

значениям параметра W_0 . Расчеты показывают, что неустойчивость B -типа не может развиваться при $W_0 > 0,004$, а неустойчивость A -типа исчезает при $W_0 > 0,013$.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Гринспен Х. Теория вращающейся жидкости. Л.: Гидрометеоиздат, 1975. 304 с.
2. Iooss G., Nielsen H. B., True H. Bifurcation of the stationary Ekman flow into a stable periodic flow // Arch. Rat. Mech. Anal. 1978. V. 68. № 3. P. 227–256.
3. Lilly D. K. On the instability of Ekman boundary flow // J. Atmos. Sci. 1966. V. 23. № 5. P. 481–494.
4. Melander M. V. An algorithmic approach to the linear stability of the Ekman layer // J. Fluid Mech. 1983. V. 132. P. 283–293.
5. Gupta A. S. Ekman layer on a porous plate // Phys. Fluids. 1972. V. 15. № 5. P. 930–931.

Ленинград

Поступила в редакцию
19.VI.1990

УДК 532.526.5

© 1991 г.

В. К. МАСАЛОВ, Р. К. ТАГИРОВ

РАСЧЕТ ПАРАМЕТРОВ ОТРЫВНОГО ТЕЧЕНИЯ ЗА ПЛОСКИМ ЗАКРУГЛЕННЫМ ТЕЛОМ, ОБТЕКАЕМЫМ ДВУМЯ СВЕРХЗВУКОВЫМИ ПОТОКАМИ

Разработана методика расчета донного давления и координат точек отрыва на криволинейной поверхности задней кромки плоского тела, обтекаемого двумя сверхзвуковыми потоками, с учетом эффекта местного перерасширения потоков.

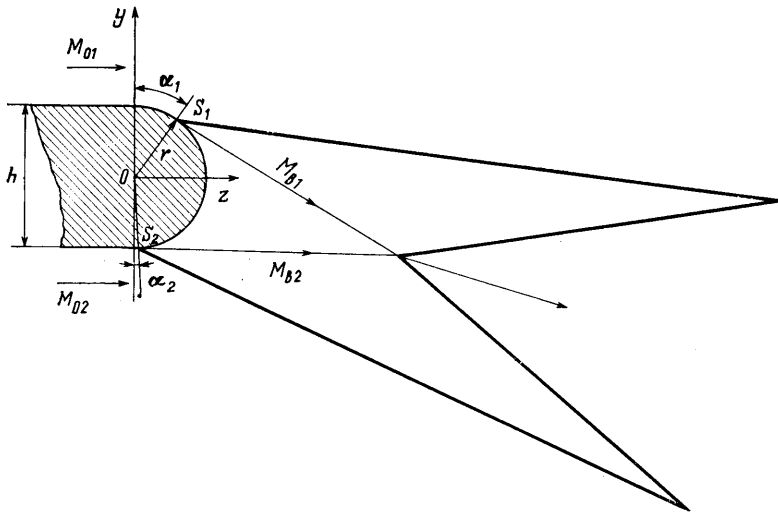
При решении ряда технических задач, например при исследовании обтекания турбинной лопатки с затупленной задней кромкой, возникает необходимость в определении параметров течения за задней кромкой тела, обтекаемого двумя разными сверхзвуковыми потоками. Если затупление задней кромки сделано в виде плоского уступа, то для определения параметров донного течения могут быть использованы известные методы, например основанные на схеме Корста [1]. Если задняя кромка имеет закругленную форму, то указанные методы расчета непосредственно применить нельзя, поскольку неизвестны местоположения точек отрыва на поверхности кромки. Если предположить, что отрыв возникает в точке, где давление на стенке равно донному давлению [2], расчет отрывного течения может быть проведен.

В данной работе разработана методика расчета донного давления и координат точек отрыва с учетом эффекта местного перерасширения потоков.

Пусть задняя кромка лопатки, имеющая форму полуокружности, с двух сторон обтекается двумя разными равномерными плоскими потоками (фиг. 1). Сделаем следующие основные предположения. В отрывной области донное давление постоянно. Начальные пограничные слои тонкие и их влиянием на зону смещения можно пренебречь. Потоки обтекают криволинейные поверхности в соответствии с решением Прандтля – Майера. Точки отрыва расположены там, где достигается критический перепад давления на скачке уплотнения $p_g/p_s = P_{cr}$.

Пусть в начальном сечении $z=0$ заданы все необходимые параметры для первого (1) и второго (2) потоков: углы наклона стенок $\alpha_{01} = \alpha_{02} = 0$, числа Маха M_{01} , M_{02} , показатели адиабаты γ_1 , γ_2 , числа Рейнольдса Re_1 , Re_2 , отношение полных давлений P_{01}^*/P_{02}^* . Необходимо определить донное давление и координаты точек отрыва.

Расчет начинается с того, что произвольно задается полярный угол α_1 , определяющий положение верхней точки отрыва s_1 . С помощью соотношений Прандтля – Майера в этой точке определяются число Маха M_{s1} и давление p_{s1} . Поскольку в этой точке возникает косой скачок уплотнения с критическим перепадом давлений, то величину донного давления можно определить из соотношения $p_g = P_{cr1} p_{s1}$, где P_{cr1} находится с помощью известных соотношений по M_{s1} . Далее задается угол α_2 , соответствующий нижней точке отрыва s_2 . С помощью соотношений Прандтля – Майера определяются в этой точке значения M_{s2} и p_{s2} . В нижней точке s_2 должно выполняться условие $p_g/p_{s2} = P_{cr2}$, где P_{cr2} определяется по известному значению M_{s2} . Если указанное условие не выполняется, то задается новый угол α_2 и расчет повторяется. Таким образом, величина угла α_2 устанавливается из условия выполнения соотношения $p_g/p_{s2} = P_{cr2}$. С использованием найденных параметров M_{s1} , p_{s1} , M_{s2} , p_{s2} в точках s_1 и s_2 , а также величины p_g проводится расчет обтекания донного уступа $s_1 s_2$ с использованием известной схемы Корста [1].



Фиг. 1

Основные соотношения этой схемы вышшем для верхнего потока, для нижнего потока они имеют аналогичный вид. Относительный расход между линиями нулевой скорости и постоянных масс определяется из уравнения

$$J_{j1} = \int_{\eta_H}^{\eta_b} \frac{\varphi(1-\varphi) d\eta}{1-\varphi^2 C_{b1}^2}$$

$$\varphi = \frac{1}{2}(1 + \operatorname{erf} \eta), \quad C_{b1}^{-2} = 1 + \frac{2}{(\gamma_1 - 1) M_{b1}^2}$$

Координаты верхней и нижней границ зоны смещения находятся из соотношений $\varphi(\eta_b) = 0,999$, $\varphi(\eta_H) = 0,001$. Из условия равенства полного давления на разделяющей линии тока давлению за замыкающим скачком p_c определяется координата линии η_d с помощью соотношения

$$\operatorname{erf} \eta_{d1} = \frac{2}{C_{b1}^2} \left[1 - \left(\frac{p_g}{p_c} \right)^{1-1/\gamma_1} \right]^{1/2} - 1$$

Затем находится относительный расход между линией нулевых скоростей и разделяющей линией

$$J_{d1} = \int_{\eta_H}^{\eta_{d1}} \frac{\varphi d\eta}{1-\varphi^2 C_{b1}^2}$$

Уравнение сохранения массы в донной области записывается в виде

$$(J_{d1} - J_{j1}) + A(J_{d2} - J_{j2}) = 0 \quad (1)$$

$$A = \frac{M_{b2} x_2 \sigma_1 \gamma_2}{M_{b1} x_1 \sigma_2 \gamma_1} \left(\frac{\gamma_1 - 1}{\gamma_2 - 1} \frac{1 - C_{b2}^2}{1 - C_{b1}^2} \right)^{1/2}$$

$$\frac{x_2}{x_1} = \frac{\cos \beta_1}{\cos \beta_2}; \quad \sigma_i = 12 + 2,78 M_{bi}, \quad i = 1, 2$$

где β_1 и β_2 — углы наклона верхнего и нижнего потоков относительно базовой оси z . В процессе расчета проверяется выполнение уравнения (1). Если оно не выполняется, то задается другое значение угла α_1 и расчет повторяется. Такие итерации повторяются до достижения решения уравнения (1) с заданной точностью. Найденный при этом угол α_1 и дает решение задачи.

Таблица 1

N	M ₀₂	α ₁ °	α ₂ °	M _s	M _b	P _{cr}	p _g /P ₀₁ *
1	1,25	-22,7	20,3	1,95	1,53	1,86	0,255
2	1,37	-25,7	19,9	2,06	1,61	1,93	0,224
3	1,65	-32,2	18,2	2,31	1,81	2,1	0,165
4	1,92	-37,6	15,9	2,54	1,99	2,25	0,124
5	2,31	-44,4	12,1	2,85	2,23	2,43	0,083

Таблица 2

N	M ₀₂	α ₁ °	α ₂ °	M _s	M _b	p _g /P ₀₁ *
1	1,25	-11,2	8,7	1,56	1,56	0,251
2	1,37	-13,8	8,0	1,64	1,64	0,221
3	1,65	-19,6	5,6	1,84	1,84	0,163
4	1,92	-24,8	3,0	2,03	2,03	0,122

Таблица 3

N	M ₀₂	α ₁ °	α ₂ °	M _s	M _b	P _{cr1}	p = p _g /P ₀₁ *
1	1,25	-14,1	11,6	1,65	1,56	1,155	0,251
2	1,37	-16,7	11,0	1,74	1,64	1,166	0,221
3	1,65	-22,8	8,8	1,96	1,84	1,192	0,163
4	1,92	-28,2	6,4	2,15	2,03	1,219	0,122
5	2,31	-35,0	2,7	2,43	2,28	1,258	0,082

Для проверки работоспособности предложенного метода расчета и сравнения с экспериментальными данными [2] проведен расчет обтекания заднего полукруглого уступа двумя заданными потоками при $\gamma_1 = \gamma_2 = 1,4$, $P_{01}^*/P_{02}^* = 1$. Числа Маха M_{01} и M_{02} определялись на основе измеренных распределений статических давлений, приведенных в [2]. При этом величины p_{01} и p_{02} в сечении $z=0$ находились как средние арифметические значения соответствующих двух ближайших измеренных величин давления (черные точки на фиг. 2). Соответственно вычислены значения $M_{01} = 1,15$ и $M_{02} = 1,25$ (режим 1), 1,37 (2), 1,65 (3), 1,92 (4), 2,31 (5).

Расчеты проведены для трех вариантов условий, определяющих точку отрыва. В первом варианте предполагалось, что отрыв турбулентного пограничного слоя возникает в точке, где достигается значение отношения $p_g/p_s = P_{cr}$ (P_{cr} определяется с помощью соотношений работы [3], $Re_1 = Re_2 = 10^7$ для турбулентного режима). Результаты расчета приведены в табл. 1.

Здесь $M_{s1} = M_{s2} = M_s$, $M_{b1} = M_{b2} = M_b$, $P_{cr1} = P_{cr2} = P_{cr}$ из-за того, что принято $P_{01}^*/P_{02}^* = 1$.

Во втором варианте предполагалось, что отрыв возникает в точке, где давление равно донному давлению. Результаты приведены в табл. 2.

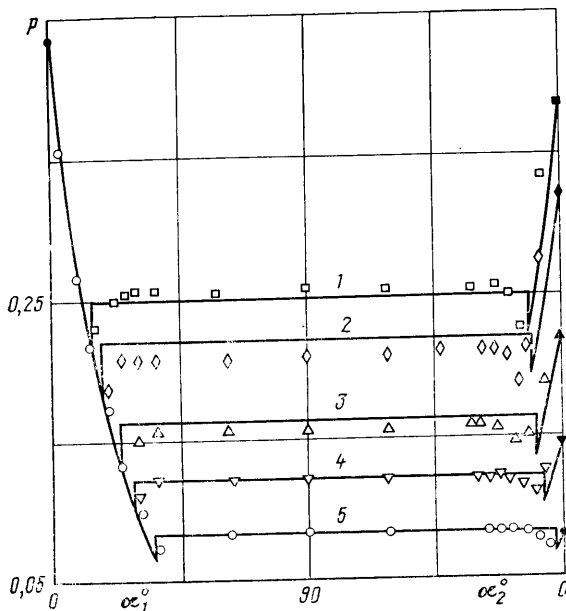
Для режима 5 ($M_{02} = 2,31$) не удалось получить решения из-за того, что $p_g > p_{02}$.

В третьем варианте предполагалось, что из-за резкого расширения потока вдоль поверхности круга происходит ламинаризация пограничного слоя и точка отрыва определяется равенством $p_g/p_s = P_{cr1}$, где P_{cr1} отвечает ламинарному режиму и рассчитывается с помощью соотношения [4]

$$P_{cr1} = 1 + 0,93 \gamma M_s^2 [(M_s^2 - 1) Re]^{-0,25}$$

Некоторая неопределенность возникает при определении числа Рейнольдса, поскольку полная длина пластины не является характерным размером для ламинаризованного пограничного слоя. Примем, что в качестве размера можно взять высоту уступа, пропорциональную радиусу кривизны поверхности. Тогда $Re_1 = Re_2 = 1,6 \cdot 10^5$. Результаты расчета третьего варианта приведены в табл. 3 и показаны на фиг. 2.

Анализ полученных результатов показывает, что величины донного давления для всех трех вариантов практически совпали между собой и с экспериментальными данными [2]. В последнем варианте в отличие от двух первых имеет место хорошее



Фиг. 2

согласие с экспериментом по уровню понижения давления перед отрывом и по месторасположению точек отрыва на поверхности круга (см. фиг. 2).

Представление о структуре течения с отрывом дает фиг. 1, построенная на основе результатов расчета третьего варианта ($M_{02}=2,31$, режим 5). Здесь толстые линии — скачки уплотнения, тонкие — граничные линии тока соответствующих невязких потоков. Следует отметить, что эта картина течения хорошо согласуется с теневой фотографией обтекания полукруглого уступа, приведенной в [2].

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Korst H. H., Tripp W. The pressure on a blunt trailing edge separating two supersonic two-dimensional air streams of different Mach number and stagnation pressure but identical stagnation temperature // Proc. 5th Midwest. Conf. Fluid Mech. Univ., Michigan., Apr. 1-2, 1957. P. 187-199.
2. Sieverding C. H., Stanislas M., Snoek J. The base pressure problem in transonic turbine cascades // ASME. Pap. 1979. № 79-GT-120. 12 p.
3. Тагиров Р. К. Расчет критического перепада давлений на скачке уплотнения, возникающего при отрыве турбулентного пограничного слоя // Изв. АН СССР. ЖЭГ. 1985. № 4. С. 38-45.
4. Herbert M. V., Herd R. J. Boundary-layer separation in supersonic propelling nozzles // Aeronaut. Res. Council. Rep. and Mem. 1964. № 3421. 71 p.

Москва

Поступила в редакцию
6.IV.1990

УДК 532.592

© 1991 г.

Э. Л. АМРОМИН, В. А. БУШКОВСКИЙ, Д. Ю. САДОВНИКОВ

УЕДИНЕННЫЕ ВОЛНЫ СТОКСА ПРИ ТЕЧЕНИИ ВЕСОМОЙ ЖИДКОСТИ В ЦЕЛЬ

При решении плоской нелинейной задачи об установившемся течении идеальной несжимаемой жидкости в цель на дне сосуда для узкого диапазона чисел Фруда, в котором существует решение с монотонно опускающейся к щели поверхностью струи [1], найдено течение с уединенной волной Стокса.