазового перехода используем универсальные соотношения на разрыве. Законы сохранения массы H_2O и энергии приводятся к виду

$$-\frac{k}{m\mu_w} (\text{grad } P)_{n-} = \left(1 - \frac{\rho_i}{\rho_w}\right) V_n \quad (1.3)$$

$$\lambda_R (\text{grad } T)_{n-} - \lambda_L (\text{grad } T)_{n-} = m\rho_i q_1 V_n \quad (1.3)$$

Здесь q_1 — теплота плавления льда, V — скорость фронта фазового перехода, индексы: n — нормаль, плюс и минус — величины соответственно справа и слева от фронта.

Система граничных условий (1.3) должна быть дополнена термодинамическим соотношением, выражающим связь между температурой и давлением фазового перехода

$$T_* = -\eta(P_* - P_a) + T_w \quad (1.4)$$

Здесь T_w — температура фазового перехода при атмосферном давлении P_a . Индекс звездочка соответствует значениям величин на фронте.

Рассмотрим для простоты одномерную задачу. Пусть мерзлый грунт, имеющий начальную температуру T_0 , заполняет полупространство $x \geq 0$, взаимодействуя на проницаемой поверхности $x=0$ с водой, имеющей положительную температуру T° и давление P° . Тогда фронт фазового перехода $x=X(t)$ ($V_n \equiv \dot{X}(t)$), отделяющий область мерзлого грунта $x > X(t)$ от области талого $0 < x < X(t)$, движется вправо. Если T_0 , T° , P° — постоянные величины, то задача имеет автомодельное решение

$$T = T_0 + (T_* - T_0) \frac{\text{erfc}(\xi/2\sqrt{a_R})}{\text{erfc}(\beta/2\sqrt{a_R})}, \quad x > X(t) \quad (1.5)$$

$$T = T^{\circ} + (T_* - T^{\circ}) \frac{\operatorname{erf}(\xi/2\sqrt{a_L})}{\operatorname{erf}(\beta/2\sqrt{a_L})} \quad (1.6)$$

$$P = P^{\circ} + (P_* - P^{\circ}) \frac{\operatorname{erf}(\xi/2\sqrt{\kappa_L})}{\operatorname{erf}(\beta/2\sqrt{\kappa_L})}, \quad 0 < x < X(t)$$

$$X = \beta\sqrt{t}, \quad \xi = \frac{x}{\sqrt{t}}$$

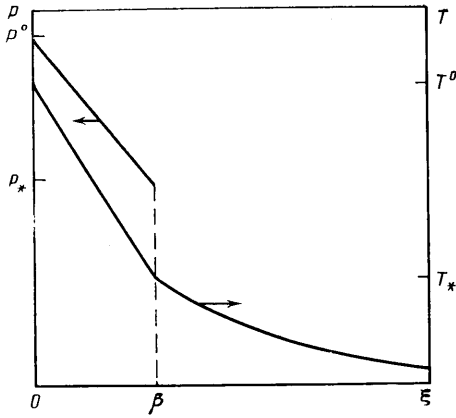
Подставляя решения (1.5), (1.6) в граничные условия (1.3), (1.4), получаем систему трансцендентных уравнений относительно неизвестных T_* , P_* , β , которая решалась численно при следующих значениях параметров: $\rho_w = 10^3$ кг/м³, $\rho_i = 9,1 \cdot 10^2$ кг/м³, $\rho_s = 2 \cdot 10^3$ кг/м³, $\lambda_w = 0,58$ Вт/(м·К), $\lambda_i = 2,23$ Вт/(м·К), $\lambda_s = 2$ Вт/(м·К), $C_w = 4,19 \cdot 10^3$ Дж/(кг·К), $C_i = 2 \cdot 10^3$ Дж/(кг·К), $C_s = 0,92 \cdot 10^3$ Дж/(кг·К), $m = 0,25$, $q_1 = 3,34 \cdot 10^5$ Дж/кг, $K_w = 2 \cdot 10^9$ Па, $\mu_w = 1,8 \cdot 10^{-3}$ Па·с, $\eta = 0,765 \cdot 10^{-7}$ К/Па, $T_w = 273,15$ К, $P_a = 10^5$ Па.

На фиг. 1 представлена характерная картина распределения искомых функций в обеих областях. Результаты численных экспериментов показывают, что скорость движения фронта плавления определяется в основном значениями начальной T_0 и граничной T° температур. Изменения давления P° на неподвижной границе и проницаемости грунта практически не изменяют скорость фронта фазового перехода (отличия в четвертой значащей цифре), но сильно влияют на значение давления P_* . Проследим изменение давления на фронте при уменьшении проницаемости k при следующих начальных и граничных значениях: $T_0 = 270$ К, $T^{\circ} = 290$ К, $P^{\circ} = 10^5$ Па. Получаем, что при $k = 10^{-13}$ м значение давления на фронте $P_* = P^{\circ}$, а при $k = 1,3 \cdot 10^{-16}$ м² имеем $P_* = 0,166 \cdot 10^5$ Па, $T_* = 273,1564$ К, $\gamma = 0,358$ ($\gamma = \beta/2\sqrt{a_R}$). Дальнейшее уменьшение проницаемости соответствует приближению точки (T_* , P_*) на фазовой диаграмме H₂O к тройной точке (фиг. 2), где область I соответствует твердому состоянию, II — жидкому, III — газообразному. Так, при $k = 1,09 \cdot 10^{-16}$ м² получаем $P_* = 668$ Па, $T_* = 273,1576$ К, $\gamma = 0,358$.

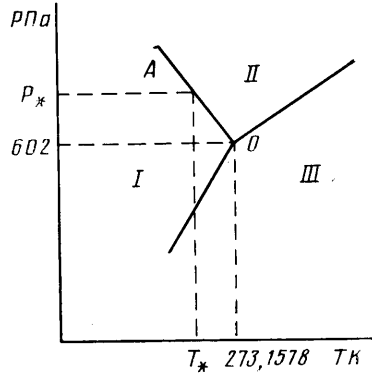
Однако уже при $k = 1,05 \cdot 10^{-16}$ м² получаем физически бессмысленный результат: $P_* = -3,3 \cdot 10^5$ Па, $T_* = 273,1579$ К, так как вычисленная температура T_* больше температуры тройной точки, а давление отрицательно. Следовательно, соотношение (1.4) не может быть использовано, так как оно соответствует границе раздела лед — вода. Это означает, что предположение о существовании такой поверхности при проницаемостях $k < 10^{-16}$ м² приводит к противоречию. Очевидно, в этом случае уменьшение проницаемости, вызывающее разражение в окрестности фронта плавления льда, должно приводить к парообразованию.

Следовательно, для вычисления фильтрационного подтока воды не может быть использовано распределение давления (1.6). Отметим, что критическое значение коэффициента проницаемости k , при котором решение теряет смысл, зависит от начальных и граничных условий (чем интенсивнее идет процесс протавивания, тем больше критическое значение k). Так, при $T^{\circ} = 300$ К, $k = 1,6 \cdot 10^{-16}$ м² значения давления P_* и температуры T_* лежат в допустимой области. Однако эта зависимость не очень сильная и можно считать, что граница применимости сформулированной задачи приближительно соответствует $k = 10^{-16}$ м².

2. Рассмотрим теперь динамику процесса при низких проницаемостях. При движении фронта плавления давление P_* на фронте будет уменьшаться и точка (T_* , P_*) будет двигаться по кривой AO по направлению к тройной точке O . По достижению точки O начинается процесс парообразования. Наиболее благоприятные для парообразования условия будут в том случае, когда вода неподвижна. Тогда жидкая фаза будет занимать 0,91 порового пространства, а пар — 0,09. Подток воды к фронту может лишь увеличить водонасыщенность. Следовательно, со временем образуются прослойка, содержащая смесь воды и пара, которая примыкает к области существования льда. Контакт твердой, жидкой и газообразной фаз может осуществляться только в тройной точке. Поэтому температура T_* и давление P_* на фронте плавления — сублимации совпадают с температурой и давлением в тройной точке $T_* = 273,158$ К, $P_* = 602$ Па. По условию задачи, точка (T° , P°), соответствующая неподвижной стенке, ле-



Фиг. 1



Фиг. 2

жит на фазовой диаграмме в области жидкой фазы. Следовательно, должна существовать вторая подвижная граница, разделяющая область, заполненную водой, и область, насыщенную смесью вода — пар.

Таким образом, математическая формулировка задачи предполагает существование трех областей: насыщенной льдом, смесью воды и пара, а также водой. Эти области разделены двумя неизвестными подвижными границами плавления — сублимации льда и конденсации пара. В первой и последней областях справедливы уравнения (1.1) и (1.2) соответственно. В области пар — вода в общем случае возможны процессы испарения и конденсации. В качестве основных уравнений используем уравнения неразрывности для воды и пара, обобщенные законы Дарси, уравнения состояния воды и пара, зависимость давления от температуры насыщенного пара [3] и уравнение энергии

$$\begin{aligned}
 m \frac{\partial}{\partial t} v \rho_w + \operatorname{div} \rho_w \mathbf{v}_w &= M \\
 m \frac{\partial}{\partial t} (1-v) \rho_{st} + \operatorname{div} \rho_{st} \mathbf{v}_{st} &= -M \\
 \mathbf{v}_j &= -\frac{k f_j(v)}{\mu_j} \operatorname{grad} P, \quad j=w, st \\
 \rho_w &= \rho_{w0} \left(1 + \frac{P-P_0}{K_w} \right), \quad P = \rho_{st} R T
 \end{aligned} \tag{2.1}$$

$$\frac{\partial}{\partial t} (\rho e)_m + \operatorname{div} (\rho_w h_w \mathbf{v}_w + \rho_{st} h_{st} \mathbf{v}_{st}) = \operatorname{div} (\lambda_m \operatorname{grad} T)$$

$$P = F(T) \equiv 10^5 \exp \left\{ -7226,6 \left(\frac{1}{T} - \frac{1}{373,16} \right) + 8,2 \ln \frac{373,16}{T} - 0,0057 (373,16 - T) \right\}$$

$$\lambda_m = m v \lambda_w + m (1-v) \lambda_{st} + (1-m) \lambda_s$$

$$(\rho C)_m = m v \rho_w e_w + m (1-v) \rho_{st} e_{st} + (1-m) \rho_s e_s$$

где v — объемная доля воды в единице порового объема, h — плотность энтальпии, e — плотность внутренней энергии, f — относительная фазовая

проницаемость, v — скорость фильтрации, ρ_{w0} — плотность воды при атмосферном давлении, индекс st — пар.

После тождественных преобразований система (2.1) приводится к виду

$$\begin{aligned} & \left(1 - \frac{P}{\rho_{w0}RT}\right) \frac{\partial v}{\partial t} + \left(\frac{v}{K_w} + \frac{1-v}{\rho_{w0}RT}\right) \frac{\partial P}{\partial t} - \frac{(1-v)P}{\rho_{w0}RT^2} \frac{\partial T}{\partial t} + \\ & + \frac{k}{m} \left[\frac{f_{st}P}{\mu_{st}\rho_{w0}RT^2} \text{grad } P - \left(\frac{1}{\mu_w} \frac{df_w}{dv} + \frac{1}{\mu_{st}} \frac{df_{st}}{dv} \frac{P}{\rho_{w0}RT}\right) \text{grad } v \right] \text{grad } T - \\ & - \frac{k}{m} \left(\frac{f_w}{\mu_w K_w} + \frac{f_{st}}{\mu_{st}\rho_{w0}RT}\right) (\text{grad } P)^2 = \frac{k}{m} \left(\frac{f_w}{\mu_w} + \frac{f_{st}P}{\mu_{st}\rho_{w0}RT}\right) \Delta P \end{aligned} \quad (2.2)$$

$$\begin{aligned} & \left[\frac{(\rho C)_m}{m} - (1-v) \frac{Pq_2}{RT^2}\right] \frac{\partial T}{\partial t} + \left(v + q_2 \frac{1-v}{RT} - 1\right) \frac{\partial P}{\partial t} - \frac{Pq_2}{RT} \frac{\partial v}{\partial t} - \\ & - \frac{k}{m} \left(\frac{f_w}{\mu_w} + \frac{f_{st}q_2}{\mu_{st}RT}\right) (\text{grad } P)^2 - \lambda_w \text{grad } v \text{grad } T + \\ & + \frac{1}{m} \left(\frac{kf_{st}q_2P}{\mu_{st}RT^2} - \frac{C_p}{R} \frac{kf_{st}}{\mu_{st}} \frac{P}{T} - \rho_{w0}C_w \frac{kf_w}{\mu_w}\right) \text{grad } P \text{grad } T - \end{aligned} \quad (2.3)$$

$$- \frac{k}{\mu_{st}mRT} \frac{q_2P}{dv} \text{grad } v \text{grad } P = \frac{kq_2}{mR} \frac{f_{st}}{\mu_{st}} \frac{P}{T} \Delta P + \frac{\lambda_m}{m} \Delta T$$

$$P = F(T) \quad (2.4)$$

Здесь $q_2 = h_{st} - h_w$ — теплота испарения или конденсации.

Граничные условия на неизвестных подвижных границах фазовых переходов следуют из законов сохранения массы H_2O и энергии. На поверхности сублимации-плавления система граничных условий имеет вид

$$\begin{aligned} m \left[\frac{\rho_i}{\rho_w} - (1-v_*) \frac{\rho_{st}^*}{\rho_w} - v_* \right] V_{*n} = k \left[\frac{\rho_{st}^*}{\rho_w} \frac{f_{st}(v_*)}{\mu_{st}} + \frac{f_w(v_*)}{\mu_w} \right] (\text{grad } P)_{n-} \\ \lambda_R (\text{grad } T)_{n+} - \lambda_m (\text{grad } T)_{n-} = m V_{*n} [\rho_i q_1 + (1-v_*) \rho_{st}^* q_2] + \\ + \rho_{st}^* q_2 \frac{kf_{st}(v_*)}{\mu_{st}} (\text{grad } P)_{n-} \end{aligned} \quad (2.5)$$

Для второй границы — поверхности конденсации — справедливы аналогичные законы, которые сводятся к выражениям вида

$$\begin{aligned} \frac{m\mu_w(1-v^*)}{k} \left(1 - \frac{\rho_{st}^*}{\rho_w}\right) V_{n^*} = \left[f_w(v^*) + f_{st}(v^*) \frac{\mu_w}{\mu_{st}} \frac{\rho_{st}^*}{\rho_w} \right] (\text{grad } P)_{n+} - \\ - (\text{grad } P)_{n-} \\ \lambda_L (\text{grad } T)_{n-} - \lambda_m (\text{grad } T)_{n+} = m(1-v^*) \rho_{st}^* q_2 V_{n^*} + \\ + \frac{kf_{st}(v^*) \rho_{st}^* q_2}{\mu_{st}} (\text{grad } P)_{n+} \end{aligned} \quad (2.6)$$

Индексы звездочка снизу и сверху обозначают величины на первой и второй границах соответственно. Заметим, что уравнение (2.4) справедливо как в области вода — пар, так и на обеих подвижных границах.

Рассмотрим одномерный процесс. Начальные и граничные условия полностью аналогичны условиям предыдущего параграфа

$$\begin{aligned} t=0: \quad T=T_0 \\ x=0: \quad T=T^{\circ}, \quad P=P^{\circ} \end{aligned} \quad (2.7)$$

Специфика задачи (2.2)–(2.7) заключается в том, что физический процесс в зоне смеси происходит при низких давлениях, температурах и плотностях пара. Температура и давление на передней границе совпадают с температурой и давлением в тройной точке. Наибольшее значение температура имеет на неподвижной стенке и для температуры на поверхности конденсации справедливо соотношение $T^* < T^0$, а следовательно, $P^* = F(T^*) < F(T^0)$. Если рассматривать задачу протаивания для естественных условий, когда T^0 невелика (280–300 К), то $P^* < F(290 \text{ К}) \approx 2 \cdot 10^3$ Па. Значение водонасыщенности при этом изменяется в пределах от 0,91 до 1. Исходя из этих характерных значений величин, нетрудно провести оценки членов в системе (2.2)–(2.4) и в граничных условиях (2.5), (2.6). Здесь $R = 461$ Дж/(кг·К), $q_2 = 2,5 \cdot 10^6$ Дж/кг.

Проведенные оценки показывают, что, пренебрегая слагаемыми высшего порядка, система уравнений в области смеси сводится к обычному уравнению теплопроводности для температуры

$$\frac{\partial T}{\partial t} = a_m \Delta T, \quad a_m = \frac{\lambda_m}{(\rho C)_m} \quad (2.8)$$

а давление определяется из уравнения (2.4).

Оценка членов в уравнении (2.2) свидетельствует, что изменение водонасыщенности в области смеси есть малая величина, которой в первом приближении можно пренебречь и функцию v считать постоянной величиной во всей области смеси пар–вода, что означает совпадение значений v^* и v_* .

Граничные условия также упрощаются и на границе плавление–сублимация приводятся к виду

$$\left(\frac{\rho_i}{\rho_w} - v_* \right) V_{*n} = \frac{k f_w(v_*)}{m \mu_w} (\text{grad } P)_{n-}$$

$$\lambda_R (\text{grad } T)_{n+} - \lambda_m (\text{grad } T)_{n-} = m \rho_i q_1 V_{*n} \quad (2.9)$$

$$T_* = 273,1578, \quad P_* = 602$$

а на границе конденсации

$$f_w(v_*) (\text{grad } P)_{n+} - (\text{grad } P)_{n-} = \frac{m \mu_w}{k} (1 - v_*) V_{*n}^*$$

$$\lambda_L (\text{grad } T)_{n-} - \lambda_m (\text{grad } T)_{n+} = m (1 - v_*) \frac{P_* q_2}{RT_*} V_{*n}^* \quad (2.10)$$

$$P_* = F(T_*)$$

В одномерном нестационарном случае сформулированная задача имеет автомодельное решение вида

$$T = T(\xi), \quad P = P(\xi), \quad V_{*n} \equiv \dot{X}^*(t) = \beta^* \sqrt{t}, \quad V_{*n} \equiv \dot{X}_*(t) = \beta_* \sqrt{t}$$

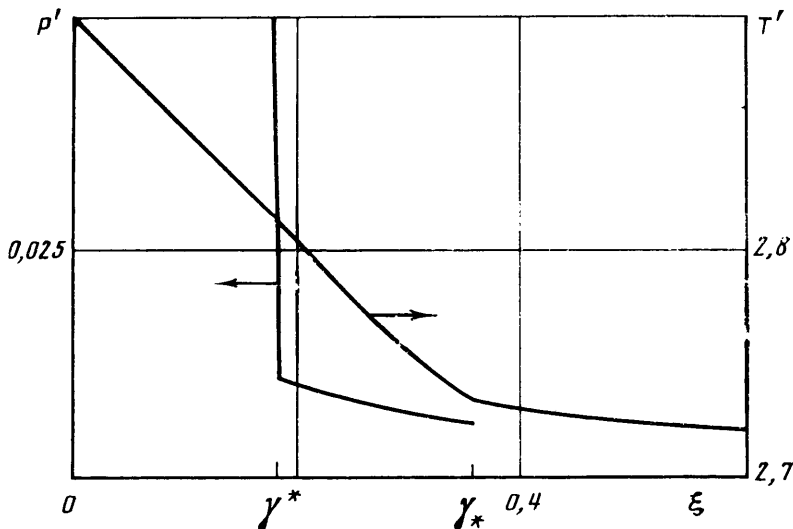
Отметим, что было проведено сравнение решения упрощенной задачи ($v = \text{const}$) и решения полной задачи, когда v – искомая функция. Численные эксперименты показали, что водонасыщенность изменяется в области смеси на десятые доли процента, что практически не влияет на остальные искомые функции и подтверждает справедливость сделанных упрощающих предположений. Поэтому ниже будет приведено решение задачи (1.1), (1.2), (2.4), (2.7)–(2.10), когда v постоянна в области смеси.

3. Автомодельное решение сформулированной задачи в области мерзлого грунта совпадает с решением (1.5), а в водонасыщенной области – с решением (1.6), с той лишь разницей, что в (1.6) P_* и T_* заменяются на P^* и T^* . В области смеси пар–вода решение уравнения (2.8) имеет вид

$$T(\xi) = T^* + (T_* - T^*) \frac{\text{erf}(\xi/2\sqrt{a_m}) + \text{erf}(\beta^*/2\sqrt{a_m})}{\text{erf}(\beta_*/2\sqrt{a_m}) - \text{erf}(\beta^*/2\sqrt{a_m})}$$

Далее, как и в разд. 1 подставляем аналитические выражения для распределений давления и температуры в граничные условия (2.9), (2.10). Решение задачи сводится к решению системы пяти трансцендентных уравнений относительно неизвестных v_* , β_* , β^* , P^* , T^* .

Рассмотрим примеры расчетов при следующих значениях начальных и граничных условий: $T_0 = 270$ К, $T^0 = 290$ К, $P^0 = 10^5$ Па. Как уже отмеча-



Фиг. 3

лось в разд. 1, изменение данных величин слабо влияет на критическое значение коэффициента проницаемости, при котором осуществляется переход от одного режима к другому. Численные эксперименты свидетельствуют, что значение водонасыщенности $v_* \approx 0,91$ и это значение изменяется только на доли процента. Это связано с тем, что, как видно на фиг. 3, давление в области смеси изменяется мало и фильтрация воды и пара в этой области практически отсутствует. Перенос воды происходит главным образом в области, полностью насыщенной жидкостью. Так, при $k = 3 \cdot 10^{-17} \text{ м}^2$ (фиг. 3) $P^* = 1042,3 \text{ Па}$, $T^* = 280,8 \text{ К}$, $\gamma^* = 0,187$, $\gamma_* = 0,358$ ($\gamma = \beta / 2\sqrt{a_R}$, $\xi = \xi / 2\sqrt{a_R}$, $P' = P/P^*$, $T' = T \cdot 10^{-2}$) размеры областей практически совпадают, а градиенты давления различаются на два порядка, т. е. вода подтягивается не к фронту плавления-сублимации, а к поверхности конденсации, положение которой определяет количество воды, поглощенной грунтом в процессе фазовых превращений. Эта величина определяется выражением $m\rho_w(1-v_*)\gamma^*$.

Значение коэффициента проницаемости практически не влияет на положение фронта плавления-сублимации, но определяет положение фронта конденсации. Значение γ^* монотонно возрастает с ростом k . При малых k зона смеси пар — вода занимает почти всю область свободную от льда. Например, при $k = 10^{-18} \text{ м}^2$ получаем $P^* = 1710,5 \text{ Па}$, $T^* = 288,3 \text{ К}$, $\gamma^* = 0,034$, $\gamma_* = 0,36$. Очевидно, в этом случае протаявший грунт впитал менее 10% возможного объема воды. При стремлении k к критическому значению размер прослойки пара стремится к нулю. Например, при $k = 0,95 \cdot 10^{-16} \text{ м}^2$ имеем $P^* = 647,1 \text{ Па}$, $T^* = 274,2 \text{ К}$, $\gamma^* = 0,336$, $\gamma_* = 0,358$. Соответственно давление и температура на поверхности конденсации стремятся к значениям в тройной точке.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Фельдман Г. М. Передвижение влаги в талых и промерзающих грунтах. Новосибирск: Наука, 1988. 258 с.
2. Fey Y. C., Boles M. A. Analytical study of vacuum-sublimation in an initially partially filled frozen porous medium with recondensation // Int. J. Heat Mass Transfer. 1988. V. 31. № 8. P. 1645-1653.
3. Вукалович М. П. Термодинамические свойства воды и водяного пара. М.: Машгиз, 1955. 92 с.

Москва

Поступила в редакцию
12.III.1991