

УДК 533.6.011 : 532.526

© 1991 г.

В. А. МЕНЬШИКОВ, Ю. А. СКОБ, М. Л. УГРЮМОВ

РЕШЕНИЕ ЗАДАЧИ ОБТЕКАНИЯ ВЕНЦОВ ТУРБОМАШИН ПРОСТРАНСТВЕННЫМ ПОТОКОМ С УЧЕТОМ ЭФФЕКТОВ ВЯЗКОСТИ

Рассмотрено пространственное течение вязкой сжимаемой жидкости в межлопаточном канале венца турбомашин. Предложена математическая модель установившегося отрывного турбулентного течения политропного газа с учетом влияния пристенных течений. Считается, что толщина пограничных слоев и масштабы зон взаимодействия пристенных течений малы по сравнению с характерным размером системы. Проведены расчеты дозвуковых течений для режимов обтекания, близких к расчетным.

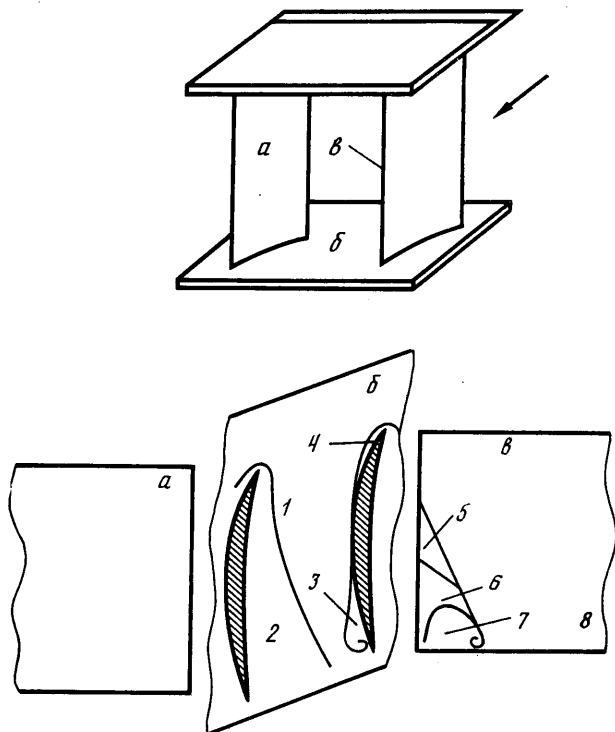
В аэродинамике внутренних течений наметились два направления в изучении реальных пространственных течений: численное моделирование потока с использованием системы уравнений Навье – Стокса и численное исследование параметров основного потока в рамках модели течения идеального газа с последующим учетом вязкости на основе схемы вязко-невязкого взаимодействия пристенных течений и основного потока (см., например, [1–4]). Ввиду значительных математических и вычислительных трудностей, возникающих при численном решении системы уравнений Навье – Стокса при больших числах Рейнольдса, а также в целях существенной экономии машинных ресурсов за счет использования относительно крупных сеток предпочтительным представляется второе направление.

1. Рассмотрим схему пространственного отрывного течения в межлопаточном канале венца турбомашин, ограничиваясь случаями использования профилей с входной кромкой относительно малого радиуса на режимах обтекания, близких к расчетным.

На основе имеющихся данных (см., например, [5–7]), а также экспериментальных результатов, полученных авторами, можно выделить следующие характерные области: невязкий основной поток, пристенные зоны пограничных слоев, область взаимодействия пристенных течений и основного потока.

В варианте решетки без зазора схема течения в пристенной области представлена на фиг. 1. Течение в пристенном слое на вогнутой стороне межлопаточного канала является двухмерным и направлено к выходу; при больших отрицательных углах натекания вблизи входной кромки появляется зона отрыва потока с последующим его присоединением. Перетекания через двугранный угол, образованный вогнутой стороной лопатки и торцевой поверхностью, несущественны.

Торцевой пограничный слой, формирующийся на входе в решетку, сворачивается перед лопаткой во входной (подковообразный) вихрь, который обнаруживается в виде линий стекания, огибающих входные кромки лопаток. След вихря (линия стекания), огибающего лопатку с ее вогнутой стороны, является границей раздела двух пристенных течений на торцевой поверхности канала: одно – со входа (зона 1), другое (зона 2) – от линии растекания вдоль двугранного угла у вогнутой стороны. Этот след вихря проходит по торцу в направлении выходных кромок, отклоняясь одновременно к выпуклой стороне соседней лопатки тем



Фиг. 1

сильнее, чем больше угол натекания. Ветвь вихря, огибающая лопатку с ее выпуклой стороны, проникает у торца в глубь канала.

В окрестности двугранного угла у выпуклой стороны формируются зоны вторичных течений (зоны 3, 4), масштабы которых зависят от толщины пограничного слоя на входе в решетку и радиуса сопряжения пера лопатки с торцевой стенкой. Таким образом, обе ветви подковообразного вихря являются в канале границей входного торцевого пограничного слоя (зона 1). Наблюдается существенная пространственность течения у выпуклой стороны вдоль размаха лопатки вблизи двугранного угла. С одной стороны, имеют место перетекания с торцевой стенки на перо лопатки (зона 5), течение, направленное вдоль размаха (зона 6), с другой — пристенное течение против основного потока (зона 7). Глубина проникновения последнего вдоль хорды и по длине лопатки зависит от реализуемого угла натекания. Эти течения в целом оттесняют образованный у входной кромки лопатки пограничный слой к ее середине (зона 8). Линии стекания, отделяющие зону 8 от 5, 6, 7 и 1 от 3, являются линиями трехмерного отрыва с ярко выраженным фокусом на удаленных от двугранного угла ветвях.

Линии стекания характеризуются отсутствием (в общем случае) накопления низкоэнергетического рабочего тела вдоль них и являются условной границей областей течения с разным уровнем потерь. В окрестности линий стекания существует локальное взаимодействие пристенных течений и ядра потока, что приводит к зарождению завихренности в потоке: низкоэнергетическое рабочее тело переносится из областей его концентрации в направлении скорости ядра потока.

2. Математическая модель установившегося отрывного пространственного турбулентного течения в межлопаточном канале венца турбо-

машины в целом включает решение трех задач: определение параметров невязкого основного потока, пристенного пограничного слоя и взаимодействия пристенных течений с основным потоком.

Процесс вычислений начинается с построения в расчетной области трехмерной конечно-разностной сетки. Далее находится первое приближение — расчет невязкого течения методом установления [8], реализующего модифицированную с целью контроля за аппроксимационной вязкостью [9] схему С. К. Годунова. Найденные параметры потока служат исходными данными для расчета пограничного слоя на ограничивающих межлопаточный канал поверхностях.

Система уравнений пространственного сжимаемого турбулентного пограничного слоя в интегральной форме для произвольной системы координат представляет собой два соотношения импульсов, в которых осуществлен переход к определению параметров в системе координат, связанной с линиями тока ядра потока, а для замыкания использованы общепринятые соотношения: степенные законы для продольной и поперечной компонент скорости в форме Мейджера, коэффициент трения у поверхности в форме Людвига — Тиллмана, дополнительное уравнение для формпараметра пограничного слоя в виде $H = H(\theta_{11}, \partial P / \partial x, \partial P / \partial y, \omega)$ [10]. Исходная система уравнений приводится к удобному для оценок и решения виду

$$L_1 = \frac{\partial \theta_{11}}{\partial x} + a_{11} \frac{\partial \theta_{11}}{\partial y} + a_{12} \frac{\partial \varepsilon}{\partial y} + \psi_1 = 0 \quad (2.1)$$

$$L_2 = \frac{\partial \varepsilon}{\partial x} + a_{21} \frac{\partial \theta_{11}}{\partial y} + a_{22} \frac{\partial \varepsilon}{\partial y} + \psi_2 = 0$$

где θ_{11} — толщина потери импульса пограничного слоя; ε — тангенс угла наклона предельной линии тока на стенке; a_{ij} , ψ_i — функции параметров пограничного слоя, внешнего потока, геометрии обтекаемой поверхности, угловой скорости вращения ω (в общем случае); x , y — координатные линии на поверхности.

Система уравнений в частных производных (2.1) является квазилинейной и гиперболической (близкой к параболической). Согласно теории дифференциальных уравнений, построение и анализ ее решения необходимо проводить на основе принципа влияния. Известно, что за направление влияния можно выбрать направление характеристики системы (2.1). В рассматриваемом случае принцип влияния будет состоять в том, что: а) область влияния условий на участке границы определяется характеристиками, выходящими из его крайних точек; б) для построения решения необходимы условия лишь на участках границы, через которые характеристики входят в область.

Анализ схемы течения (фиг. 1) показывает, что зарождение пограничного слоя происходит: на входных кромках лопаток, на передней кромке торцевых поверхностей, в окрестности двугранных углов, что обусловлено наличием координатных особенностей [11]. Следовательно, именно на этих линиях в общем случае необходимо выставлять граничные условия в задаче о расчете пограничного слоя на ограничивающих межлопаточный канал поверхностях.

Рассмотрим задачу о развитии пространственного пограничного слоя на поверхности Σ с границей Γ

$$L_i = 0, \quad i = 1, 2 \quad (2.2)$$

$$H = H\left(\theta_{11}, \frac{\partial P}{\partial x}, \frac{\partial P}{\partial y}, \omega\right)$$

$$\begin{aligned} \theta_{11}(x, y)|_{\gamma_1} &= \theta_{11}, & \theta_{11}(x, y)|_{\gamma_2} &= \theta_{11}, \\ \varepsilon(x, y)|_{\gamma_1} &= \varepsilon_1, & \varepsilon(x, y)|_{\gamma_2} &= \varepsilon_2 \\ H(x, y)|_{\gamma_1} &= H_1, & H(x, y)|_{\gamma_2} &= H_2 \end{aligned}$$

где γ_1, γ_2 — участки границы Γ .

В подобластях σ_1, σ_2 влияния граничных условий, заданных на участках γ_1, γ_2 соответственно, решение задачи (2.2) гладкое, а в точках пересечения характеристик будет два различных решения. Определим линию разрыва решения как множество точек разрыва решения. Возникающие при этом численные особенности — линии разрыва решения уравнений пространственного пограничного слоя — имеют физическую аналогию в виде линий отрыва пристенного потока. Угол наклона β линии разрыва решения задачи (2.2) определим в соответствии с [11], решив относительно $\operatorname{tg} \beta$ исключением неизвестных исходную систему уравнений (7) из [11]. Получим уравнение

$$A \operatorname{tg}^2 \beta - B \operatorname{tg} \beta + C = 0 \quad (2.3)$$

где A, B, C — функции. Выбор единственного из двух решений (2.3) осуществлялся в соответствии с принципом влияния, т. е. линия разрыва должна лежать на пересечении областей влияния условий на участках границы. Таким образом, математически корректное решение задачи (2.2) должно включать в себя построение гладких решений в подобластях влияния граничных условий и разрывного решения в области на основе гладких решений.

Итак, построение решения задачи о развитии пространственного пограничного слоя в межлопаточных каналах решеток осевых турбомашин для случая заделки лопаток в обечайку содержит следующие этапы: 1) расчет на вогнутой стороне при постановке граничных условий на входной кромке; 2) расчет на торцевой поверхности в зоне 1 (фиг. 1) при постановке граничных условий на входе перед решеткой; 3) расчет на торцевой поверхности в зонах 2, 3, 4 (фиг. 1) при постановке граничных условий в окрестности двугранного угла, расчет на выпуклой стороне в зонах 5, 6 (фиг. 1) при постановке граничных условий в окрестности двугранного угла; 4) расчет на выпуклой стороне в зонах 7, 8 с граничными условиями на выходной и входной кромках соответственно.

Реальные конструкции имеют конечный радиус сопряжения пера лопатки с торцевой стенкой, поэтому при расчетах параметров пограничного слоя введены дополнительные упрощения. Принималось, что существуют перетекания через двугранный угол с торцевой стенки на выпуклую сторону лопатки. Отрыв в расчетах определялся: а) по линиям разрыва решения, которые ставятся в соответствие линиям стекания; б) по областям, где формпараметр $H \geq 2,1$ и которые классифицировались как отрывные с обратными токами.

Описанные принципы и алгоритм положены в основу разработанной авторами программы для ЭВМ, в которой для построения гладких решений в подобластях используется процедура Галеркина в сочетании с методом конечных элементов [12]. Последняя позволяет решать задачу о развитии пространственного пограничного слоя в интегральной форме на разностных сетках, построенных на обтекаемых поверхностях при расчете трехмерных уравнений Эйлера.

Рассмотрим задачу о локальном вязком взаимодействии пристенных течений с основным потоком в окрестности линий стекания (линий разрыва решений уравнений пространственного пограничного слоя). Предполагается, что процессы образования вихрей, эжекции, смешения с дис-

синацией происходят в окрестности этих линий в области взаимодействия, масштабы которой малы по сравнению с характерным размером системы. Поскольку кинематика таких течений изучена недостаточно, а построение математической модели, адекватной физике явления, затруднительно на современном уровне знаний, представляется целесообразным использовать интегральный подход, основанный на законах сохранения.

Построена математическая модель вовлечения низкоэнергетического рабочего тела пристенных слоев в окрестности линий стекания в основной поток в рамках приближения квазистационарного турбулентного течения полнотропного газа при постоянстве ротальпии:

$$\frac{2k}{k-1} \frac{P}{\rho} + \sum_{i=1}^3 u_i^2 - (\omega r)^2 = \text{const}$$

В основной невязкой невозмущенный взаимодействием поток вводятся сильные разрывы в вычислительных ячейках, грани которых совпадают или пересекаются поверхностями разрыва решения уравнений пространственного пограничного слоя (в приближении слабого по определению [3] вязко-невязкого взаимодействия поверхность разрыва принималась перпендикулярной обтекаемой поверхности). Масштабы сетки, используемой для расчетов параметров основного потока, выбирались из условия соответствия физическому масштабу области вязкого взаимодействия (порядка толщин пограничного слоя). Задача в предлагаемой постановке эволюционная в том смысле, что число разрывов и их местоположение выявляется и затем уточняется в процессе счета.

Предполагается, что в областях взаимодействия существует локальный обмен массой, импульсом и энергией между пристенными слоями и основным потоком, что моделируется введением сосредоточенных на поверхностях разрывов воздействий. При этом вниз по потоку развивается энтропийный слой невязкого газа. Таким образом, реальному потоку ставится в соответствие гипотетический невязкий возмущенный взаимодействием завихренный поток в контрольном объеме, содержащем поверхность разрыва. Степень неравномерности этого потока можно характеризовать следующими величинами: полнотой потока массы G° , полнотой потока импульса J° , дефектом потока массы Δ^* , дефектом потока импульса Δ^{**} , где $G^\circ = G/G_e = 1 - \Delta^*$, $J^\circ = J/J_e = G^\circ - \Delta^{**}$, $\Delta^* = \delta G/G_e$, $\Delta^{**} = \delta J/J_e$. Здесь G , G_e , J , J_e — потоки массы и импульса гипотетического завихренного и невозмущенного взаимодействием течения через поверхность введенного разрыва; δG , δJ — изменения в единицу времени потоков массы и импульса через замкнутую поверхность контрольного объема, грани которого совпадают или пересекаются поверхностями разрыва. Величины δG , δJ находятся в соответствии с [11]

$$\delta G = \frac{dG}{dl} \Delta l, \quad \delta J = \frac{dJ}{dl} \Delta l$$

где l — линия разрыва, Δl — протяженность линии разрыва на поверхности контрольного объема.

Процесс взаимодействия должен сопровождаться смешением — выравниванием скоростей в результате турбулентного перемешивания с диссипацией. Предполагается, что имеет место локальная диссипация энергии в контрольных объемах вычислительных ячеек, где реализуется быстрое исчезновение вводимых в рассмотрение разрывов в невязком потоке. Турбулентное смешение до полного выравнивания начальной завихренности масштаба Δ^{**} рассматривается в условиях изотер-

мической свободной турбулентности (производство энтропии приближенно сводится к скорости диссипации энергии) с преобладанием направления вдоль вектора скорости возмущенного взаимодействием основного потока. Потери на дополнительный разворот потока в окрестности области взаимодействия равны нулю. При определении потерь на смешение предполагались малыми и не учитывались дополнительные потери, обусловленные наличием возвратных струйных течений.

Таким образом, сосредоточенному на поверхности разрыва воздействию ставится в соответствие эквивалентная ему осредненная объемная диссипативная сила f_d в контрольном объеме dV , содержащем поверхность разрыва

$$\rho f_{d_i} = - \left(u \left| \frac{dG}{dV} \right| + \left| \frac{dJ}{dV} \right| \right) \frac{u_i}{\|u\|}$$

где f_{d_i} , u_i — компоненты объемной диссипативной силы и скорости u возмущенного взаимодействием основного потока. Считаем, что диссипативные силы обусловлены наличием вязкости и полезной работы не создают. Легко установить связь между работой диссипативных сил и приращением энтропии $N_d = \rho T S$ или

$$(\rho f_d, u) + \rho T S = 0$$

где N_d — удельная диссипируемая мощность, T — температура возмущенного взаимодействием основного потока, S — производство энтропии.

Расчет параметров основного потока с учетом локального вязкого взаимодействия является последним этапом цикла глобальных итераций. Полная система уравнений, описывающая течение и записанная в виде интегральных законов сохранения, содержит дополнительные источниковые члены, в подынтегральные выражения которых входят компоненты вектора f_d . Наличие аппроксимационной вязкости и реальных диссипативных явлений одновременно контролируется по приращению энтропии в контрольных объемах на заданном уровне, для чего используется условие баланса энтропии.

Для реализации метода используется идея расщепления по физическим процессам. На первом шаге расщепления находилось решение по схеме С. К. Годунова. Вторым этапом (коррекция исходного приближения решения) осуществлялся исходя из дискретного аналога

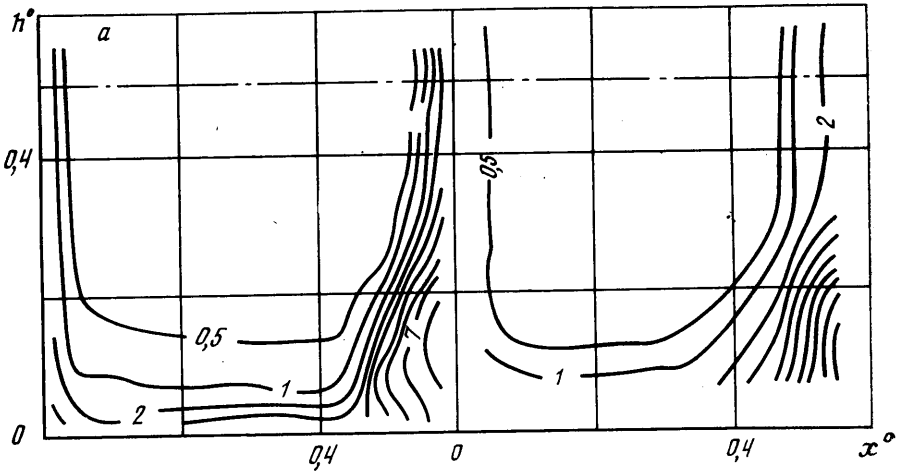
$$a_{i-1/2, j-1/2, k-1/2} = (a^\circ + f \Delta t)_{i-1/2, j-1/2, k-1/2}$$

где a° — решение, характеризующее перестройку потока вследствие действия сил давления и конвекции, найденное на первом шаге расщепления; f — вектор суммарного поля объемных сил, компенсирующих аппроксимационную вязкость, и диссипативных сил, моделирующих эффекты вязкости в контрольных объемах, содержащих поверхности разрывов.

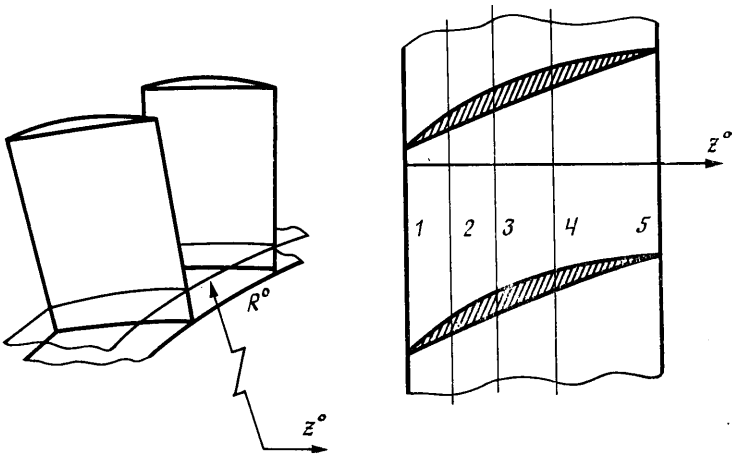
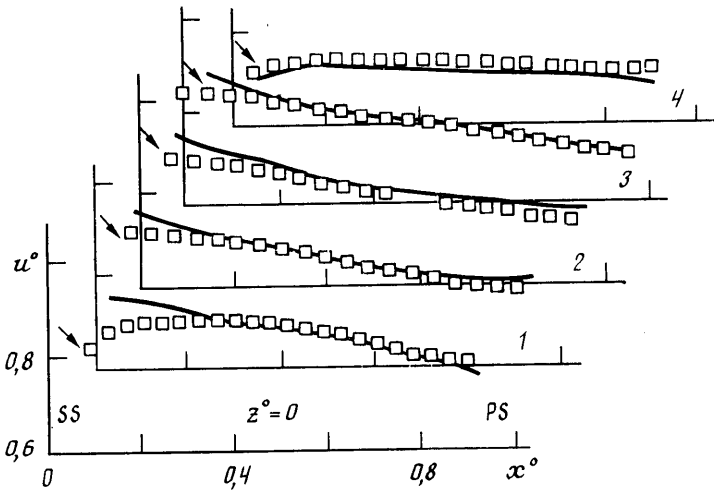
3. В качестве иллюстраций возможностей разработанного метода ниже приведены результаты расчетов течения в прямой диффузорной решетке с параллельными торцевыми стенками, а также в рабочем колесе одноступенчатого осевого компрессора.

Геометрические параметры решетки и результаты экспериментальных исследований описаны в [11]. Продувки проводились при $M_1 = 0,35$ и $Re_1 = 4 \cdot 10^5$.

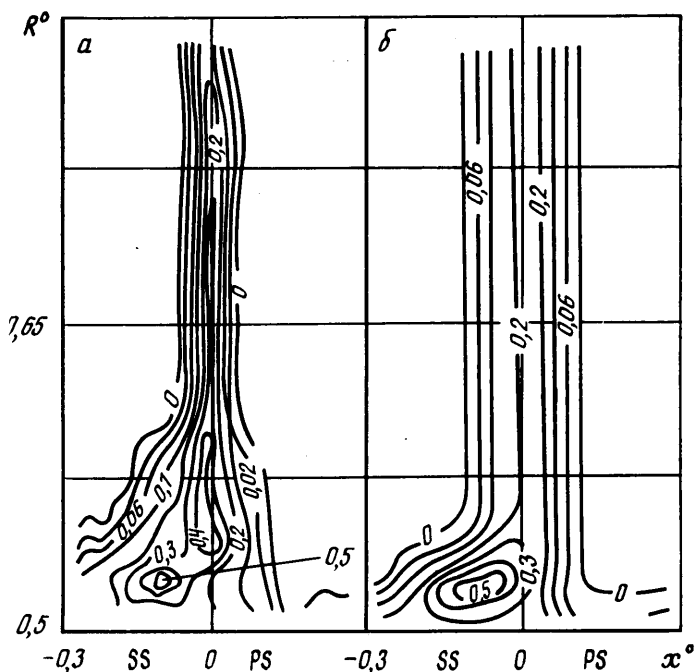
Сравнение результатов расчетов с данными экспериментов предварительно проводилось по направлению предельных линий тока и по зонам отрыва на торцевой поверхности и на лопатке. Данные расчетов параметров пограничного слоя согласовались с результатами визуализации течения.



Фиг. 2



Фиг. 3



Фиг. 4

Изолинии коэффициента потерь полного давления в плоскости за выходными кромками представлены на фиг. 2 (*a* — эксперимент, *b* — расчет), где h^0 , x^0 — безразмерные расстояния по размаху и вдоль фронта решетки соответственно, отнесенные к хорде лопатки. Картины изолиний, полученные в эксперименте (*a*) и в результате расчетов (*b*), близки. Ядро потерь — в окрестности двугранного угла у выпуклой стороны — совпадает с областью повышенного давления и пониженных скоростей, что указывает на наличие углового отрыва. Учет вязкости ведет к снижению величины расхода через решетку по сравнению с расчетами невязкого течения.

Геометрические параметры рабочего колеса и результаты экспериментальных исследований описаны в [13]. Экспериментальные исследования выполнены при $M_1=0,181$ и $Re_1=1,5 \cdot 10^5$. Сравнение результатов расчетов с данными экспериментов предварительно проводилось по интегральным параметрам пограничного слоя на ограничивающих поверхностях. Данные расчетов согласовались с результатами экспериментов.

На фиг. 3 представлены распределения относительной скорости основного потока u^0 в окружном направлении x^0 на радиусе $R^0=0,575$ при $z^0=0,17$ (1), 0,35 (2), 0,58 (3), 1,0 (4) (точки — эксперимент, кривые — расчет). Здесь u^0 — безразмерная относительная скорость, отнесенная к окружной скорости концов лопаток, x^0 — безразмерное расстояние от задней кромки рабочего колеса в окружном направлении, отнесенное к шагу решетки, R^0 — безразмерный радиус, отнесенный к радиусу концов лопаток, z^0 — безразмерное расстояние от передних кромок рабочего колеса в направлении оси вращения, отнесенное к осевой составляющей хорды лопатки у втулки, SS — выпуклая сторона лопатки, PS — вогнутая сторона лопатки.

Поля изолиний коэффициента потерь полного давления в относительном движении в сечении на выходе из ротора ($z^0=1,17$) представлены

на фиг. 4 (а — эксперимент, б — расчет). Картины изолиний в эксперименте и расчете качественно совпадают. Концентрация потерь указывает на наличие накопления низкоэнергетического рабочего тела в угловой зоне сопряжения выпуклой поверхности лопатки с втулочной стенкой. Вне угловой зоны потери не зависят от радиуса, что соответствует экспериментальным данным [13] и обусловлено выбранным законом профилирования лопаток по радиусу.

Глобальный цикл итераций осуществлялся до сходимости по расходу рабочего тела в межлопаточном канале с точностью до 5%. Обычно для сходимости требовалось 3–4 итерации. Алгоритм расчета реализован в виде комплекса программ на языке PL-1/0. Для основной процедуры время счета одного временного шага при числе конечно-разностных ячеек, равном 2800, составляет около 40 с процессорного времени ЭВМ ЕС 1060, общие затраты на один вариант счета — около 15–20 ч машинного времени. Для визуализации расчетных полей параметров пространственного течения использовалась созданная на языках PL-1/0 и FORTRAN применительно к ЭВМ ЕС 1060 программа графической обработки результатов расчета.

Анализ результатов расчетов показал, что удовлетворительное соответствие с данными экспериментов достигается только в том случае, когда размеры конечно-разностной сетки в пристенной области выбирались равными физическому масштабу вязких областей — толщине пограничного слоя.

Авторы благодарны Г. Ю. Степанову за внимание к работе и ценные замечания.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Дорфман А. Л. Численное исследование турбулентного отрывного течения в решетке профилей // Докл. АН СССР. 1983. Т. 271. № 4. С. 817–820.
2. Ха К. Расчеты вязких течений в турбомашинах методом релаксации с использованием неявной схемы // Аэрокосмич. техника. 1988. № 10. С. 16–26.
3. Гогин Л. В., Степанов Г. Ю. Турбулентные отрывные течения. М.: Наука, 1979. 367 с.
4. Белоцерковский С. М., Коговский В. Н., Ништ М. И., Федоров Р. М. Математическое моделирование плоскопараллельного отрывного обтекания тел. М.: Наука, 1988. 231 с.
5. Степанов Г. Ю. Гидродинамика решеток турбомашин. М.: Физматгиз, 1962. 512 с.
6. Гречаниченко Ю. В., Нестеренко В. А. Вторичные течения в решетках турбомашин. Харьков: Вища школа, 1983. 119 с.
7. Гуревич Ю. Г., Шубин Е. Б. О взаимодействии пограничных слоев в трехмерных течениях // Изв. АН СССР. МЖГ. 1988. № 3. С. 116–123.
8. Богод А. Б., Кимасов Ю. И. Расчет трехмерного трансзвукового течения идеального газа через пространственные решетки осевых турбомашин // Изв. АН СССР. МЖГ. 1980, № 5. С. 93–98.
9. Амброжевич А. Б., Скоб Ю. А., Угрюмов М. Л. Уточненное численное решение уравнений Эйлера // Самолетостроение. Техника воздушного флота. Харьков, 1988. Вып. 55. С. 93–97.
10. Угрюмов М. Л., Меньшиков В. А. Интегральный метод расчета пространственного сжимаемого турбулентного пограничного слоя на вращающейся лопатке турбомашин // Газовая динамика двигателей и их элементов. Вып. 2. Харьков, 1983. С. 154–160.
11. Угрюмов М. Л. Метод расчета взаимодействия пристенных течений // Изв. АН СССР. МЖГ. 1987. № 2. С. 53–59.
12. Меньшиков В. А. Расчет пространственного пограничного слоя методом конечных элементов // Газовая динамика двигателей и их элементов. Харьков, 1987. Вып. 3. С. 26–36.
13. Лакшминараяна, Сигарам, Чжан. Потери на ограничивающих поверхностях и профильные потери в низкооборотном осевом компрессоре // Тр. амер. о-ва инж.-мех. Сер. Энергетические машины и установки. 1986. № 1. С. 22–32.

Харьков

Поступила в редакцию
26.XI.1990