

УДК 532.526.2.013.2

© 1991 г.

В. А. АЛЕКСИН, А. М. КУДРЯКОВ

НЕСТАЦИОНАРНЫЙ ПЕРИОДИЧЕСКИЙ ПОГРАНИЧНЫЙ СЛОЙ С ЗОНАМИ ВОЗВРАТНОГО ТЕЧЕНИЯ

При обтекании тел, движущихся в вязкой жидкости с резкими перепадами скорости движения, возникает необходимость учитывать развитие течения во времени. Такой перепад скорости движения может носить нестационарный характер, что приводит к периодическому распределению от времени гидродинамических полей. С увеличением амплитуды осцилляций скорости внешнего невязкого потока от малых значений с $|A| \ll 1$ до $|A| \approx 1$ в нестационарном пограничном слое возникают зоны возвратного потока, присутствие которых не нарушает предположений пограничного слоя [1]. При малых значениях амплитуды $|A| \ll 1$ впервые решение было получено в [2] на основании асимптотического метода. С большими значениями амплитуд с $|A| \approx 0,7$ задача решена в [3–5] численными методами. В [3] авторами рассмотрены случаи $A=0,1; 0,3$. Использовалась неявная второго порядка точности конечно-разностная схема. Задача для $A=0,1$ была также решена в [4], где применялась безытерационная конечно-разностная схема Бима – Уорминга. Интересный подход был предложен в [5], где для данной задачи применялось предварительное разложение функции тока в ряды Фурье с последующим применением для полученной системы уравнений итерационной неявной схемы второго порядка аппроксимации. Было проведено исследование при $A=0,5; 0,75$. Для амплитуд колебаний порядка скорости внешнего потока $|A| \approx 0,9$ численное исследование задачи ранее не производилось. На основе предлагаемого метода в настоящей работе исследуется течение в нестационарном пограничном слое с амплитудой осцилляций внешнего потока $|A| \approx 1$. Численные решения позволяют исследовать особенности не только основного, но и возвратного потока, проследить их изменения по времени в предотрывных областях. Согласно экспериментальным данным, течение в них может носить существенно нестационарный характер [6–8].

Вопросы управления пограничным слоем посредством нестационарного вдува (отсоса) исследованы в [9] с целью улучшения аэродинамических характеристик. Наличие периодических колебаний скорости внешнего невязкого потока с большими значениями амплитуды приводит к их ухудшению. Положительное влияние на эти характеристики оказывает периодический отсос через пористую поверхность, который снижает интенсивность возвратных потоков. В данном исследовании представлены результаты детального анализа этих явлений.

1. Уравнения, граничные и начальные условия для двухмерного нестационарного пограничного слоя в однородной несжимаемой жидкости в системе координат, связанной с поверхностью обтекаемого тела, имеют вид

$$\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} = 0; \quad \frac{\partial p}{\partial y} = 0$$

$$\frac{\partial u}{\partial t} + u \frac{\partial u}{\partial x} + v \frac{\partial u}{\partial y} = -\frac{\partial p}{\partial x} + \frac{1}{\rho} \frac{\partial}{\partial y} \left(\mu \frac{\partial u}{\partial y} \right)$$

$$u(x, 0, t) = 0, \quad v(x, 0, t) = 0 \quad (y=0)$$

$$u(x, y, t) \rightarrow u_e(x, t) \quad (y \rightarrow \infty) \tag{1.1}$$

$$u(x_0, y, t) = u_0(y, t) \quad (x=x_0)$$

$$u(x, y, t_0) = u_{00}(x, y) \quad (t=t_0)$$

Здесь t — время, координата x направлена вдоль поверхности тела, а y — нормально к телу, u, v — компоненты скорости по x и y соответственно. Индекс e относится к значениям на внешней границе пограничного слоя.

В уравнениях (1.1) проведем замену переменных

$$\tau = \frac{tu_\infty}{L}, \quad \xi = \frac{x}{L}, \quad \lambda = \sqrt{\frac{u_e \rho_e}{\mu_e \alpha}} y, \quad u = u_e E$$

$$v = \sqrt{\frac{u_e \mu_e}{\rho_e \alpha}} \left(K - \alpha E \frac{\partial \lambda}{\partial x} - \frac{\alpha}{u_e} \frac{\partial \lambda}{\partial t} \right)$$
(1.2)

Здесь L — характерный размер, $\alpha = \alpha(x)$ — произвольная функция, u_∞ — некоторая скорость, например скорость набегающего потока. Тогда уравнения и граничные условия (1.1) примут вид

$$-\frac{\partial K}{\partial \lambda} = \left(\frac{\alpha}{u_e} \frac{\partial u_e}{\partial \xi} + \frac{\partial \alpha}{\partial \xi} \right) \frac{E}{2} + \alpha \frac{\partial E}{\partial \xi} - \frac{\alpha}{2u_e^2} \frac{\partial u_e}{\partial \tau}$$

$$\frac{\partial^2 E}{\partial \lambda^2} = K \frac{\partial E}{\partial \lambda} + \frac{\alpha}{u_e} \frac{\partial u_e}{\partial \xi} (E^2 - 1) + \frac{\alpha}{u_e} \frac{\partial E}{\partial \tau} + \frac{\alpha}{u_e^2} \frac{\partial E}{\partial \tau} (E - 1) + \alpha E \frac{\partial E}{\partial \xi}$$

$$E = 0; \quad K = K_w \quad (\lambda = 0)$$

$$E \rightarrow 1 \quad (\lambda \rightarrow \infty)$$
(1.3)

Исключим из системы (1.3) уравнение неразрывности, проинтегрировав его и подставив K в уравнение импульса. Введем первообразную f : $E = \partial f / \partial \lambda$, будем иметь

$$\frac{\partial^3 f}{\partial \lambda^3} = N_1 \frac{\partial}{\partial \tau} \frac{\partial f}{\partial \lambda} + N_2 \left(\frac{\partial f}{\partial \lambda} - 1 \right) + N_3 \left(\frac{\partial f}{\partial \lambda} \frac{\partial}{\partial \xi} \frac{\partial f}{\partial \lambda} - \frac{\partial^2 f}{\partial \lambda^2} \frac{\partial f}{\partial \xi} \right) +$$

$$+ N_4 \left(\left(\frac{\partial f}{\partial \lambda} \right)^2 - 1 \right) + (M\lambda + Pf) \frac{\partial^2 f}{\partial \lambda^2}$$

$$N_1 = \frac{\alpha}{u_e}; \quad N_2 = \frac{\alpha}{u_e^2} \frac{\partial u_e}{\partial \tau}; \quad N_3 = \alpha; \quad N_4 = \frac{\alpha}{u_e} \frac{\partial u_e}{\partial \xi}$$

$$P = \left(\frac{\alpha}{u_e} \frac{\partial u_e}{\partial \xi} + \frac{\partial \alpha}{\partial \xi} \right) 0,5; \quad M = \frac{\alpha}{2u_e^2} \frac{\partial u_e}{\partial \tau}$$

$$\frac{\partial f}{\partial \lambda} = 0; \quad f = f_w \quad (\lambda = 0)$$

$$\frac{\partial f}{\partial \lambda} \rightarrow 1 \quad (\lambda \rightarrow \infty)$$
(1.4)

Можно убедиться в справедливости соотношения

$$K_w = -N_3 \frac{\partial f_w}{\partial \xi} - Pf_w$$

$$K_w = F_w \sqrt{\text{Re}_\alpha}; \quad \text{Re}_\alpha = \frac{\rho_e u_e \alpha}{\mu_e}; \quad F_w = \frac{(\rho v)_w}{\rho_e v_e}$$
(1.5)

Здесь F_w — параметр проницаемости.

Уравнение (1.4) подобно уравнению импульсов в проекции на продольную координату для трехмерных уравнений пограничного слоя [10], где аналогом поперечной координаты в уравнении (1.4) служит время τ .

Различие уравнений состоит в коэффициентах N_1 , N_2 и $M\lambda$. Структурное сходство и одинаковый тип этих уравнений позволяет использовать при исследовании нестационарных течений основные идеи численных методов, разработанные для двумерных стационарных и развитые для трехмерных уравнений пограничного слоя [10].

Для численного интегрирования уравнений нестационарного пограничного слоя в настоящей работе развиг неявный конечно-разностный метод повышенной степени точности [11]. Метод получил широкое распространение для исследования двумерных ламинарных и турбулентных пограничных слоев, был развит и широко применяется для решения пространственных задач [10, 12]. Он обеспечивает четвертый порядок точности по нормальной к поверхности координате. Используются граничные условия общего вида без изменения порядка точности интегрирования и однородность вычислительного алгоритма.

Для ускорения сходимости решения уравнения (1.4) используются различные способы линеаризации. Интегрирование уравнения третьего порядка (1.4) сводится к интегрированию систем трех уравнений первого порядка

$$\frac{\partial}{\partial \lambda}(mf_i) = \sum_{i=1}^3 k_i f_i + k_0 + N_3 \left(P_2 \frac{\partial f_2}{\partial \xi} + P_3 \frac{\partial f_3}{\partial \xi} \right) + N_1 q_2 \frac{\partial f_2}{\partial \tau}$$

$$\frac{\partial f_2}{\partial \lambda} = f_1; \quad \frac{\partial f_3}{\partial \lambda} = f_2; \quad f_3 = f$$
(1.6)

Решение ищется в области $\xi_1 \leq \xi \leq \xi_m$, $\tau_0 \leq \tau \leq \tau_m$, $0 \leq \lambda \leq \lambda_\infty$.

Граничные условия в общем виде имеют вид

$$\gamma_{10} + \sum_{i=1}^3 \gamma_{1i} f_i = 0; \quad \gamma_{20} + \sum_{i=1}^3 \gamma_{2i} f_i = 0 \quad (\lambda=0)$$

$$\gamma_{30} + \sum_{i=1}^3 \gamma_{3i} f_i = 0 \quad (\lambda=\lambda_\infty)$$
(1.7)

Коэффициенты m , k_i , P_i , q_2 зависят от ξ , τ , λ , f_i .

Система уравнений (1.6) решается методом итераций. Предполагается, что коэффициенты m , k_i , P_i , q_2 определяются по значениям решения, найденного на предыдущей итерации. Аппроксимация производных по ξ и τ производится по двух- или трехточечным шаблонам. Вычислительный алгоритм основан на применении неявных конечно-разностных шаблонов и на методе слежения за направлением скорости потока. В зависимости от знака составляющей скорости u выделяются характерные области течения. При этом в итерационной процедуре производные в продольном направлении аппроксимируются с использованием направленных разностей в зависимости от направления вектора скорости. При $u < 0$ и $\xi = \xi_m$ $u = u_{000}$.

Уравнения первого порядка (1.6) аппроксимируются по λ конечными соотношениями так, что точность аппроксимации равна $O(h_j^4)$, где h_j — полшаг интегрирования.

Система разностных уравнений решается методом прогонки, алгоритм которой описан в [10, 11]. Сходимость итераций по нелинейности определяется по профилю второй производной функции f с точностью до $\varepsilon \approx 10^{-4} - 10^{-5}$. Кроме итераций по нелинейности для зон с возвратными течениями производились глобальные итерации по зонам. Сходимость также определялась по профилю второй производной функции f с точностью до ε_1 , где $\varepsilon_1 \approx 10^{-4}$. Для рассматриваемых задач обычно сходимость по глобальным итерациям достигалась через 2–5 итераций.

Обработка метода производилась на задаче нестационарного перехода течения несжимаемой жидкости на полубесконечной пластине от течения Блазиуса к течению Фокнера — Скэн и производилось сравнение с [4]. Достигнуто хорошее совпадение результатов [13]. При расчетах использовалась сетка, имеющая 60 узлов по нормали, 30 узлов по τ на периоде и 30 узлов по ξ . Производились методические расчеты на сетках с различным сгущением по λ , а также с более мелким шагом по τ .

2. На практике встречается большое количество течений, в которых внешний по отношению к пограничному слою невязкий поток можно считать меняющимся периодически с течением времени. Такого рода задачи возникают, например, при изучении течений около лопастей винта вертолета или при течении крови в аорте.

Скорость ламинарного течения несжимаемой жидкости на внешней границе пограничного слоя задается в виде

$$U_e(\xi, t) = 1 + A \sin t; \quad \xi = \frac{x\omega}{u_\infty}; \quad t = t\omega$$

где ω — частота колебаний, а A — амплитуда. Рассматривается течение около полубесконечной пластины для $x > 0$.

Применение асимптотических методов для решения данной задачи имеет существенные ограничения. Так, для $|A| \ll 1$, когда в качестве малого параметра можно взять амплитуду колебаний, ограничения выражаются в том, что внешнее возмущение должно быть меньше 10% от основного течения. Если же задача решается путем разложения по частотному параметру, то этот подход ограничен либо большими, либо малыми значениями частотного параметра.

Использование аналитических методов исследования не позволило получить решение этой задачи даже для умеренных значений A . Развитие численных методов дало возможность значительно продвинуться по этому параметру к единице и существенно расширить диапазоны других параметров.

Предварительное разложение функции тока в ряды Фурье с последующим применением для полученной системы уравнений итерационной неявной схемы второго порядка аппроксимации [5] позволило продвинуться до $A = 0,75$. Неявная конечно-разностная схема с использованием глобальных итераций по зонам возвратного течения дает возможность исследовать течение в погранслое при значении амплитуды колебаний A , столь близком к единице, что внешний поток практически останавливается в некоторые моменты времени [13].

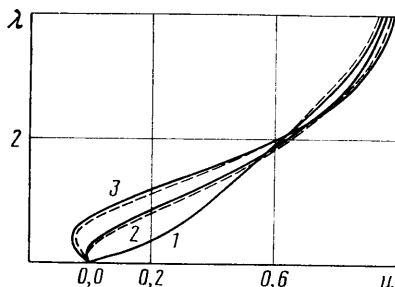
Для тестирования метода проводился расчет течения с $A = 0,3$ и результаты сравнивались с [3]. Для данного A на пластине возникают зоны, в которых трение периодически становится отрицательным. На фиг. 1 приводятся профили продольной составляющей скорости на пластине при $\xi = 5,5$ в течение третьего периода (результаты для третьего и четвертого периодов совпадают) для $t = 0; 0,5; 0,73$ (кривые 1—3 соответственно) сплошные линии — результаты авторов, штриховые — работы [3]. При $t \geq 0,5$ вблизи пластины возникает зона возвратного течения. Сравнение также проводилось по трению и было получено хорошее совпадение [13].

Минимум трения по абсолютной величине с ростом значения параметра A увеличивается в тех точках пластины, где f_w'' и раньше было отрицательным [13]. С ростом A также наблюдается приближение зоны возвратного течения к передней кромке пластины при определенных значениях t на периоде колебаний. Заметно возрастает интенсивность возвратного течения при фиксированных значениях ξ на периоде колебаний с возрастанием A [13].

Для правомерности использования уравнений пограничного слоя исследовалось изменение толщины вытеснения с течением времени на периоде при различных значениях ξ и параметра A ($A = 0,5; 0,75$). Исследования показали, что хотя это изменение носит немонотонный характер (имеется максимум), рост толщины вытеснения незначителен и, следовательно, применение уравнений пограничного слоя для решения данного класса задач оправданно. Изменение толщины вытеснения в зависимости от ξ

в различные моменты времени имеет практически монотонный характер, что также свидетельствует о правомерности применения уравнений пограничного слоя для решений задач при $A=O(1)$ [13].

На фиг. 2 приводятся трение (f_w'') в течение третьего периода для различных ξ : 1,0; 2,5; 4,0; 5,5 (кривые 1-4 соответственно) и $A=0,95$. Заметно увеличение минимального значения трения при $t \approx 0,75$. Причем чем дальше от передней кромки пластины, тем больше по абсолютной величине минимум трения. Отметим, что при стремлении значения A к единице внешний невязкий поток затормаживается, при этом структура пограничного слоя качественно начинает отличаться от случаев с меньшими



Фиг. 1

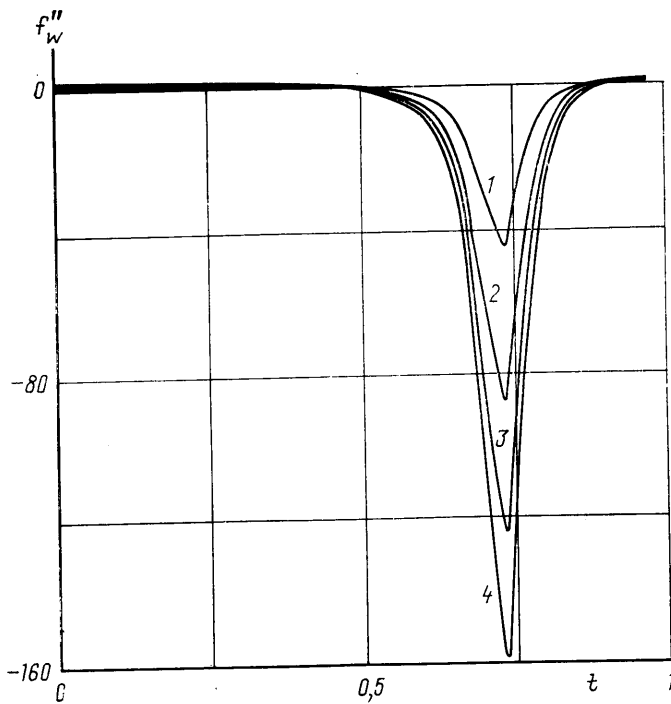
значениями A , например $A=0,75$. Зона возвратного течения прижимается к стенке, становится тоньше и изменение характеристик поперек зоны происходит значительно интенсивнее, при этом абсолютная величина трения возрастает более чем на порядок. Из приведенных результатов видны значительные изменения характеристик как пристеночного возвратного потока, так и основного при $A=0,95$ настоящего исследования от $A=0,75$ [5].

3. Наличие периодического по времени колебания скорости внешнего потока приводит, как следует из результатов предыдущего раздела, к появлению значительных возвратных потоков внутри пограничного слоя, что характеризуется возрастанием толщины пограничного слоя и значительными отрицательными значениями продольной составляющей трения. Эти факторы могут служить предвестниками образования областей отрыва, что нежелательно, так как приводит к ухудшению аэродинамических характеристик обтекаемых тел. Сведение этих негативных явлений к минимуму или их полная нейтрализация — такая цель ставится при исследовании нестационарного пограничного слоя в данном разделе. Одним из способов управления нестационарным пограничным слоем, его контролем является вдув или отсос жидкости через перфорированные участки поверхности. С помощью нестационарного отсоса возможно значительное уменьшение зон возвратного потока, что следует из результатов проведенного исследования.

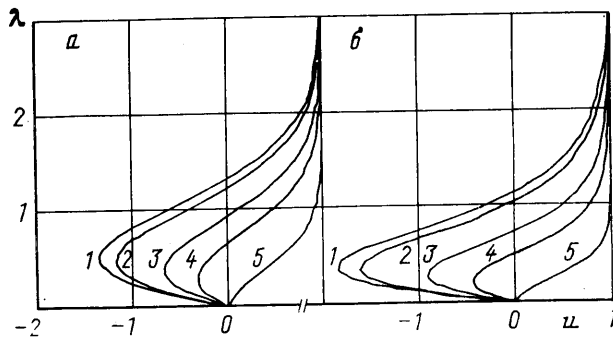
Безразмерная скорость внешнего невязкого течения задавалась, как и выше, в виде $U_e=1+A \sin t$. Граничное условие на поверхности тела (1.4) в случае равномерного по поверхности вдува (отсоса) примет вид

$$F_w = -A_w(1 + \sin(t + \varphi)) \quad (3.1)$$

$$f_w = f_{w0} \sqrt{\frac{\text{Re}_{\alpha 0}}{\text{Re}_{\alpha}}} - F_w \left(1 - \frac{\xi_0}{\xi}\right) \sqrt{\text{Re}_{\alpha}}$$



Фиг. 2

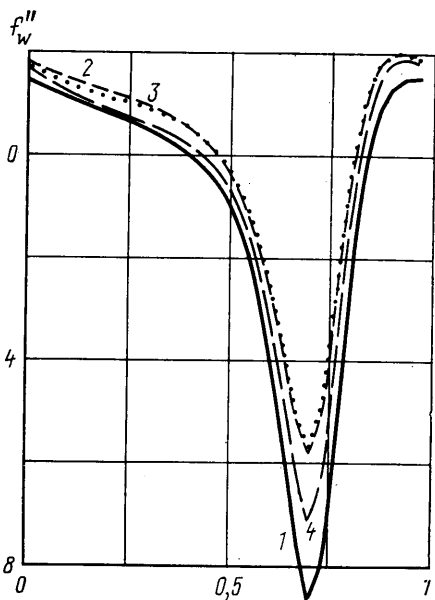


Фиг. 3

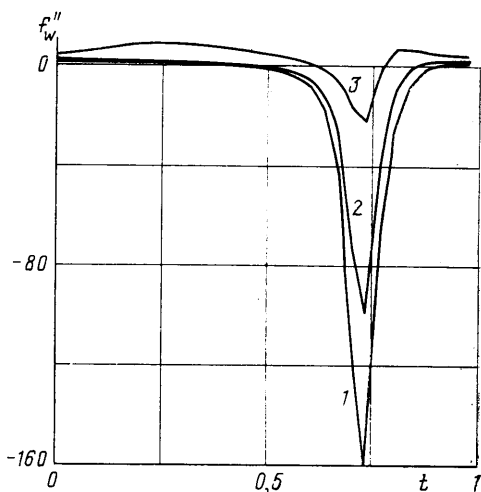
Здесь φ — фазовый сдвиг, A_w — константа амплитуда колебаний. Индекс ноль в формуле (3.1) относится к параметрам, взятым в точке, принятой за начало расчетной области по ξ .

На фиг. 3 приводятся графики продольной составляющей скорости u в различных точках пластины по ξ : $\xi=3,0$; $7,0$ (фиг. 3, а и б соответственно) при $t=0,73$ на третьем периоде колебаний (при данном значении t достигается максимальный по интенсивности возвратный поток) при $A=0,75$, $\varphi=0$ и различных A_w : 0 ; $-0,001$; $-0,005$; $-0,01$; $-0,05$. Графики наглядно иллюстрируют возможность управления течением в нестационарном пограничном слое путем отсоса. Нестационарный отсос позволяет либо уменьшить интенсивность возвратного потока (на примере кривых помеченных цифрами 2–4), либо вовсе ликвидировать зону возвратного течения (кривая 5 на фиг. 3).

Иллюстрация исследования влияния параметра φ на картину течения



Фиг. 4



Фиг. 5

приводится на фиг. 4. Здесь изображено трение (f_w'') на пластине при $A=0,75$, $A_w=-0,005$, $\xi=5,5$ в течение третьего периода для различных φ : $A_w=0$ (кривая 1), $A_w=-0,005$, $\varphi=0$; $-\pi/4$; $-\pi/2$ (кривые 2–4 соответственно). Видно, что если колебания отсоса отстают на периоде на $\pi/4$ от колебаний скорости на внешней границе пограничного слоя, то достигается наиболее эффективный отсос в смысле уменьшения абсолютной величины трения. Все остальные значения φ дают худший результат не только по сравнению с $\varphi=-\pi/4$, но и с $\varphi=0$, т. е. имеется максимум эффективности отсоса при $\varphi \approx -\pi/4$. Фигура 5 демонстрирует изменение трения (f_w'') на пластине для $A_w=0$; $-0,005$; $-0,05$ (кривые 1, 2, 3) при $A=0,95$, $\varphi=0$ и при $\xi=5,5$ в течение третьего периода колебаний. Отсос позволяет существенно уменьшать по абсолютной величине трение на пластине. Максимальное уменьшение минимума трения достигается при $A_w=-0,05$ (более чем в 7 раз) и, следовательно, существенно уменьшается интенсивность возвратного потока в течение периода. Заметим, что отсоса при $A_w=-0,05$ было достаточно для того, чтобы избавиться от возвратного течения при $A=0,75$ (фиг. 3). При $A=0,95$ произошло же только существенное уменьшение его интенсивности.

Предложенный подход к исследованию задач нестационарного пограничного слоя носит общий характер и дает возможность получать не только решение задачи с периодическим распределением внешней невязкой скорости с большими значениями амплитуды колебаний $A \approx O(1)$, а ряда других сложных течений с немонотонным распределением профиля скорости. В отличие от ранее используемых численных методов в нем для расчета в зонах возвратного потока дополнительно вводились глобальные итерации решение по этим зонам, а аппроксимации производных по продольной координате проводились с учетом знака продольной составляющей скорости u . Все это, несмотря на увеличение общего расчетного времени при количестве глобальных итераций 2–5, позволило определить решение в тонких пристеночных зонах со значительными отрицательными величинами трения на поверхности.

При продольном обтекании пластины ламинарным осциллирующим потоком вязкой жидкости с большой амплитудой в пограничном слое воз-

никают рециркуляционные зоны. Расчеты показывают, что интенсивность возвратного течения в них возрастает с увеличением амплитуды колебаний скорости внешнего невязкого потока и с удалением от передней кромки пластины. Удалось исследовать течение в пограничном слое вплоть до $A=0,98$ (результаты приводятся для $A=0,95$), когда внешний по отношению к погранслою поток практически останавливается. Показано, что можно существенно снизить интенсивность возвратного течения и в существенной степени уменьшить значительное по абсолютной величине трение путем нестационарного отсоса жидкости с поверхности за счет изменения амплитуды отсоса A_w и фазового сдвига φ . Отмечено, что изменение фазового сдвига φ может привести как к некоторому уменьшению возвратного потока (по сравнению с $\varphi=0$ при фиксированном A_w), так и к увеличению его интенсивности.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Telionis D. P.* Unsteady viscous flows. Berlin etc.: Springer, 1981. 408 p.
2. *Lighthill M. J.* The response of laminar skin friction and heat transfer to fluctuations in the stream velocity // Proc. Roy. Soc. London. 1954. V. A224. № 1156. P. 1–23.
3. *Phillips J. H., Ackerberg R. C.* A numerical method for integrating the unsteady boundary-layer equations when there are regions of backflow // J. Fluid Mech. 1973. V. 58. Pt. 3. P. 561–579.
4. *Kim J. S., Chang K. S.* Calculation of incompressible and compressible unsteady boundary layers by a noniterative finite difference method. New York, 1984. 11 p. (AIAA Pap. № 1639.)
5. *Duck P. W.* A numerical method for treating time-periodic boundary layers // J. Fluid Mech. 1989. V. 204. P. 549–561.
6. *Simpson R. L.* Review. A review of some phenomena in turbulent flow separation // Trans. ASME. J. Fluids Eng. 1981. V. 103. № 4. P. 520–533.
7. *Уильямс Дж. Ш.* Отрыв пограничного слоя несжимаемой жидкости // Вихревые движения жидкости. М.: Мир, 1979. С. 58–100.
8. *Сычев В. В., Рубан А. И., Сычев В. В., Королев Г. Л.* Асимптотическая теория отрывных течений. М.: Наука, 1987. 255 с.
9. *Tsahalis D. T.* Turbulent boundary layers with unsteady injection-suction // Trans. ASME. J. Fluids Eng. 1980. V. 102. № 3. P. 364–371.
10. *Алексин В. А., Шевелев Ю. Д.* Численное исследование пространственных турбулентных пограничных слоев. Метод расчета: Препринт № 147. М.: ИПМ АН СССР, 1980. 66 с.
11. *Петухов И. В.* Численный расчет двумерных течений в пограничном слое // Численные методы решения дифференциальных и интегральных уравнений и квадратурные формулы. М.: Наука, 1964. С. 304–325.
12. *Алексин В. А., Шевелев Ю. Д.* Пространственный турбулентный пограничный слой на теле сложной формы // Изв. АН СССР. МЖГ. 1986. № 5. С. 25–35.
13. *Алексин В. А., Кудряков А. М.* Нестационарный двухмерный пограничный слой: Препринт № 452. М.: ИПМ АН СССР, 1990. 24 с.
14. *Moore F. K.* Unsteady laminar boundary-layer flow // NASA TN. 1951. № 2471. 33 p.
15. *Lin C. C.* Motion in the boundary layer with a rapidly oscillating external flow // Proc. 9th Int. Congr. Appl. Mech. V. 4. Brussel. 1956. P. 155–169.

Москва

Поступила в редакцию
7.IX.1990