

УДК 533.6.011.8

© 1991 г.

И. П. КИРМУСОВ, А. М. СТАРИК

**ВЛИЯНИЕ КОЛЕБАТЕЛЬНОЙ РЕЛАКСАЦИИ НА ПАРАМЕТРЫ
ЗА ОТРАЖЕННЫМИ УДАРНЫМИ ВОЛНАМИ
В МОЛЕКУЛЯРНЫХ ГАЗАХ**

В последнее время значительный интерес проявляется к задачам, связанным с распространением ударных волн по средам с неравновесным распределением энергии молекул по внутренним степеням свободы [1–5]. При этом параметры газа перед фронтом волны считаются постоянными. Однако в широком классе задач это условие не выполняется и движение волны необходимо рассматривать с учетом изменения параметров молекулярного газа перед фронтом. Задача о движении ударной волны по зоне с переменными параметрами возникает, например, при ее отражении от плоской преграды, когда течение за фронтом падающей волны возмущено релаксационными процессами. Ранее рассматривалась задача об изменении параметров за отраженной волной в релаксирующем газе [6, 7]. Однако детального анализа возможных режимов в общем случае не проводилось. Этому анализу посвящена данная работа. Анализ будем проводить на примере некоторого обобщенного двухатомного газа, в котором зависимость времени колебательной релаксации от температуры описывается формулой Ландау – Теллера [8].

Пусть установившаяся ударная волна распространяется в канале постоянного сечения по покоящемуся газу с равновесным распределением энергии по внутренним степеням свободы и в момент времени $t=0$ приходит в сечение $x=0$, где расположена плоская преграда, т. е. при $t=0$ параметры набегающего на стенку газа соответствуют стационарному распределению в релаксационной зоне падающей волны и меняются по x . При распространении ударной волны по зоне с переменными параметрами состояние газа за ее фронтом меняется во времени и описывается системой уравнений

$$\begin{aligned} \frac{\partial \rho}{\partial t} + \frac{\partial \rho u}{\partial x} &= 0 \\ \frac{\partial \rho u}{\partial t} + \frac{\partial (p + \rho u^2)}{\partial x} &= 0, \quad p = \frac{\rho R T}{\mu} \\ \frac{\partial \rho (C_v T + u^2/2)}{\partial t} + \frac{\partial \rho u (C_v T + u^2/2 + p/\rho)}{\partial x} &= -\frac{R}{\mu} \rho \theta_v f \\ \frac{\partial \rho \varepsilon}{\partial t} + \frac{\partial \rho u \varepsilon}{\partial x} &= \rho f, \quad \varepsilon = y/(1-y) \end{aligned} \tag{1}$$

$$f = (\varepsilon - \varepsilon_e) W_{10} N, \quad y = \exp(-\theta_v/T_v), \quad \varepsilon_e = \varepsilon(T) \tag{2}$$

$$W_{10} = B \sqrt{T} \exp(-\alpha T^{-1/2})$$

Здесь ρ , u , p , T – плотность, скорость, давление и поступательная температура газа; μ – его молекулярный вес; R – универсальная газовая постоянная; C_v – удельная теплоемкость вращательных и поступательных

степеней свободы (для газа из линейных молекул $C_v = 5R/2\mu$); θ_v и T_v — соответственно характеристическая и локальная колебательная температуры; $N = \rho N_A / \mu$, где N_A — число Авогадро; W_{10} — константа скорости колебательно-поступательной релаксации (B и α — константы, зависящие от рода соударяющихся частиц).

Введем в качестве масштаба времени время релаксации колебательной энергии в невозмущенном газе перед падающей волной τ_v^0 (параметры в этой области будем обозначать индексом ноль). Тогда при обезразмеривании системы (1) в уравнении энергии появляется функциональный параметр $\eta(T) = W_{10}(T) / W_{10}(T_0)$. Вид безразмерных уравнений (1), а также зависимости $\eta(T)$, выраженной через относительную температуру $T' = T/T_0$

$$\eta = \sqrt{T'} \exp\{-\alpha_i [(T')^{-1/3} - 1]\}, \quad \alpha_i = \alpha T_0^{-1/3}$$

показывает, что определяющими параметрами задачи являются число Маха падающей волны $M_D = D/a_0$, относительная характеристическая температура $\theta = \theta_v/T_0$ и размерный параметр $\alpha_i = \alpha T_0^{-1/3}$. Для большинства известных двухатомных и многоатомных газов величина α изменяется от 65 до 237 [8], она определяет скорость изменения $W_{10}(T)$ или $\eta(T)$. При $T_0 = 300$ К это соответствует диапазону изменения α_i от 9,7 до 35,4. Значение $\alpha_i = 9,7$ соответствует газу I_2 , а $\alpha_i = 35,4$ — N_2 .

Проанализируем сначала характер изменения параметров газа в релаксационной зоне падающей волны, по которой движется отраженная волна. В системе координат, движущейся вместе с фронтом падающей волны, изменение параметров газа в релаксационной зоне (линейное приближение) определяется следующими соотношениями:

$$\begin{aligned} p &= p_+ - \frac{\rho_+ M_+^2 (\kappa - 1)}{1 - M_+^2} I, & \rho &= \rho_+ - \frac{\rho_+ (\kappa - 1)}{a_+^2 (1 - M_+^2)} I \\ T &= T_+ + \frac{1 - M_+^2 \kappa}{C_p (1 - M_+^2)} I, & u &= u_+ + \frac{M_+^2 (\kappa - 1)}{u_+ (1 - M_+^2)} I \end{aligned} \quad (3)$$

$$C_p = \frac{R}{\mu} + C_v, \quad a_+ = \sqrt{\kappa \frac{R}{\mu} T_+}, \quad M_+ = \frac{u_+}{a_+}, \quad \kappa = \frac{C_p}{C_v}$$

$$I = (E_{v+} - E_v^0) \exp\left(-\frac{ux\tau_v^0}{\eta}\right), \quad E_{v+} = \frac{\theta_v R}{\mu} \varepsilon^0, \quad E_v^0 = E_v \quad (x=0)$$

Здесь индексом плюс обозначены параметры за фронтом вязкого скачка уплотнения. Они связаны с параметрами невозмущенного газа соотношениями Гюгонно, полученными в предположении неизменности химического состава смеси и «замороженности» энергии колебаний молекул газа при переходе через поверхность разрыва. В рассматриваемом случае $E_{v+} < E_v^0$ (в релаксационной зоне происходит возбуждение колебаний), т. е. $I < 0$. Из (3) видно, что параметрами, определяющими величину относительного изменения T , p , ρ , u в релаксационной зоне, являются τ_v , θ , M_+ . Величина τ_v определяет лишь темп изменения газодинамических параметров, а θ — только абсолютную величину этого изменения в релаксационной зоне. С увеличением θ интенсивность изменения T , p , ρ , u уменьшается. Число Маха M_+ определяет как абсолютную величину, так и характер изменения T , p , ρ , u . Согласно (7), при $1/\sqrt{\kappa} < M_+ < 1$ газ в релаксационной зоне будет нагреваться и тормозиться ($T > T_+$, $p > p_+$, $\rho > \rho_+$, $u < u_+$), а при $0 < M_+ < 1/\sqrt{\kappa}$ — охлаждаться и тормозиться ($T < T_+$, $p > p_+$, $\rho > \rho_+$,

$u < u_+$). При этом максимальное изменение T , p , ρ , u будет наблюдаться в окрестности точки $M_+ = 1$.

Указанные закономерности могут приводить к изменению знака градиента температуры (dT/dX) в релаксационной зоне падающей волны. Действительно, пусть величина M_+ удовлетворяет условию $1/\sqrt{\chi} < M_+ < 1$. Такое значение M_+ реализуется для слабых ударных волн. Возбуждение колебаний в релаксационной зоне ведет к росту T и к уменьшению скорости потока. На некотором расстоянии от фронта $x = l_*$ скорость может уменьшиться до величины $u = a/\sqrt{\chi}$ и температура при $x > l_*$ начнет уменьшаться, т. е. при $x = l_*$ и $u = a/\sqrt{\chi}$ знак dT/dX меняется на противоположный.

Будем рассматривать отражение ударных волн такой интенсивности, когда $M_+ < 1/\sqrt{\chi}$, поскольку для слабых волн ($1/\sqrt{\chi} < M_+ < 1$) влиянием возбуждения внутренних степеней свободы молекул на изменение параметров за отраженной волной можно пренебрегать.

Анализ проводился на основе численного интегрирования системы (1), (2). При расчете течений газа с произвольными разрывами удобно использовать методы сквозного счета [9]. При этом для выделения разрывов необходимо применять подвижные сетки. Расчет отражения волны от стенки с использованием неподвижных сеток не позволяет с достаточной степенью точности определить параметры в непосредственной близости от стенки вследствие «размазывания» фронта отраженной волны и возникновения счетного энтропийного слоя вблизи стенки. Особую важность этот вопрос приобретает при отражении волны в релаксирующем газе, поскольку счетный энтропийный слой в этом случае нельзя отличить от действительного увеличения энтропии вследствие релаксационных процессов [10, 11]. В данной работе численное решение уравнений (1), (2) проводилось по схеме, основанной на модификации метода С. К. Годунова [12], с подвижной сеткой, левая граница которой связана с фронтом отраженной волны, что позволяет строго определять его положение, а скорость отраженной волны вычислять из расчета распада разрыва на подвижной границе [11].

Рассмотрим сначала влияние параметров θ , α_i и M_D на характер зависимости $p(t)$ на стенке (p_w). Заметим, что обычно именно давление за отраженной волной измеряется в эксперименте. Далее параметры перед падающей волной, за ней и за отраженной волной будем обозначать индексами 0, 1, 2. Из соотношений на одной из характеристик в области за отраженной волной и соотношений для dp/dx , du/dx и da/dx за стационарной падающей волной по аналогии с [6, 11] нетрудно получить соотношения для производной по времени от p_w за отраженной волной при $t=0$

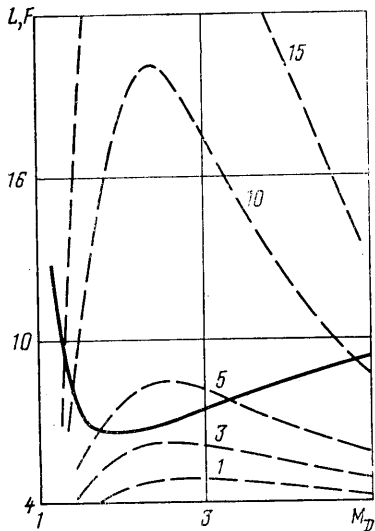
$$\left(\frac{\partial p_w}{\partial t}\right)_{t=0} = \frac{\psi_1 \theta_v (\varepsilon_{e1} - \varepsilon_{e0}) (1 - y_{e1}) G p_0^2}{C_p T_0 \rho_1} [F - L] \quad (4)$$

$$G = \frac{2\chi [(\chi - 1)M_1^2 + 2]^2}{M_1^4 [2M_1^2 + (\chi - 1)] [(1 - \chi)M_1^4 + (\chi + 5)M_1^2 + 4\chi - 2] [M_1^2 + 1] [(\chi - 1) + 2M_1^2] [2\chi - (\chi - 1)M_1^2] [2 + 2\chi M_1^2 + (3\chi + 1)M_1^4 - M_1^6(\chi - 1)]}$$

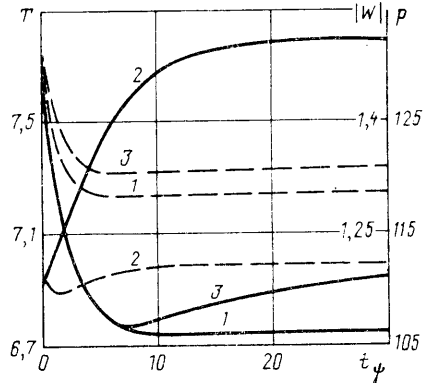
$$F = \frac{2(\chi + 1)^3 M_1^4 (1 - M_1^2)}{2(\chi + 1)^3 M_1^4 (1 - M_1^2)}$$

$$L = \frac{(1 - y_{e2})(\varepsilon_{e2} - \varepsilon_{e0})\psi_2 \rho_1}{(1 - y_{e1})(\varepsilon_{e1} - \varepsilon_{e0})\psi_1 \rho_2}, \quad M_1 = \frac{v_1}{a_1}, \quad \psi_i = (W_{i0} N)_i, \quad i = 1, 2$$

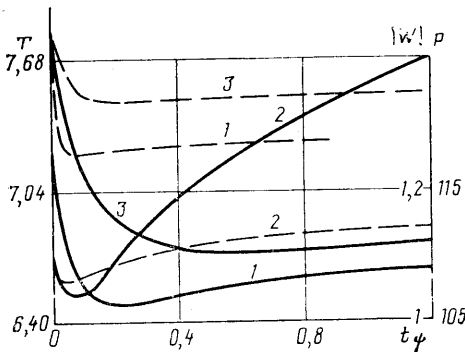
где v_1 — скорость газа за падающей волной относительно ее фронта. Из (4) видно, что знак $(\partial p_w / \partial t)_{t=0}$ определяется соотношением между $F(M_1)$ и величиной L , которая зависит от θ , α_i и M_D . Фигура 1 иллюстрирует зависимость L от θ и M_D при $\alpha_i = 7,5$ ($\theta = 1; 3; 5; 10; 15$) и зависимость F



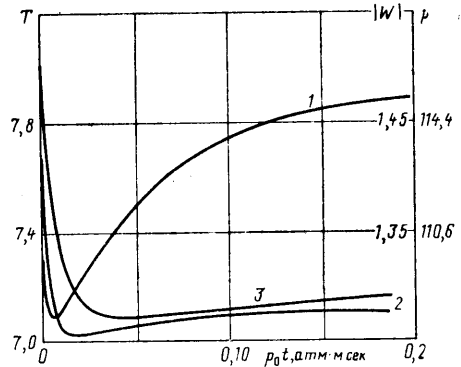
Фиг. 1



Фиг. 2



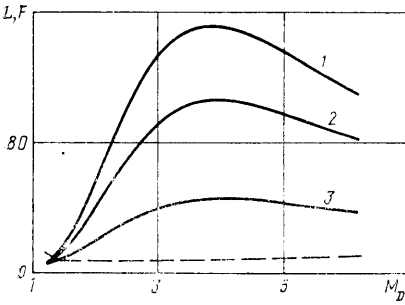
Фиг. 3



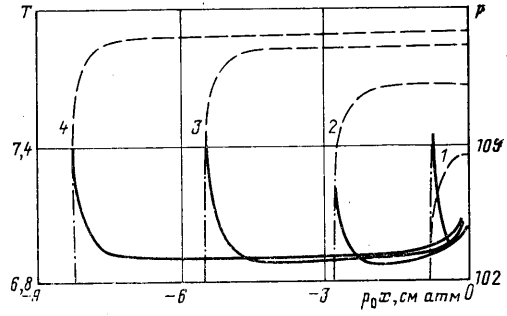
Фиг. 4

от M_D (сплошные и штриховые линии). Существует диапазон M_D (его величина зависит от θ), в котором $L > F$, а следовательно, $(\partial p_w / \partial t)_{t=0} < 0$. Так, при $\theta = 10$ это неравенство выполняется при $1,385 \leq M_D \leq 4,75$. Поскольку давление на стенке при $t \rightarrow \infty$ больше, чем при $t = 0$, вследствие того что отраженная волна распространяется по релаксационной зоне падающей, вдоль которой давление растет, в том диапазоне M_D , где $|L| > F$, зависимость $p_w(t)$ будет иметь минимум. Там же, где $|L| < F$, p_w будет увеличиваться с течением времени (это будет иметь место, например, при любом M_D для газа с $\alpha_i = 7,5$ и $\theta < 3,5$). Для газа с $\alpha_i = 30$ для любых θ из рассматриваемого диапазона зависимости $L(M_D)$ и $F(M_D)$ пересекаются лишь в одной точке при $M_D \leq 1,5$. Поэтому здесь существует лишь одно значение M_D° , такое, что при $M_D < M_D^\circ$ $(\partial p_w / \partial t)_{t=0} > 0$, а при $M_D > M_D^\circ$ $(\partial p_w / \partial t)_{t=0} < 0$. Немонотонный характер могут также иметь и зависимости температуры на стенке T_w и скорости движения отраженной волны W во времени. Причем вид зависимости наряду с M_D определяется и величиной θ и α_i .

На фиг. 2, 3 для $\alpha_i = 7,5$ и 30 представлены результаты расчета изменения температуры $T = T_w / T_0$, давления $p = p_w / p_0$ и скорости движения отраженной волны W относительно лабораторной системы координат, отнесенной к a_0 (1-3) во времени $t_\psi = t\psi_2$ для газа с $\theta = 3; 15$ (сплошные и



Фиг. 5



Фиг. 6

птриховые линии) и $M_D=4$. Для значений θ , при которых $(\partial p_w/\partial t)_{t=0} < 0$ (для $M_D=4$) существует минимум зависимости $p_w(t)$. Зависимость $T_w(t)$ также может иметь минимум. Его наличие определяется соотношением между ψ_1 и ψ_2 , т. е. величиной α_t . При $\alpha_t=30$ $\psi_2 \gg \psi_1$ и за отраженной волной происходит очень быстрое возбуждение молекулярных колебаний, сопровождающееся резким уменьшением T_w . Последующее увеличение давления в пристенной области приводит к некоторому увеличению температуры (процесс сжатия газа при этом близок к адиабатическому).

При $\alpha_t=7,5$ отличие ψ_2 от ψ_1 не столь велико. Поэтому уменьшение температуры на стенке вследствие релаксационных процессов и ее небольшое увеличение вследствие прихода возмущений на стенку из зоны за отраженной волной (по мере перемещения фронта отраженной волны по релаксационной зоне падающей давление за ним растет) происходят одновременно. При этом минимум зависимости $T_w(t)$ исчезает и изменение температуры на стенке становится более плавным. Чем больше теплоемкость колебательных степеней свободы, т. е. чем меньше θ , тем сильнее будут меняться T_w и p_w . Интересен вид зависимости $W(t)$. Резкое уменьшение $|W|$ в начальные моменты времени сопровождается последующим небольшим увеличением. Это характерно для всех газов при любом M_D , α_t и θ , но наиболее ярко наличие минимума зависимости $w(t)$ проявляется при малых θ .

Рассмотрим, как проявляются отмеченные закономерности в распределении параметров за отраженной волной в конкретном молекулярном газе, например в азоте (он достаточно часто используется в экспериментах на ударных трубах). На фиг. 4 показаны зависимости $F(M_D)$ (пунктир) и $L(M_D)$ при $T_0=300; 400; 1000$ К (цифры 1-3). Для азота существует интервал M_D , в котором $(\partial p_w/\partial t)_{t=0} < 0$. Размер этого интервала существенным образом зависит от T_0 . Однако при $T_0 < 1000$ К правая его граница приходится на такие значения M_D , что уже за падающей волной происходит диссоциация и используемая в данной работе модель неприменима. При температуре азота, соответствующей нормальным условиям ($T_0=300$ К), левая граница указанного интервала соответствует $M_D=1,35$. Поэтому при $M_D > 1,35$ зависимость $p_w(t)$ будет иметь минимум. Это иллюстрирует фиг. 5, на которой для $M_D=4$ показано изменение p_w , T_w и W (цифры 1-3) от величины $p_0 t$, которая в данном случае является параметром подобия. Также видно наличие минимума зависимостей $T_w(p_0 t)$ и $W(p_0 t)$. Эти особенности в изменении p_w , T_w и W могут быть зарегистрированы экспериментально, поскольку время, соответствующее минимуму зависимости $p_w(t)$, например, при $p_0=0,01$ атм равно 1 мс. Изменение скорости отраженной волны приводит соответственно и к изменению распре-

делений газодинамических параметров за ее фронтом. Распределения $T(p_0x)$ и $p(p_0x)$ (сплошные и штриховые линии) в различные моменты времени ($p_0t=0,015; 0,6; 1,2; 1,8$ атм·мс — цифры 1–4) при $M_p=4$ показаны на фиг. 6 (штрихпунктирными линиями показан фронт отраженной волны).

Таким образом, характер распределения параметров за отраженной ударной волной в молекулярных газах (вплоть до изменения характера зависимости) определяется числом Маха падающей волны, зависимостью времени колебательной релаксации от температуры и теплоемкостью колебательных степеней свободы молекул. При проведении экспериментов на ударных трубах необходимо заранее определять диапазон параметров, в котором влиянием возбуждения внутренних степеней свободы молекул на течение газа за отраженной волной можно пренебрегать или учитывать нестационарное изменение газодинамических параметров, обусловленное этим влиянием.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Бакит Ф. Г., Мишин Г. И. Влияние колебательной релаксации на параметры ударных волн в плазме молекулярных газов // Журн. техн. физики. 1983. Т. 53. № 5. С. 854–857.
2. Рухадзе А. А., Силаков В. П., Чебогарев А. А. Распространение нестационарных ударных волн в колебательно-возбужденном азоте // Краткие сообщения по физике. 1983. № 6. С. 18–23.
3. Евтюхин Н. В., Марголин А. Д., Шмелев В. М. Взаимодействие ударных волн с колебательно-возбужденным газом // Хим. физика. 1985. Т. 4. № 9. С. 1276–1280.
4. Вестовский Г. В., Козлов Г. И. Распространение слабых ударных волн в колебательно-неравновесном газе // Журн. техн. физики. 1986. Т. 56. № 8. С. 1536–1542.
5. Войнович П. А., Жмакин А. И., Фурсенко А. А. Моделирование взаимодействия ударных волн в газах с пространственными неоднородностями параметров // Журн. техн. физики. 1988. Т. 58. № 7. С. 1259–1267.
6. Johannesen N. H., Bird G. A., Zunkiewicz H. K. Theoretical and experimental investigations of the reflexion of normal shock waves with vibrational relaxation // J. Fluid. Mech. 1967. V. 30. № 1. P. 51–64.
7. Киреев В. Т., Тихомиров Н. А. Регулярное взаимодействие ударных волн при наличии колебательной релаксации // Изв. АН СССР. МЖГ. 1976. № 1. С. 90–96.
8. Гордиец Б. Ф., Осипов А. И., Шелепин Л. А. Кинетические процессы в газах и молекулярные лазеры. М.: Наука, 1980. 512 с.
9. Годунов С. К., Забродин А. В., Иванов М. Я. и др. Численное решение многомерных задач газовой динамики. М.: Наука, 1976. 400 с.
10. Бриган А. Б., Рудницкий А. Я., Старик А. М. Численное моделирование отражения ударной волны от стенки с отверстием в релаксирующем газе // Теплофиз. высоких температур. 1989. Т. 27. № 1. С. 122–128.
11. Кирмусов И. П., Старик А. М. Численное моделирование отражения плоской ударной волны от стенки в релаксирующем газе // Теплофиз. высоких температур. 1989. Т. 27. № 5. С. 962–968.
12. Колган В. П. Применение принципа минимальных значений производной к построению конечно-разностных схем для расчета разрывных решений газовой динамики // Уч. зап. ЦАГИ. 1972. Т. 3. № 6. С. 68–77.

Москва

Поступила в редакцию
4.XII.1990