

УДК 532.526.2:533.6.011.55

А. А. КОВАЛЕНКО, И. И. ЛИПАТОВ

ГИПЕРЗВУКОВОЕ ОБТЕКАНИЕ ПЛАСТИНЫ КОНЕЧНОЙ ДЛИНЫ

Для постановки задачи симметричного обтекания пластины конечной длины в режиме сильного вязко-невязкого взаимодействия [1] и выбора метода ее решения существенны два обстоятельства.

Первое связано с характерным для этого режима эффектом распространения возмущений вверх по потоку на расстояния, сравнимые с продольным размером обтекаемого тела [2]. Это приводит к тому, что части потока, обтекающие пластину сверху и снизу, испытывают взаимное эжектирующее влияние, приводящее к разгону течения в окрестности задней кромки. В связи с этим использование автомодельного решения уравнений гиперзвукового пограничного слоя [1], справедливого для обтекания полубесконечной пластины, при расчете аэродинамических характеристик пластины конечной длины является неоправданным. Получение корректного решения возможно лишь с учетом течения в следе.

Второе обстоятельство связано с наличием в решении особенности типа «седла». Имеется в виду то сечение следа, где разгон струек тока приводит к смене докритического типа взаимодействия на закритический [3]. Отсюда следует необходимость разработки такого численного метода, который позволил бы продолжить решение в область, лежащую ниже этого сечения, называемого сечением «запирания».

1. Постановка задачи. Рассматривается течение около обтекаемой под нулевым углом атаки плоской пластины и в следе за ней. Предполагается, что характерное число Рейнольдса имеет большую, но докритическую величину, так что течение в пристеночном пограничном слое и в следе ламинарное. Постулируется режим сильного вязко-невязкого взаимодействия, что справедливо при достаточно больших значениях числа Маха набегающего потока. Далее индексом $^{\circ}$ отмечены размерные величины, индексом ∞ — параметры набегающего потока, индексом C — характерные величины.

Для вывода безразмерных уравнений пограничного слоя необходимо произвести нормировку всех переменных, входящих в исходные полные уравнения Навье — Стокса, на соответствующие характерные величины по правилу $\Phi^{\circ}(x^{\circ}, y^{\circ}) = \Phi_C^{\circ} \Phi(x, y)$. Под нормировкой подразумевается безразмеривание переменных с учетом порядка их величин в рассматриваемой области течения. Нормировочные множители Φ_C° зависят от длины пластины l° , скорости u_{∞}° и плотности ρ_{∞}° набегающего потока, малого параметра задачи $d_C \ll 1$, представляющего собой характерный угол наклона внешней границы невозмущенного пограничного слоя.

Согласно [1], характерны следующие величины: для декартовых координат $x_C^{\circ} = l^{\circ}$, $y_C^{\circ} = d_C l^{\circ}$; для компонент скорости $u_C^{\circ} = u_{\infty}^{\circ}$, $v_C^{\circ} = d_C u_{\infty}^{\circ}$; для плотности $\rho_C^{\circ} = d_C^2 \rho_{\infty}^{\circ}$; для статического давления $p_C^{\circ} = d_C^2 \rho_{\infty}^{\circ} (u_{\infty}^{\circ})^2$; для полной энтальпии $h_C^{\circ} = (u_{\infty}^{\circ})^2 / 2$. Можно показать, что при такой нормировке полной энтальпии в качестве характерного значения абсолютной температуры удобно использовать величину $t_C^{\circ} = (u_{\infty}^{\circ})^2 / (2c_p^{\circ})$, где c_p° — удельная теплоемкость при постоянном давлении. С учетом принятой в настоящей работе степенной зависимости динамического коэффициента вязкости от абсолютной температуры в качестве характерной для него используется величина $\mu_C^{\circ} = \mu^{\circ}(t_C^{\circ})$.

Уравнения пограничного слоя могут быть получены после подстанов-

ки отнормированных таким образом переменных в полные уравнения Навье – Стокса. Для этого достаточно совершить предельный переход для числа Рейнольдса $Re = \rho_\infty u_\infty l^2 / \mu c^\circ \rightarrow \infty$, требуя при этом, чтобы порядки величин конвективного и диффузионного членов уравнения импульса совпадали. Характерный угол наклона внешней границы слоя, при котором выполняется это условие, связан с числом Рейнольдса соотношением $d_c = Re^{-1/4}$.

Система уравнений и краевых условий для вязкой части ударного слоя в отнормированных переменных принимает вид

$$\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial x}(\rho u) + \frac{\partial}{\partial y}(\rho v) &= 0, \quad p = c_1 \rho (h - u^2), \quad \mu = h - u^2 \\ \rho u \frac{\partial u}{\partial x} + \rho v \frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial p}{\partial x} &= \frac{\partial}{\partial y} \left(\mu \frac{\partial u}{\partial y} \right), \quad \frac{\partial p}{\partial y} = 0 \\ \rho u \frac{\partial h}{\partial x} + \rho v \frac{\partial h}{\partial y} &= c_{01} \frac{\partial}{\partial y} \left(\mu \frac{\partial h}{\partial y} \right) + c_{10} \frac{\partial}{\partial y} \left[\mu \frac{\partial}{\partial y} (u^2) \right] \\ y = y_B: v = u = h - h_B &= 0 \quad (0 \leq x \leq 1) \\ y = y_W: v = \frac{\partial u}{\partial y} = \frac{\partial h}{\partial y} &= 0 \quad (x > 1) \\ y = y_L: u = h = 1 & \quad (x \geq 0) \end{aligned} \quad (1.1)$$

$$c_{01} = \frac{1}{Pr}, \quad c_{10} = 1 - \frac{1}{Pr}, \quad c_0 = \frac{\gamma + 1}{\gamma - 1}, \quad c_1 = \frac{\gamma - 1}{2\gamma}, \quad c_2 = \frac{\gamma + 1}{2}$$

Здесь γ — отношение удельных теплоемкостей совершенного газа, Pr — число Прандтля. Индексы B , W , L относятся к значениям переменных на поверхности пластины, оси следа и внешней границе вязкого слоя.

Замыкающее систему (1.1) соотношение можно получить с помощью метода касательных клиньев [4]. В рамках этого метода устанавливается связь давления с местным углом отклонения линий тока от направления набегающего потока. Согласно концепции «эффективного» тела [4], отклонение линий тока формируется под влиянием вытесняющего воздействия пограничного слоя около пластины и следа за ней. В рамках постулируемого в настоящей работе режима сильного вязко-невязкого взаимодействия нетрудно получить соотношение для определения давления при известной толщине вытеснения

$$p = c_2 \left(\frac{dd_L}{dx} \right)^2 \quad (1.2)$$

2. Преобразование переменных. Для решения задачи на ЭВМ вводятся независимые переменные, позволяющие не только исключить из уравнений (1.1) плотность, но и придать расчетной области прямоугольную форму. С вычислительной точки зрения удобно также использовать зависимые переменные, учитывающие вид известного автомодельного решения Лиза – Стюартсона [1] в окрестности передней кромки. Такими свойствами обладают переменные

$$X = x, \quad Y = c_1 x^{-1/4} \int_0^y \rho dy, \quad V = xu \frac{\partial Y}{\partial x} + c_1 x^{3/4} \rho v \quad (2.1)$$

$$U = u, \quad H = h, \quad D = x^{-3/4} d, \quad D_L = x^{-3/4} d_L, \quad P = x^{1/2} p$$

В этих переменных (1.1) и (1.2) принимают вид

$$\begin{aligned} V_Y + 1/4 U + XU_X &= 0 \\ XU U_X + VU_Y + c_1 (G^{-1/2}) (H - U^2) &= c_1 P U_{YY} \end{aligned} \quad (2.2)$$

$$XUH_X + VH_Y = c_1 P [c_{01} H_{YY} + c_{10} (U^2)_{YY}]$$

$$Y=0: V=U=H-H_B=0 \quad (0 \leq X \leq 1)$$

$$Y=0: V=U_Y=H_Y=0 \quad (X > 1)$$

$$Y=\infty: U=H=1 \quad (X \geq 0)$$

(2.1)

$$S_L = \int_0^{\infty} (H-U^2) dY, \quad S_M = \frac{\gamma-1}{2} \int_0^{\infty} \frac{(H-U^2)(H-c_0 U^2)}{U^2} dY$$

$$D=D_L = \frac{S_L}{P}, \quad P=c_2 \left(XDX + \frac{3}{4} D \right)^2$$

$$G=X \frac{P_X}{P} = \frac{2(X^2 D_{XX} + 7/4 X D_X)}{(XD_X + 3/4 D)}$$

В сформулированной задаче центральной является процедура поиска такого распределения толщины эффективного тела $d(x)$, которое к моменту завершения этой процедуры совпадало бы с толщиной вытеснения вязкого слоя $d_L(x)$ во всей расчетной области. В переменных (2.1) это означает, что $D(X)=D_L(X)$ при любом X . Поэтому всюду далее функция $D_L(X)$ будет употребляться без индекса. Подробное описание процедуры поиска самосогласованной толщины эффективного тела можно найти в [4].

3. Анализ течения около задней кромки. Изменение условия прилипания к поверхности на условие симметрии течения в следе нарушает регулярность решения уравнений пограничного слоя. Соответствующий анализ проведен в [5]. Разрыв в граничном условии приводит к необходимости рассмотрения дополнительной области вблизи оси следа сразу за задней кромкой (фиг. 1). Согласно [6], переменные в этой области можно представить в виде

$$\xi=X-1, \quad \eta=(X-1)^{-1/3} Y, \quad F = \int_0^Y U dY$$

$$F(\xi, \eta) = F^{20} + \xi^{2/3} F^{21}(\eta) + \dots$$

(3.1)

$$H(\xi, \eta) = H^{20} + \xi^{1/3} H^{21}(\eta) + \dots$$

Первая цифра верхних двойных индексов соответствует номеру рассматриваемой области, вторая — номеру члена в координатном разложении. В силу симметрии течения $F^{20}=0$. Температура поверхности пластины считается постоянной, так что $H^{20}=H_B$. Подстановка (3.1) в (2.2) приводит к краевой задаче для функций первого приближения

$$c_1 P F_{\eta\eta}^{21} + 2/3 F^{21} F_{\eta\eta}^{21} - 1/3 (F_{\eta}^{21})^2 = c_1 \xi^{1/3} G H^{20} \quad (3.2)$$

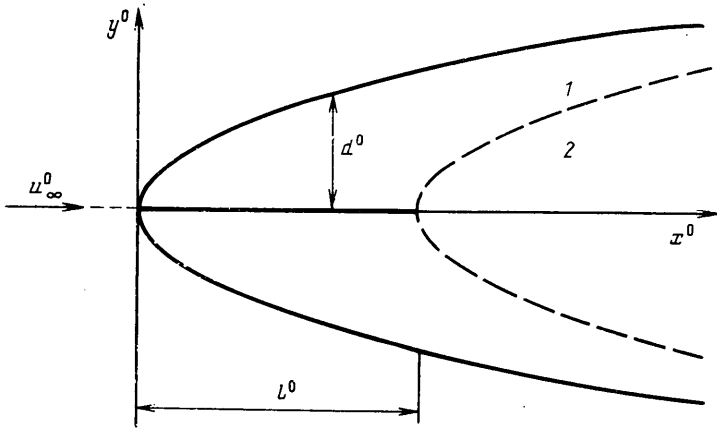
$$c_1 c_{01} P H_{\eta\eta}^{21} + 2/3 F^{21} H_{\eta}^{21} - 1/3 F_{\eta}^{21} H^{21} = 0$$

$$F^{21}(0) = F_{\eta\eta}^{21}(0) = 0, \quad F_{\eta\eta}^{21}(\infty) = U_Y(1, 0) = \tau$$

$$H^{21}(0) = 0, \quad H_{\eta}^{21}(\infty) = H_Y(1, 0) = q$$

Представление решения в области 2 зависит от величины температурного фактора поверхности $H^{20}=H_B$.

4. Обтекание нехолодной пластины. В случае обтекания пластины с температурным фактором поверхности $H_B=O(1)$ из условий срачивания решения в областях 1 и 2 следует, что функции F и H можно представить



Фиг. 1

в виде:

$$F(X, Y) = F^{10}(Y) + (X-1)^{1/2} F^{11}(Y) + \dots, \quad F^{10}(Y) = F(1, Y) \quad (4.1)$$

$$H(X, Y) = H^{10}(Y) + (X-1)^{1/2} H^{11}(Y) + \dots, \quad H^{10}(Y) = H(1, Y)$$

Подстановка (4.1) в интеграл S_L приводит к разложению

$$S_L(X) = S_L^{10} + (X-1)^{1/2} S_L^{11} + \dots \quad (4.2)$$

$$S_L^{10} = \int_0^\infty [H^{10} - (F_Y^{10})^2] dY, \quad S_L^{11} = \int_0^\infty [H^{11} - 2F_Y^{10} F_Y^{11}] dY$$

Та же подстановка в уравнения импульса и энергии системы (2.2) приводит к системе для определения F^{11} и H^{11}

$$F_Y^{10} F_Y^{11} - F_{YY}^{10} F^{11} = 0, \quad F_Y^{10} H^{11} - H_Y^{10} F^{11} = 0$$

Решение ее имеет вид

$$F^{11} = C F_Y^{10}, \quad H^{11} = C H_Y^{10}, \quad C = \text{const} \quad (4.3)$$

Подстановка (4.3) в (4.2) и последующее интегрирование приводят к соотношению $S_L^{11} = -C H_B$. С помощью формулы для определения $D(X)$ системы (2.2) легко показать, что

$$D(X) = D^{10} + (X-1)^{1/2} D^{11} + \dots, \quad D^{10} = \frac{S_L^{10}}{P^{10}}, \quad D^{11} = \frac{S_L^{11}}{P^{10}} = -C \frac{H_B}{P^{10}}$$

Из формулы, связывающей давление и толщину вытеснения, следует, что лишь равенство $C=0$ (следовательно и $D^{11}=0$) позволяет избежать появления бесконечно большого возмущения давления на задней кромке. Аналогичный результат получен в [7-9], где исследовано обтекание задней кромки пластины до- и сверхзвуковым потоком.

5. Обтекание холодной пластины. При $H_B=0$ автоматически выполняется $D^{11}=0$. Вклад в изменение суммарной толщины вытеснения области 2 равен по порядку величины $O(\xi^{3/2})$. Эта оценка следует из формулы для D , в которую входит интеграл $S_L \sim \delta H \delta Y$. Во избежание появления особенности в распределении давления этот вклад должен быть компенсирован противоположным по знаку изменением толщины вытеснения основной области 1. Функции течения в ней можно представить в виде

$$F(X, Y) = F^{10}(Y) + (X-1)^{1/2} F^{11}(Y) + \dots, \quad F^{10}(Y) = F(1, Y)$$

$$H(X, Y) = H^{10}(Y) + (X-1)^{\frac{1}{2}} H^{11}(Y) + \dots, \quad H^{10}(Y) = H(1, Y) \quad (5.1)$$

Подстановка (5.1) в интеграл S_L приводит к разложению

$$S_L(X) = S_L^{10} + (X-1)^{\frac{1}{2}} S_L^{11} + \dots \quad (5.2)$$

$$S_L^{10} = \int_0^{\infty} [H^{10} - (F_Y^{10})^2] dY, \quad S_L^{11} = \int_0^{\infty} [H^{11} - 2F_Y^{10} F_Y^{11}] dY$$

Та же подстановка в уравнения импульса и энергии системы (2.2) приводит к системе для определения F^{11} и H^{11}

$$F_Y^{10} F_Y^{11} - F_{Y^2}^{10} F^{11} + c_1 \frac{P^{11}}{P^{10}} [H^{10} - (F_Y^{10})^2] = 0, \quad F_Y^{10} H^{11} - H_Y^{10} F^{11} = 0$$

Решение ее имеет вид

$$F^{11} = -c_1 \frac{P^{11}}{P^{10}} F_Y^{10} \int_0^Y \frac{H^{10} - (F_Y^{10})^2}{(F_Y^{10})^2} dY \quad (5.3)$$

$$H^{11} = -c_1 \frac{P^{11}}{P^{10}} H_Y^{10} \int_0^Y \frac{H^{10} - (F_Y^{10})^2}{(F_Y^{10})^2} dY$$

Подстановка (5.3) в (5.2) приводит к соотношению $S_L^{11} = (P^{11}/P^{10})(S_L^{10} + S_M^{10}/\gamma)$. С помощью формулы для определения D системы (2.2) можно показать, что

$$D(X) = D^{10} + (X-1)^{\frac{1}{2}} D^{11} + \dots$$

$$D^{10} = \frac{S_L^{10}}{P^{10}}, \quad D^{11} = \frac{S_L^{10}}{P^{10}} \left(\frac{S_L^{11}}{S_L^{10}} - \frac{P^{11}}{P^{10}} \right)$$

Подставляя в последнее равенство S_L^{11} , можно получить

$$D^{11} = \frac{1}{\gamma} \frac{P^{11}}{P^{10}} \frac{S_M}{P^{10}} \quad (5.4)$$

Условие компенсации, обеспечивающее регулярность решения

$$\frac{P^{11}}{P^{10}} S_M + \gamma \int_0^{\infty} (H^{21} - q\eta) d\eta = 0 \quad (5.5)$$

где функция $H^{21}(\eta)$ определяется из решения задачи (3.2) при $H^{20} = 0$. При $\text{Pr} = 1$ численное интегрирование дает

$$\int_0^{\infty} (H^{21} - q\eta) d\eta \approx 0,4q \left(c_1 \frac{P^{10}}{\tau} \right)^{\frac{1}{2}}$$

Формула (5.5) показывает, что знак градиента давления в следе при $\xi \rightarrow 0$ определяется знаком интеграла S_M . При $S_M > 0$, что соответствует докритическому типу взаимодействия, реализуется благоприятный градиент давления ($P^{11} < 0$). В противном случае, т. е. при закритическом типе взаимодействия, реализуется неблагоприятный градиент давления ($P^{11} > 0$).

Особым является случай $S_M = 0$, при котором вклад в изменение толщины вытеснения в области 1 становится нулевым, а вклад области 2 равен по порядку $O(\xi^{\frac{1}{2}})$. Для построения самосогласованной схемы необходимо учесть следующий член разложения в области 1, пропорциональный квад-

рату приращения давления. Выполнение условия (5.5) позволяет определить выражение для возмущения давления, имеющего порядок $O(\xi^{1/3})$.

6. Оценка протяженности области влияния. Проведенный анализ можно использовать для определения месторасположения так называемого сечения запирания, в котором происходит смена докритического типа взаимодействия на закритический. Согласно [3], запирание потока характеризуется выполнением критерия Пирсона [10]. В принятых обозначениях этому соответствует равенство $S_M(X_-) = 0$, где X_- — координата сечения запирания.

Предположим, что расстояние от задней кромки до сечения запирания мало. Справедливо равенство

$$S_M = \frac{\gamma-1}{2} S_N - S_L \quad (6.1)$$

$$S_N = \int_0^{\infty} \frac{(H-F_Y^2)^2}{F_Y^2} dY = \int_0^{Y_N} \frac{(H-F_Y^2)^2}{F_Y^2} dY + \int_{Y_N}^{\infty} \frac{(H-F_Y^2)^2}{F_Y^2} dY \quad (6.2)$$

С учетом (3.1) первое слагаемое в (6.2) можно приближенно представить в виде

$$\int_0^{Y_N} \frac{(H-F_Y^2)^2}{F_Y^2} dY \approx \xi^{-1/3} \left[\int_0^{\infty} \frac{(H^2 + \xi^{1/3} H^{21})^2}{(F_{\eta}^{21})^2} d\eta - \int_{\eta_N}^{\infty} \frac{(H^2 + \xi^{1/3} H^{21})^2}{(F_{\eta}^{21})^2} d\eta \right] \quad (6.3)$$

В пределе при $\eta_N = Y_N / \xi^{1/3} \rightarrow \infty$ функция $F_{\eta}^{21} = \tau \eta_N + O[\exp(-\eta_N)] + \dots$. Тогда (6.3) принимает вид

$$\int_0^{Y_N} \frac{(H-F_Y^2)^2}{F_Y^2} dY \approx \xi^{-1/3} H_B^2 \int_0^{\infty} \frac{1}{(F_{\eta}^{21})^2} d\eta - \frac{1}{Y_N} \left(\frac{H_B}{\tau} \right)^2 \quad (6.4)$$

Второе слагаемое в (6.2) преобразуется при малых Y_N следующим образом:

$$\int_{Y_N}^{\infty} \frac{(H-F_Y^2)^2}{F_Y^2} dY \approx \int_0^{\infty} \left[\frac{(H-F_Y^2)^2}{F_Y^2} - \frac{1}{Y^2} \left(\frac{H_B}{\tau} \right)^2 \right] dY + \frac{1}{Y_N} \left(\frac{H_B}{\tau} \right)^2 + O(Y_N^2) \quad (6.5)$$

С учетом (6.4) и (6.5) формула (6.2) преобразуется в пределе при $Y_N \rightarrow 0$, $\xi \rightarrow 0$, $Y_N / \xi^{1/3} \rightarrow \infty$ к следующей:

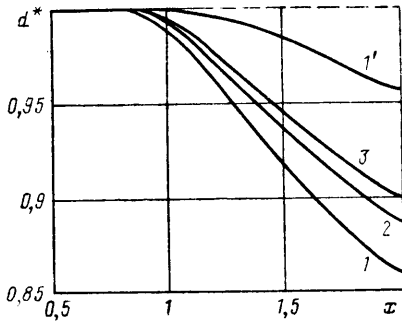
$$S_N = S_N^0 + \xi^{-1/3} H_B^2 S_N^1 \quad (6.6)$$

$$S_N^0 = \int_0^{\infty} \left[\frac{(H-F_Y^2)^2}{F_Y^2} - \frac{1}{Y^2} \left(\frac{H_B}{\tau} \right)^2 \right] dY, \quad S_N^1 = \int_0^{\infty} \frac{1}{(F_{\eta}^{21})^2} d\eta$$

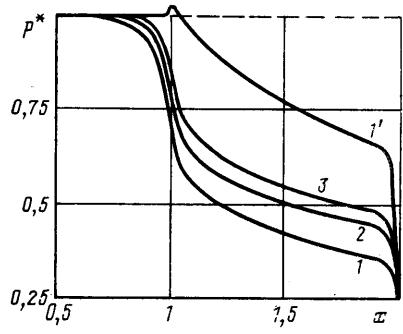
Теперь с помощью (6.1) легко получить выражение для координаты сечения запирания

$$X_- = 1 + \xi_- = 1 + \left\{ \frac{1/2(\gamma-1)H_B^2 S_N^1}{[S_L^{-1/2}(\gamma-1)S_N^0]} \right\}^3$$

Таким образом, предположение о малости расстояния от задней кромки до сечения запирания верно, если мал температурный фактор поверхности или близко к единице отношение удельных теплоемкостей.



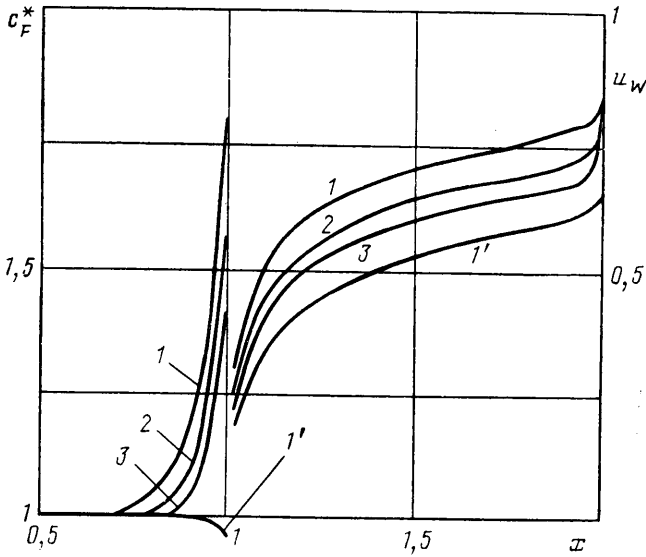
Фиг. 2



Фиг. 3

7. Результаты расчетов. Графический материал представлен таким образом, чтобы наглядно продемонстрировать различие между обтеканием полубесконечной пластины и пластины конечной длины. Расчеты проводились для одно-, двух- и трехатомного совершенного газа. Соответствующие кривые на рисунках отмечены цифрами 1, 2 и 3. Кроме того, для одноатомного газа ($\gamma=5/3$) проведены расчеты с целью изучения влияния охлаждения поверхности на решение. В этой серии расчетов температурный фактор принимал нулевое значение. Соответствующие кривые отмечены цифрой 1 со штрихом. Пунктирными кривыми изображены автомодельные решения, т. е. решения задачи об обтекании полубесконечной пластины. Индексом * отмечены функции, отнесенные к своему автомодельному значению. Все расчеты проводились при $Pr=1$. Координата $X=1$ соответствует задней кромке пластины. Давление на правой границе расчетной области $X=2$ поддерживалось на постоянном уровне $P^*(2)=0,25$. Выбор такого достаточно низкого давления гарантирует от нежелательного появления возвратных струек тока около этой границы. Разумеется, это приводит к местному разгону потока, но не оказывает влияния на течение около пластины и на протяжении большей части следа.

Из фиг. 2 следует, что смена условия прилипания на условие симметрии течения в сечении $X=1$ на толщине вытеснения сказывается незначительно. Так, в этом сечении отличие ее от соответствующей автомодельной величины не превышает 1% для трехатомного газа и 2% для одноатомного. Еще меньше это отличие для обтекания одноатомным газом холодной пластины (кривая 1'). Гораздо более чувствительным к изменению граничного условия около задней кромки оказывается статическое давление (фиг. 3). Уже на расстоянии около четверти калибра до этой кромки происходит падение давления относительно его значений для полубесконечной пластины. Это является следствием местного разгона течения, вызванного взаимным эжектирующим влиянием частей потока, обтекающих пластину снизу и сверху. Необычно выглядит эпюра $p^*(X)$ для холодной пластины (кривая 1'). При подходе к задней кромке относительное давление незначительно увеличивается и только в следе начинает уменьшаться, что соответствует выводам, сделанным в разд. 5. Естественно, что разгон струек тока сопровождается ростом местного коэффициента поверхностного трения $c_F = [\mu \partial u^\circ / \partial y^\circ]_B / [\rho_\infty^\circ (u_\infty^\circ)^2 / 2] = = 2X^{-3/4} P (\partial U / \partial Y)_B$ и его относительной величины c_F^* (фиг. 4). Обтекание холодной пластины сопровождается торможением струек тока при подходе к задней кромке и незначительным уменьшением c_F^* (кривая 1'). Здесь же представлены распределения скорости U_w на оси следа. Наиболее интенсивный ее рост наблюдается при обтекании пластины одноатомным газом.



Фиг. 4

Расчеты интеграла $S_M(X)$ позволили установить, что течение за холодной пластиной становится закритическим уже на малом (один — два шага расчетной сетки $DX=0,016$) расстоянии от задней кромки. Течение около холодной пластины закритическое всюду.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Хейз У. Д., Пробстин Р. Ф. Теория гиперзвуковых течений. М.: Изд-во иностр. лит., 1962. 607 с.
2. Нейланд В. Я. Распространение возмущений вверх по течению при взаимодействии гиперзвукового потока с пограничным слоем // Изв. АН СССР. МЖГ. 1970. № 4. С. 40—49.
3. Нейланд В. Я. К теории взаимодействия гиперзвукового потока с пограничным слоем для отрывных двумерных и пространственных течений. Ч. 1. Пространственные течения // Уч. зап. ЦАГИ. 1974. Т. 5. № 2. С. 70—79.
4. Коваленко А. А. Численное моделирование течения в гиперзвуковом ламинарном пограничном слое // Тр. ЦАГИ. 1989. Вып. 2417. С. 3—39.
5. Шлихтинг Г. Теория пограничного слоя. М.: Наука, 1974. 711 с.
6. Goldstein S. Concerning some solutions of boundary layer equations in hydrodynamics // Proc. Camb. Phil. Soc. 1930. V. 26. № 1. P. 1—30.
7. Stewartson K. On the flow near the trailing edge of a flat plate // Mathematika. 1969. V. 16. Pt 1. № 31. P. 106—121.
8. Messiter A. F. Boundary-layer flow near the trailing edge of a flat plate // SIAM J. Appl. Math. 1970. V. 18. № 1. P. 241—257.
9. Daniels P. G. Numerical and asymptotic solutions for the supersonic flow near the trailing edge of a flat plate // Quart. J. Mech. Appl. Math. 1974. V. 27. № 2. P. 175—191.
10. Pearson H., Holliday J. B., Smith S. F. A theory of the cylindrical ejector supersonic propelling nozzle // J. Roy. Aeronaut. Soc. 1958. V. 62. № 574. P. 746—751.

Москва

Поступила в редакцию
29.X.1990