

УДК 532.526.2:533.6.011.5

© 1991 г.

Н. П. ГРИДНЕВ

**ОБ ОСОБЕННОСТЯХ РАСПРЕДЕЛЕНИЯ ТЕМПЕРАТУРЫ
В СВЕРХЗВУКОВОМ ЛАМИНАРНОМ ПОГРАНИЧНОМ СЛОЕ**

При течении газа вдоль плоской пластины с молекулярными и турбулентными числами Прандтля, равными единице, профили температур $v = (T_0 - T_w) / (T_{0e} - T_w)$ и скоростей $\omega = u / u_e$ тождественно совпадают [1]. Этот факт в литературе известен как соотношение Крокко и широко используется. Однако в связи с развитием измерительной техники и накоплением экспериментальных результатов было показано, что линейное соотношение Крокко не позволяет судить о характере течения в пограничном слое во многих практически важных случаях, когда число Прандтля отличается от единицы. Так, при обтекании теплоизолированных плоских пластин, конусов и других тел на границе пограничного слоя, развивающегося на этих моделях, было обнаружено превышение (всплеск) локальной температуры торможения над температурой торможения внешнего потока [2]. В случае же течения газа в расширяющейся части сопла этот эффект отсутствовал [2], а зависимость температуры от скорости имела квадратичный характер $v = \omega^2$. Отмеченные явления были неоднократно зарегистрированы в турбулентном пограничном слое.

Аналогичные эффекты выявлены и в ламинарном пограничном слое. Исследование проводилось на основе численного решения полной системы уравнений Навье – Стокса для вязкого теплопроводного газа. При этом использовалась разностная схема 3-го порядка точности [3].

1. Постановка задачи. Рассмотрим проблему на примере трех задач: обтекание тонкой плоской пластины конечных размеров, обтекание конуса (угол полураствора $\beta = 30^\circ$), состыкованного с цилиндром, набегание ударной волны на тонкую полубесконечную пластину. Исследование будем проводить в двухмерной постановке. Систему уравнений Навье – Стокса в этом случае для вязкого теплопроводного газа запишем в следующем виде:

$$\frac{\partial f}{\partial t} + \frac{\partial F}{\partial x} + \frac{\partial G}{\partial r} + H(f) = 0$$

$$f = \begin{pmatrix} \rho \\ \rho u \\ \rho v \\ E \end{pmatrix}, \quad F = \begin{pmatrix} \rho u \\ \rho u^2 - \sigma_x \\ \rho uv - \tau_{xr} \\ (E - \sigma_x) - \tau_{xr}v - \lambda \frac{\partial T}{\partial x} \end{pmatrix}, \quad G = \begin{pmatrix} \rho v \\ \rho uv - \tau_{xr} \\ \rho v^2 - \sigma_r \\ (E - \sigma_r)v - \tau_{xr}u - \lambda \frac{\partial T}{\partial r} \end{pmatrix}$$

$$H = \frac{k}{r} \begin{pmatrix} \rho v \\ \rho uv - \mu \frac{\partial v}{\partial x} - \mu \frac{\partial u}{\partial r} + \frac{2}{3} \frac{\partial}{\partial x}(\mu v) \\ \rho v^2 - 2 \left[\mu \frac{\partial}{\partial r} \left(\frac{v}{r} \right) - \frac{1}{3} \frac{\partial}{\partial r} \left(\frac{\mu v}{r} \right) \right] \\ (E + p)v + \frac{4}{3} \mu \left[v \frac{\partial u}{\partial x} + rv \frac{\partial}{\partial r} \left(\frac{v}{r} \right) \right] - \lambda \frac{\partial T}{\partial r} \end{pmatrix}$$

$$E = c_v \rho T + \frac{1}{2} \rho u^2 + \frac{1}{2} \rho v^2, \quad \sigma_x = -p - \frac{2}{3} \mu \left(\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial r} \right) + 2\mu \frac{\partial u}{\partial x}$$

$$\sigma_r = -p - \frac{2}{3} \mu \left(\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial r} \right) + 2\mu \frac{\partial v}{\partial r}, \quad \tau_{xr} = \mu \left(\frac{\partial u}{\partial r} + \frac{\partial v}{\partial x} \right)$$

Здесь $k=0$ — плоский случай, $k=1$ — осесимметричный случай.

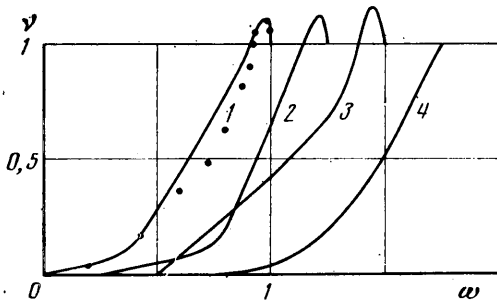
Положим, что середина пластины и ось симметрии конуса с цилиндром расположены по линии $r=0$ под нулевым углом атаки к набегающему сверхзвуковому потоку. В этом случае граничные условия на оси симметрии стандартные: $\partial u / \partial r = -\partial \rho / \partial r = -\partial p / \partial r = v = 0$. На левой границе расчетной области поддерживаются параметры невозмущенного набегающего сверхзвукового потока. На правой и верхней границах в фиктивных слоях, окружающих расчетную область, параметры потока рассчитываются по схеме 1-го порядка точности с односторонней разностью. Предполагается также, что поверхность обтекаемых тел теплоизолирована ($\partial T / \partial n = 0$) и на ней выполняется условие прилипания $u = v = 0$. В фиктивных слоях, окружающих эту поверхность, значение параметров газа определялось из условий совместности граничных условий и решаемых уравнений.

В случае обтекания конечной пластины и конуса с цилиндром в начальный момент времени они мгновенно вводились в равномерный поток. Расчет заканчивался к моменту установления. При набегании ударной волны на полубесконечную пластину в начальный момент времени пластина находилась в покоящемся газе, а слева на нее двигалась плоская ударная волна. Расчет заканчивался к моменту, когда волна подходила к правой границе расчетной области, но не выходила за ее пределы.

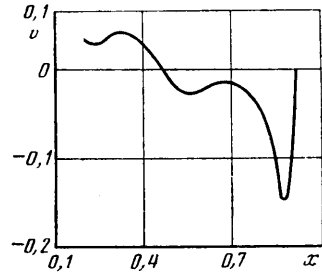
Все задачи решались при числе Прандтля $Pr = 0,7$, отношении теплоемкостей $\gamma = 1,4$ и в предположении, что коэффициенты динамической вязкости и теплопроводности имеют степенную зависимость от температуры $\mu = \mu_e (T/T_e)^{0,75}$, $\lambda = \lambda_e (T/T_e)^{0,75}$. Значение числа Рейнольдса определялось параметрами невозмущенного набегающего потока и характерным размером. В качестве характерного размера брались соответственно: длина конечной пластины, радиус цилиндра, стыкованного с конусом, и расстояние от передней кромки полубесконечной пластины до координаты ее последней точки в расчетной области.

2. Результаты расчета. Результаты расчетов представлены на фиг. 1 в виде зависимости $\vartheta = (T_0 - T_w) / (T_{0e} - T_w)$ от $\omega = u / u_e$ в зоне пограничного слоя. Кривая 1 дает зависимость этих величин в случае обтекания тонкой конечной пластины при $Re = 1000$, $M = 2$ и $x/L = 0,5$, где L — длина пластины. Аналогичные результаты приведены (кривая 2) в случае обтекания конуса, стыкованного с цилиндром, при $Re = 2 \cdot 10^3$ и $M = 2$. Данные характеризуют пограничный слой на конусе в сечении $l/L = 0,75$ (L — длина образующей конуса). Кривые 3, 4 иллюстрируют состояние пограничного слоя, формирующегося на полубесконечной пластине при набегании на нее ударной волны с $M = 3,95$ и $Re = 5 \cdot 10^4$ в двух характерных областях, возникающих при подобного рода течениях.

Остановимся на этом подробнее. Ввиду того что продольная составляющая скорости газа в зоне пограничного слоя связана с расстоянием от пластины, профиль ударной волны в этом месте не является плоским. По мере приближения к пластине происходит отставание фронта ударной волны, что в свою очередь приводит к тому, что в пограничном слое за ударной волной имеет место интенсивный приток газа по направлению к пластине. Это хорошо видно на фиг. 2, где в безразмерном виде представлено распределение поперечной составляющей скорости вдоль пластины с $x/L = 0,2$ (слева) до фронта ударной волны (справа) на расстоянии $0,014L$ от поверхности пластины. На определенном удалении от фронта ударной волны интенсивность притока газа к пластине уменьшается до нуля и начинается зона с оттоком газа, обычно присущая стационарному обтеканию пластин вне окрестности их задней кромки. Данные для построения кривых 3—4 на фиг. 1 брались соответственно в зоне с оттоком газа от пластины при $x/L = 0,32$ и в зоне притока газа к поверхности пла-



Фиг. 1



Фиг. 2

стины при $x/L=0,5$. Кривые 1–2 построены в областях с оттоком газа от конечной пластины и конуса.

Как следует из кривых 1–3 фиг. 1, при ламинарном обтекании теплоизолированных пластин и конуса, так же как и при турбулентном обтекании [2], на границе пограничного слоя, развивающегося на этих аэродинамических моделях, имеет место превышение локальной температуры торможения над температурой торможения внешнего потока. Для качественного представления точками нанесены экспериментальные результаты, полученные при турбулентном обтекании с $M=3$ теплоизолированной пластины [2]. Во всех трех случаях поперечная составляющая скорости направлена от обтекаемого объекта. Это, по-видимому, и является причиной оттока энергии из внутренних слоев пограничного слоя к его внешней границе и образования там всплеска температуры. В случае же, когда поперечная составляющая скорости при набегании ударной волны на полубесконечную пластину направлена к поверхности пластины (кривая 4, фиг. 1), этот эффект, так же как при турбулентном течении в расширяющейся части сопла [2], отсутствует, а зависимость температуры $-\vartheta$ от скорости $-\omega$ близка к квадратичной. Такой же результат имеет место и в области задней кромки плоской пластины конечных размеров, где также существует приток газа к ее поверхности. Полученное качественное соответствие в распределении температуры в ламинарном и турбулентном пограничных слоях, по-видимому, связано с подобием в распределении средних поперечных скоростей турбулентного и поперечных скоростей ламинарного обтекания, что скорее всего возможно в отсутствие когерентных вихревых образований в зоне турбулентного пограничного слоя.

В заключение отметим, что при обтекании пластины конечных размеров слаборазреженным газом с параметрами, взятыми из [4], величина всплеска температуры на границе пограничного слоя уменьшилась по сравнению с кривой 1 на фиг. 1 в 2 раза. Причиной этому является скольжение газа по поверхности пластины, приводящее к уменьшению оттока энергии из внутренних слоев пограничного слоя к внешним.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Шахтинг Г. Теория пограничного слоя. М.: Наука, 1974. 711 с.
2. Лейдермен А. Дж. Влияние температуры стенки на сверхзвуковой турбулентный пограничный слой // Ракетная техника и космонавтика. 1978. Т. 16. № 7. С. 106–114.
3. Гринев Н. П. Разностная схема 3-го порядка точности для расчета сложных газодинамических и магнитогидродинамических течений // Вопросы магнитной газодинамики. Новосибирск, 1979. С. 94–119.
4. Гринев Н. П. Структура течения вязкого газа вблизи задней кромки плоской пластины // Изв. АН СССР. МЖГ. 1987. № 2. С. 27–30.

Новосибирск

Поступила в редакцию
15.XI.1990