

УДК 532.517.4

© 1991 г.

**М. Ю. КАРЯКИН, В. Р. КУЗНЕЦОВ, А. А. ПРАСКОВСКИЙ**

## **ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНАЯ ПРОВЕРКА ГИПОТЕЗЫ ОБ ИЗОТРОПИИ МЕЛКОМАСШТАБНОЙ СТРУКТУРЫ ТУРБУЛЕНТНОСТИ**

Теория [1, 2] лежит в основе современных представлений о структуре развитых турбулентных течений. Одно из ее основных предсказаний (закон «двух третей») хорошо подтверждено экспериментально. Второй главный результат (локальная изотропия турбулентности) до сих пор вызывает сомнения. Некоторые намеки на возможную анизотропию мелкомасштабных пульсаций содержатся уже в работе [3], дающей уточнения теории [1, 2]. Хотя соответствующие поправки и малы, они зависят от интегрального масштаба турбулентности  $L$ . Эта величина характеризует крупномасштабные пульсации и может служить «носителем» анизотропии.

Возможный механизм возникновения анизотропии указан в [4]. Он основан на хорошо известном явлении внутренней перемежаемости, которая и послужила причиной появления теории [3]. В динамике мелкомасштабных пульсаций важную роль играют флуктуации диссипации, имеющие очень большую амплитуду. Эти флуктуации концентрируются в узких областях. Численные расчеты [5] свидетельствуют, что эти области имеют нитевидную структуру. Важно, что толщина нити много меньше ее кривизны, т. е. производные скорости вдоль нити много больше, чем в поперечных направлениях. Поэтому слабая анизотропия ориентации нитей, вызванная крупномасштабным движением, может вызывать ощутимую анизотропию поля производных, не исчезающую с ростом числа Рейнольдса.

Такая возможность указана в [6] на основе анализа многочисленных экспериментальных данных. Из обзора, проведенного в этой работе, видно, что отношения средних квадратов различных производных скорости на десятки процентов отличаются от изотропных значений, а порядок отклонений остается одним и тем же в потоках с сильно отличающимися числами Рейнольдса.

Однако эти данные далеко не безупречны. Значительная их часть получена с помощью термоанемометров в потоках со значительной степенью турбулентности. При этом возникают ошибки двух типов. Первый связан с применением гипотезы Тейлора. Теория этого вопроса разработана в [7], а ее практическое применение [8] показывает, что поправки доходят до десятков процентов (они завывают степень анизотропии). Другой тип обусловлен нелинейным характером связи между сигналом и компонентами скорости (использование линеаризаторов их не устраняет). Насколько известно авторам, этот тип погрешностей до сих пор не анализировался. Как будет видно далее, ошибки этого типа такого же порядка и также приводят к завышению анизотропии. В этой связи полезно заметить, что в совокупности экспериментальных данных, содержащихся в обзоре [6], можно обнаружить зависимость степени анизотропии производных скорости от интенсивности турбулентности (анизотропия в струях больше, чем в следах, она растет с уменьшением спутности отдельной струи и по мере продвижения к ее периферии).

Третий тип погрешностей связан с недостаточной пространственной разрешимостью измерений. Хотя основные положения теории этого вопроса давно разработаны [9], характер и порядок влияния этого фактора на коэффициенты анизотропии неизвестны. Как будет видно далее, этот фактор также завывает степень анизотропии.

Наконец, теория [1, 2] исходит из каскадного механизма передачи энергии по спектру. Если принять, что размеры вихрей в соседних элементах каскада различаются в 2 раза, то максимальное число таких элементов порядка  $n = \log_2(L/\eta)$ , где  $\eta$  — колмогоровский масштаб. Отсюда видно, что даже при самых больших числах Рейнольдса, которые достижимы в земных условиях, величина  $n$  порядка 10, т. е. не очень велика, и поэтому отклонения от изотропии могут быть связаны с недостаточно высокими числами Рейнольдса.

Отсюда ясно, что существующие экспериментальные данные однозначно не опровергают гипотезу о локальной изотропии турбулентности. Указанные соображения

определили направление данной работы, в задачи которой входило: достижение высоких чисел Рейнольдса, достижение высокой локальности измерений, анализ возможных ошибок измерений.

1. Использовалась аэродинамическая труба замкнутого типа с открытой рабочей частью длиной 24 м. Она имела эллиптическое сопло с полуосями 24 и 14 м. Исследовался слой смешения между струей, вытекавшей из сопла со скоростью  $U_0 = 11,8$  м/с, и неподвижным окружающим воздухом. Измерения проводились на расстоянии  $x_1 = 20$  м от среза сопла. Оси  $x_2$  и  $x_3$  направлены вдоль большой и малой осей сопла, а расстояние  $x_1$  отсчитывалось от линии, продолжающей кромку сопла.

Исследовалось также течение в возвратном канале той же аэродинамической трубы. Его длина 175 м, ширина 22 м, высота линейно росла от 20 до 32 м. Измерения проводились в плоскости симметрии на высоте 5 м над уровнем пола. Ось  $x_3$  перпендикулярна полу. Режим работы трубы поддерживался автоматически с точностью  $\pm 2\%$ ; характерный период его вариации — порядка 1 мин. Средняя температура воздуха сохранялась стабильной в течение времени измерений в каждом течении, амплитуда пульсаций температуры не превышала  $0,5^\circ$  С.

Основные измерения проведены X-образным датчиком с перпендикулярными друг другу нитями из платинированного вольфрама диаметром 2,5 мкм и длиной 0,5 мм. Расстояние между нитями равнялось 0,5 мм. Одновременно регистрировались две компоненты скорости ( $u_1$  и  $u_2$  или  $u_1$  и  $u_3$ ) и их производные по времени. В возвратном канале проведены контрольные измерения однниточным датчиком (2,5 мкм  $\times$  0,3 мм). С этой же целью в слое смешения использовались данные [9], также полученные с помощью однниточного датчика (2,2 мкм  $\times$  0,33 мм) практически в тех же условиях ( $x_1 = 20$  м,  $U_0 = 10,8$  м/с).

Использовались два идентичных термоанемометра DISA 55M01 с мостами 55M10 и линейризаторами 55M25, коэффициенты усиления которых подбирались так, чтобы градуировочные кривые обеих нитей совпадали. В сочетании с однниточными датчиками линейризаторы не использовались. Выходные сигналы термоанемометров подавались на аналоговые дифференциаторы через фильтры низких частот с граничной частотой 8 кГц и крутизной характеристики 48 дБ/окт. Сигналы и их производные в режиме частотной модуляции записывались на измерительный магнитограф Schlumberger MP5522 при скорости ленты 38,1 мм/с, что обеспечивало запись в диапазоне частот до 10 кГц.

Записанные на магнитограф сигналы пропускались через фильтры низких частот с граничной частотой  $f_c = 3,6$  кГц и крутизной характеристики 36 дБ/окт, а затем через аналогово-цифровой преобразователь DATA TRANSLATION DT-2821-F-SE (11 разрядов+знак) вводились в ЭВМ для цифровой обработки. Частота опроса составляла 16 кГц. Выборка состояла из 960 000 отсчетов, что соответствовало длине реализации, равной 1 мин. Компоненты средней и пульсационной скорости, а также средние квадраты производных находились по выборке длиной 5 мин.

При переходе от временных характеристик к пространственным использовалась гипотеза Тэйлора, т. е.

$$\frac{\partial}{\partial t} = -\langle u_1 \rangle \cdot \frac{\partial}{\partial x_1}, \quad r_1 = x_1^{(2)} - x_1^{(1)} = \langle u_1 \rangle \cdot (t^{(2)} - t^{(1)})$$

Условия проведения опытов указаны в табл. 1. Они охарактеризованы величинами

$$\lambda^2 = \frac{\langle (u_1 - \langle u_1 \rangle)^2 \rangle}{\langle (\partial u_1 / \partial x_1)^2 \rangle}, \quad R_\lambda = \frac{\lambda}{v} \langle (u_1 - \langle u_1 \rangle)^2 \rangle^{1/2}$$

$$L = \frac{1}{\langle u_1 \rangle^2} \int_0^\infty \langle [u_1(t+\tau) - \langle u_1 \rangle] \cdot [u_1(t) - \langle u_1 \rangle] \rangle d\tau$$

$$\eta = v^{3/4} \left[ 15v \left\langle \left( \frac{\partial u_1}{\partial x_1} \right)^2 \right\rangle \right]^{-1/4}, \quad f_k = \frac{\langle u_1 \rangle}{2\pi\eta}$$

Приняты следующие сокращения: СС1–СС5 — точка в слое смешения, ВК — в возвратном канале,  $l_1$  — длина нитей,  $l_2$  — расстояние между ними.

2. Аппаратурные погрешности измерительных каналов усилитель — магнитограф проверялись на синусоидальных сигналах с варьируемой частотой. Они не превышали 1%.

Для измерения шумов каналов измерений датчик — магнитограф нити помещались в неподвижный воздух. Находились суммы и разности шумов

Таблица 1

Точка	СС1	СС2	СС3	СС4	СС5	ВК
$x_2/x_1$	0	-0,025	-0,05	-0,075	-0,1	—
$\langle u_1 \rangle$ , м/с	7,87	9,52	10,8	11,5	11,6	10,8
$\langle (u_1 - \langle u_1 \rangle)^2 \rangle$ , м/с	1,67	1,54	1,25	0,786	0,355	1,03
$\langle u_2 \rangle$ , м/с	0,206	0,517	0,784	1,12	0,963	0
$\langle (u_2 - \langle u_2 \rangle)^2 \rangle$ , м/с	1,27	1,21	0,895	0,761	0,358	0,957
$\langle u_3 \rangle$ , м/с	0,071	0,113	0,103	-0,017	-0,032	-0,955
$\langle (u_3 - \langle u_3 \rangle)^2 \rangle$ , м/с	1,45	1,44	1,10	0,793	0,375	0,828
$L$ , м	1,28	1,27	1,27	1,03	0,775	4,82
$R_\lambda$	1950	1950	1640	1120	517	3180
$l_1/\eta = l_2/\eta$	2,5	2,4	2,0	1,5	1,0	1,3
$f_k/f_c$	1,7	2,0	1,8	1,5	1,0	1,3

соответствующих пар каналов (с дифференциаторами и без них). Без дифференциаторов отношение сигнала к уровню шума для сумм было больше 25, для разностей — больше 40 (шумы обоих каналов сильно коррелированы). Для производных эти отношения примерно в 2 раза больше, так как шумы носили низкочастотный характер (максимальное значение их спектров находилось на частоте примерно 20 Гц). Таким образом, погрешности измерения структурных функций второго порядка, обусловленные шумами, немного превышали 0,1%.

Судя по данным [10], можно было ожидать заметного влияния длины реализации на средние характеристики. Например, для расчета среднего значения диссипации с точностью 5% в слое смешения с указанными выше параметрами необходима запись продолжительностью 40 мин. Получение таких записей и их последующая обработка на ЭВМ технически весьма сложны. Оказалось, что задачи, поставленные в данной работе, можно решить более простыми методами. Анализ опытных данных показал, что безразмерные характеристики, такие, как коэффициенты изотропии и нормированная структурная функция  $\langle [u_1(x_1) - u_1(x_1+r)]^2 \rangle \cdot \langle r^{15} \nu \langle (\partial u_1 / \partial x_1)^2 \rangle \rangle^{-2/5}$ , обладают значительно большей статистической устойчивостью, чем средние квадраты производных скорости и структурные функции. Этот вывод был сделан при анализе измерений в возвратном канале, в котором интегральный масштаб максимален и, следовательно, рассматриваемый фактор наиболее существен. Использовались три реализации: первая имела продолжительность 2 мин, вторая и третья — по 1 мин каждая. Было установлено, что погрешность расчета коэффициентов анизотропии и нормированной структурной функции по реализации продолжительностью 1 мин не превышает 5%. Одновременно было установлено, что погрешность расчета средней диссипации оказалась несколько большей (порядка 8%).

Основной интерес представляет не степень отклонений от изотропии, а выяснение вопроса о том, существуют эти отклонения или нет. Для этого предположим, что турбулентность является локально-изотропной и оценим влияние различных источников погрешностей на результаты измерений. Ошибки будем считать малыми и поэтому независимыми. Символом  $v$  обозначим истинную скорость, а символом  $w$  — скорость, которая была бы измерена реальным датчиком в изотропной турбулентности. Анализ проводится для положения, в котором измеряются компоненты  $u_1$  и  $u_2$ .

Его результаты пригодны и для другого случая, если во всех формулах индексы 2 и 3 поменять местами.

Влияние погрешностей измерения наклонов градуировочных кривых находится, если учесть, что при малой интенсивности турбулентности сигналы от очень коротких нитей  $a$  и  $b$  равны  $I_a = (1 + \delta_a)(v_1 - v_2)$ ,  $I_b = (1 + \delta_b) \cdot (v_1 + v_2)$ , где  $\delta_a$ ,  $\delta_b$  — относительные погрешности измерения наклонов градуировочных кривых. Отсюда имеем

$$w_1 = \frac{1}{2}(1 + \delta_b)(v_1 + v_2) + \frac{1}{2}(1 + \delta_a)(v_1 - v_2)$$

$$w_2 = \frac{1}{2}(1 + \delta_b)(v_1 + v_2) - \frac{1}{2}(1 + \delta_a)(v_1 - v_2)$$

Таким образом, в изотропной турбулентности было бы измерено значение коэффициента анизотропии, равное

$$K_2^{(i)} = 2 \left\langle \left( \frac{\partial w_1}{\partial x_1} \right)^2 \right\rangle / \left\langle \left( \frac{\partial w_2}{\partial x_1} \right)^2 \right\rangle = 1 + \frac{3}{2}(\delta_a - \delta_b)^2 + \dots$$

Квадратичная зависимость от ошибок получается и для безразмерных отношений различных компонент структурного тензора в инерционном интервале. Поэтому рассматриваемая ошибка мала (по ряду косвенных данных, можно предположить, что  $\delta_a \sim \delta_b \sim 10^{-2}$ , т. е. ошибка не превышает 0,1%).

Рассмотрим погрешности, обусловленные нелокальностью измерений. Здесь следует учесть длину нитей и расстояние между ними. В [9] при сопоставлении опытов, в которых длина нити варьировалась в 10 раз, и расчетов, в которых сигнал осреднялся по варьируемому промежутку времени, установлено, что сигнал от нити длиной  $l_1$  пропорционален скорости, осредненной по пространственному промежутку той же длины, т. е.

$$I_a = \frac{1}{l_1} \int_{-l_1/2}^{l_1/2} (v_1 - v_2) ds_a = v_1 - v_2 + \frac{1}{48} l_1^2 \left( \frac{\partial}{\partial x_1} + \frac{\partial}{\partial x_2} \right)^2 (v_1 - v_2) + \dots$$

$$I_b = \frac{1}{l_1} \int_{-l_1/2}^{l_1/2} (v_1 + v_2) ds_b = v_1 + v_2 + \frac{1}{48} l_1^2 \left( \frac{\partial}{\partial x_1} - \frac{\partial}{\partial x_2} \right)^2 (v_1 + v_2) + \dots$$

где  $s_a$ ,  $s_b$  — расстояние вдоль нитей  $a$  и  $b$ . Отсюда для изотропного поля  $v$  имеем  $w_1 = \frac{1}{2}(I_a + I_b)$ ,  $w_2 = \frac{1}{2}(I_a - I_b)$  и

$$\left\langle \left( \frac{\partial w_1}{\partial x_1} \right)^2 \right\rangle = \left\langle \left( \frac{\partial v_1}{\partial x_1} \right)^2 \right\rangle \left( 1 - \frac{Bl_1^2}{9} \right),$$

$$K_2^{(i)} = 1 - \frac{Bl_1^2}{72}$$

$$B = \left\langle \left( \frac{\partial^2 v_1}{\partial x_1^2} \right)^2 \right\rangle / \left\langle \left( \frac{\partial v_1}{\partial x_1} \right)^2 \right\rangle \quad (2.1)$$

Здесь и ниже по-прежнему идет речь о значении коэффициента  $K_2^{(i)}$ , измеряемого в изотропной турбулентности. Аналогично оценивается влияние расстояния между нитями  $l_2$ . В этом случае

$$I_a = v_1(x_1, x_2, x_3 + \frac{1}{2}l_2) - v_1(x_1, x_2, x_3 - \frac{1}{2}l_2) =$$

$$= v_1 - v_2 + \frac{1}{2} l_2 \frac{\partial}{\partial x_3} (v_1 - v_2) + \frac{1}{8} l_2^2 \frac{\partial^2}{\partial x_3^2} (v_1 - v_2) + \dots$$

$$I_b = v_1 + v_2 - \frac{1}{2} l_2 \frac{\partial}{\partial x_3} (v_1 + v_2) + \frac{1}{8} l_2^2 \frac{\partial^2}{\partial x_3^2} (v_1 + v_2) + \dots$$

Для изотропного поля  $\mathbf{v}$  отсюда получим

$$\left\langle \left( \frac{\partial w_1}{\partial x_1} \right)^2 \right\rangle = \left\langle \left( \frac{\partial v_1}{\partial x_1} \right)^2 \right\rangle \left( 1 + \frac{Bl_2^2}{12} \right), \quad K_2^{(i)} = 1 + \frac{Bl_2^2}{8} \quad (2.2)$$

Суммируя ошибки, определяемые формулами (2.1), (2.2), и учитывая, что в данном случае  $l_1 = l_2 = l$ , имеем

$$\left\langle \left( \frac{\partial w_1}{\partial x_1} \right)^2 \right\rangle = \left\langle \left( \frac{\partial v_1}{\partial x_1} \right)^2 \right\rangle \left( 1 - \frac{Bl^2}{36} \right), \quad K_2^{(i)} = 1 + \frac{Bl^2}{9} \quad (2.3)$$

Отсюда видно, что ошибка быстро нарастает по мере ухудшения локальности, а измеренное значение коэффициента анизотропии больше истинного. Чтобы дать конкретную оценку, во всех точках рассчитывалась безразмерная величина  $B\eta^2$ . Оказалось, что она не является постоянной, как это следует из теории [1, 2]. Этот результат не был неожиданным, так как из полученных ранее данных [9] было ясно, что безразмерные характеристики мелкомасштабной турбулентности (постоянная Колмогорова  $C$ , показатель  $\mu$  в корреляционной функции диссипации энергии и т. д.) являются универсальными функциями коэффициента перемежаемости. Этот вывод был еще раз подтвержден в данной работе.

Измерения показали, что ошибки максимальные в точке СС1 и для коэффициента  $K_2$  не превышают 3,5%, т. е. малы. Роль рассматриваемого фактора, однако, необходимо учитывать при анализе ряда полученных данных, например [11] (ось симметрии круглой струи,  $K_2 = 0,98$ ,  $l/\eta \approx 8$ ), [12] (плоскость симметрии плоской струи,  $K_2 = 1,47$ ,  $l/\eta \approx 4-12$ ). В этих работах пространственное разрешение было не всегда достаточным, так как уже при  $l/\eta = 7,5$  величина  $K_2$  оказывается завышенной на 36%, что уже сопоставимо с измеряемыми отклонениями от изотропии.

Из табл. 1 видно, что в данной работе не только пространственное, но и временное разрешение было высоким ( $f_h/f_c \leq l/\eta$ ).

Рассмотрим теперь погрешности, обусловленные нелинейностью связи между сигналами и компонентами скорости. Учитывая, что регистрируется компонента скорости, нормальная нити, заключаем, что при наличии линейризатора

$$I_a = [1/2(v_1 - v_2)^2 + v_3^2]^{1/2}, \quad I_b = [1/2(v_1 + v_2)^2 + v_3^2]^{1/2} \\ w_1 = (I_a + I_b)/\sqrt{2}, \quad w_2 = (I_a - I_b)/\sqrt{2}$$

Будем считать интенсивность пульсаций и параметры  $\langle v_2 \rangle / \langle v_1 \rangle$ ,  $\langle v_3 \rangle / \langle v_1 \rangle$  величинами одинакового порядка малости. Тогда эти формулы приобретут вид

$$w_1 = v_1 + \frac{v_3^2}{\langle v_1 \rangle} - \frac{1}{\langle v_1 \rangle^2} (v_1 - \langle v_1 \rangle) v_3^2 + \dots, \quad w_2 = v_2 - \frac{v_2 v_3^2}{\langle v_1 \rangle^2} + \dots$$

Использование этих соотношений позволяет получить ошибки, квадратично зависящие от интенсивности пульсаций. Введем величины  $\Delta \mathbf{v} = \mathbf{v}(\mathbf{x} + \mathbf{r}) - \mathbf{v}(\mathbf{x})$  ( $r \ll L$ ) и учтем, что  $\langle \Delta v_i^2 \rangle \ll \langle (v_i - \langle v_i \rangle)^2 \rangle$ . Тогда

$$\Delta w_1 = \Delta v_1 + \frac{2v_3}{\langle v_1 \rangle} \Delta v_3 - \frac{2}{\langle v_1 \rangle^2} v_3 (v_1 - \langle v_1 \rangle) \Delta v_3 - \frac{v_3^2 \Delta v_1}{\langle v_1 \rangle^2} \\ \Delta w_2 = \Delta v_2 - \frac{1}{\langle v_1 \rangle^2} v_3^2 \Delta v_2 - \frac{2}{\langle v_1 \rangle^2} v_2 v_3 \Delta v_3 \quad (2.4)$$

Из (2.4) вытекает, что  $\langle \Delta w_i \Delta w_j \rangle$  является линейной комбинацией выражений вида  $Q_{in} = \langle f(\mathbf{v}) \Delta v_i \Delta v_n \rangle$ . При осреднении используем экспериментально подтвержденное в [4] предположение о том, что внутри турбулентной жидкости крупно- и мелкомасштабные пульсации (т. е.  $\mathbf{v}$  и  $\Delta \mathbf{v}$ ) статистически независимы. Поэтому

$$Q_{in} = \gamma \langle f(\mathbf{v}) \Delta v_i \Delta v_j \rangle_t = \gamma \langle f(\mathbf{v}) D_{ij} \rangle_t, \quad D_{ij} = \langle \Delta v_i \Delta v_j \rangle_t \quad (2.5)$$

где  $\gamma$  — коэффициент перемежаемости, а индекс  $t$  означает, что осреднение проведено по турбулентной жидкости. Здесь учтено, что можно пренебречь мелкомасштабными пульсациями в нетурбулентной жидкости.

Если бы измерения проводились в фиксированных точках пространства, то  $D_{ij}$  было бы неслучайной функцией  $r$ , которую можно вывести из-под знака осреднения в (2.5). Однако в данном случае измерения проводятся в фиксированные моменты и из-за неточности гипотезы Тейлора связь между  $\mathbf{r}$  и  $\Delta t$  носит случайный характер и имеет вид  $\mathbf{r} = \mathbf{v} \Delta t$  [7], т. е. турбулентность является замороженной не в системе координат, движущейся со средней скоростью, а в системе координат, движущейся со скоростью крупномасштабных вихрей. Поскольку связь  $\mathbf{r}$  и  $\Delta t$  определяется крупномасштабными пульсациями, то процедура (2.5) по-прежнему применима, если под  $D_{ij}$  понимать величину, осредненную по мелкомасштабным пульсациям. Однако теперь ее уже нельзя вывести из под знака осреднения. Результат несколько упрощается, если учесть, что интенсивность пульсаций мала. Поэтому  $D_{ij}$  следует разложить в ряд Тейлора в точке  $r_1 = \langle v_1 \rangle \Delta t$ ,  $r_2 = r_3 = 0$  и удерживать слагаемые вплоть до второго порядка малости. Коэффициенты в таком разложении — неслучайные функции от  $r_1$  и случайной переменной  $\mathbf{v}$ . Они явно вычисляются для инерционного интервала и глубоко внутри вязкого интервала, когда

$$D_{ij} = \frac{4}{3} D_{11}(r) (\delta_{ij} - \frac{1}{3} r_i r_j / r^2), \quad D_{11} \sim r^2, \quad \eta \ll r \ll L$$

$$D_{ij} = 2 D_{11}(r) (\delta_{ij} - \frac{1}{2} r_i r_j / r^2), \quad D_{11} \sim r^2, \quad r \sim \eta$$

Последнее соотношение пригодно для вычисления средних квадратов первых производных. Реализация этой процедуры требует громоздких алгебраических выкладок и поэтому здесь не приводится. Прежде чем указать окончательный результат, заметим, что формула (2.5) не очень удобна, так как расчет требует выделения перемежаемости. Однако если учесть, что в нетурбулентной жидкости мелкомасштабные пульсации пренебрежимо малы, то можно воспользоваться тождеством  $\gamma \langle f(\mathbf{v}) \rangle_t = \langle f(\mathbf{v}) \Delta v_1^2 \rangle / \langle \Delta v_1^2 \rangle$ , которое позволяет привести окончательный результат к виду

$$\left\langle \left( \frac{\partial w_1}{\partial x_1} \right)^2 \right\rangle = \left\langle \left( \frac{\partial v_1}{\partial x_1} \right) \right\rangle (1 + F_2), \quad K_2^{(i)} = 1 + \kappa_2 \quad (2.6)$$

$$\langle \Delta w_1^2 \rangle = \langle \Delta v_1^2 \rangle (1 + H_2), \quad A_2^{(i)} = \frac{4}{3} \frac{\langle \Delta w_1^2 \rangle}{\langle \Delta w_2^2 \rangle} = 1 + G_2$$

$$F_2 = 2a_0 + a_1 + 2a_2 + 4a_3, \quad \kappa_2 = 4a_0^2 + \frac{3}{2} a_2^2 + 5a_3^2$$

$$H_2 = \frac{2}{3} g_0 - \frac{1}{9} g_1 + \frac{2}{3} g_2 + \frac{8}{3} g_3, \quad G_2 = \frac{4}{9} g_0^2 + \frac{7}{12} g_2 + \frac{13}{3} g_3$$

$$a_0 = \frac{\langle v_1 \rangle}{Q} \left\langle (v_1 - \langle v_1 \rangle) \left( \frac{\partial v_1}{\partial x_1} \right)^2 \right\rangle, \quad a_1 = \frac{1}{Q} \left\langle (v_1 - \langle v_1 \rangle)^2 \left( \frac{\partial v_1}{\partial x_1} \right)^2 \right\rangle$$

$$a_\alpha = \frac{1}{Q} \left\langle v_\alpha^2 \left( \frac{\partial v_1}{\partial x_1} \right)^2 \right\rangle, \quad Q = \langle v_1 \rangle^2 \left\langle \left( \frac{\partial v_1}{\partial x_1} \right)^2 \right\rangle$$

$$g_0 = \frac{\langle v_1 \rangle}{R} \langle (v_1 - \langle v_1 \rangle) \Delta v_1^2 \rangle, \quad g_1 = \frac{\langle (v_1 - \langle v_1 \rangle)^2 \Delta v_1^2 \rangle}{R}$$

$$g_\alpha = \frac{\langle v_\alpha^2 \Delta v_1^2 \rangle}{R}, \quad R = \langle v_1 \rangle^2 \langle \Delta v_1^2 \rangle$$

Здесь, как и везде дальше,  $\alpha=2, 3$  и нет суммирования по  $\alpha$ . Отсюда видно, что рассматриваемые эффекты приводят к завышению коэффициентов анизотропии  $K_\alpha$  и  $A_\alpha$ . Перейдем к количественной стороне вопроса.

В качестве примера рассмотрим измерения на оси круглой струи, где интенсивность пульсаций продольной скорости примерно 30%, поперечных — 20%, а перемежаемостью можно пренебречь, т. е.  $g_0=0$ . Тогда из (2.6) следует, что если бы турбулентность была изотропной, то измеренное значение коэффициента анизотропии составляло бы  $K_2^{(i)}=1,33$ . Поскольку в опытах [8] измерено значение  $K_2=1,4$ , а пространственное разрешение было хорошим, то из этих опытов нельзя сделать заключение об анизотропии мелкомасштабной структуры. В опытах [12] (плоскость симметрии плоской струи) измерены большие значения  $K_2$ . Однако пространственное разрешение было хуже, что, как уже указывалось, также приводит к увеличению  $K_2$ .

Расчеты, проведенные в данной работе, показали, что ошибки измерений в инерционном интервале слабо зависят от  $r_1$ , как это и ожидалось из гипотезы о независимости крупно- и мелкомасштабных пульсаций (при вариации  $r$  максимальные отклонения от среднего значения не превышали 15%). Абсолютные значения ошибок не велики, они максимальны в точке СС1, где  $F_\alpha$  не превышали 0,09 ( $\alpha=2,3$ ),  $G_2 \approx 0,14$ ,  $G_3 \approx 0,11$ .

Величина  $F_2$  варьируется от 0,34 до 0,05 в слое смешения и равна 0,09 в возвратном канале, а коэффициенты анизотропии производных  $K_2^{(i)}$  и  $K_3^{(i)}$  завышены в слое смешения на 2–19% и на 4% в возвратном канале.

Рассмотрим влияние на показания термоанемометра компоненты скорости, параллельной нити. Градуировочные кривые термоанемометра аппроксимируются выражением [13]

$$I_a = [(v_1 - v_2)^2 + k^2(v_1 + v_2)^2]^{1/2}, \quad I_b = [(v_1 + v_2)^2 + k^2(v_1 - v_2)^2]^{1/2}$$

где постоянная  $k \sim 0,05$  достаточно мала. В этих формулах первое и второе слагаемые описывают влияние перпендикулярной и параллельной нитей компонент скорости. Линеаризируя эти соотношения, приходим к формулам

$$A_\alpha^{(i)} = 1 + 4k^2, \quad K_\alpha^{(i)} = 1 + 4k^2 \quad (2.7)$$

Из (2.7) видно, что влияние тангенциальной компоненты скорости значительно и может приводить к заметному увеличению коэффициентов анизотропии в инерционном и вязком интервалах спектра турбулентности. К сожалению, авторы первоначально недооценили влияние рассматриваемого фактора. Поэтому градуировка датчиков по углу, в которой находится коэффициент  $k$ , была проведена спустя значительное время после эксперимента, а при обработке экспериментов не учитывалась (т. е. считалось, что  $k=0$ ). Для использованного датчика  $k^2 \approx 0,04$ , что соответствует [13] и дает завышение коэффициентов анизотропии примерно на 16%.

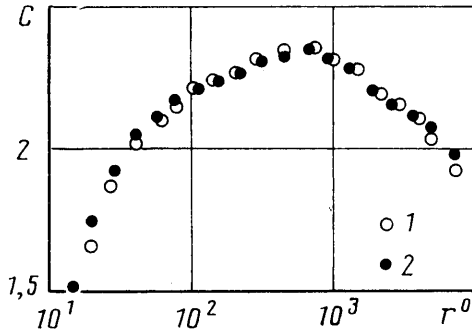
3. Дополнительный контроль точности измерений осуществлялся при сравнении показаний однопиточного и X-образного датчиков (для двух положений последнего). Результаты измерений компонент средней и

пульсационной скоростью указанными способами различались не более чем на 2,5%. В инерционном интервале сравнивались измерения постоянной Колмогорова

$$C = \langle \Delta u_1^2 \rangle [15\nu \langle (\partial u_1 / \partial x_1)^2 \rangle r]^{-2/3} \quad (3.1)$$

На фиг. 1 приведены результаты, полученные в точках СС1 (точки 1) и ВК (точки 2). По оси абсцисс отложена величина  $r^0 = r_1 / \eta$ .

В (3.1) входит характеристика вязкого интервала  $\langle (\partial u_1 / \partial x_1)^2 \rangle$ , точность измерения которой зависит от характеристик датчика, измерительной аппаратуры и т. п. Чтобы исключить из рассмотрения этот фактор и проанализировать только погрешности измерения структурной функции, каждый раз использовалось значение  $\langle (\partial u_1 / \partial x_1)^2 \rangle$ , измеренное одниточ-



Фиг. 1

ным датчиком. Поскольку в [9] скорость несколько отличалась, от скорости в данной работе, то предполагалось, что  $\langle (\partial u_1 / \partial x_1)^2 \rangle \sim U_0^3$ .

Из фиг. 1 видно, что  $C$  варьируется с расстоянием, что, по-видимому, связано с неточностями теории [1, 2] при конечных числах Рейнольдса. Вариации значительны, в пределах инерционного интервала максимальные и минимальные значения  $C$  могут различаться на 30%. Совершенно аналогичный характер имеют экспериментальные данные [8], полученные в следе, струе и приземном слое атмосферы. Чтобы исключить из рассмотрения этот фактор, измерения осреднялись по переменной  $\ln r$  в пределах инерционного интервала, границы которого указаны в табл. 2 (индексы  $X$  и  $I$  означают результаты измерений  $X$ -образным и одниточным датчиками соответственно). Определялось также стандартное отклонение  $\Delta C_x$ . Приведенные значения  $C_x$  получены осреднением по двум положениям  $X$ -образного датчика, так как воспроизводимость измерений была хорошей и составляла  $\pm 8\%$  в точке СС2 и  $\pm 2,5\%$  в остальных точках. Сравнение показаний одниточного и  $X$ -образного датчиков показывает, что в целом воспроизводимость значений  $C$ , полученных разными датчиками, удовлетворительна (максимальные и минимальные значения  $C$  различаются не более чем на 17% во всех точках, кроме точки СС2, где эти различия достигают 29%).

Рассмотрим теперь вязкий интервал. В возвратном канале сравнивались измерения одномерного спектра диссипации энергии, полученные указанными способами. При  $k\eta < 0,75$  ( $k$  — волновое число, т. е. в области масштабов, превышающих длину нити, все результаты практически совпадали, если спектр строился в колмогоровских переменных и каждый раз использовалась величина  $\langle (\partial u_1 / \partial x_1)^2 \rangle$ , измеренная соответствующим датчиком. В частности, максимальные значения спектра диссипации различались не более чем на 3%.

Поэтому далее сравниваются лишь измерения  $\langle (\partial u_1 / \partial x_1)^2 \rangle$ . Воспроиз-



Точка	СС1	СС2	СС3	СС4	СС5	ВК
$r_1/\eta$	30—2400	30—2000	25—1600	25—800	25—1600	30—4000
$C_x$	2,19	1,65	1,65	1,33	1,20	2,21
$\Delta C_x$	0,10	0,08	0,09	0,08	0,11	0,10
$C_1$	2,25	2,19	1,94	1,39	—	2,36
$15v \left\langle \left( \frac{\partial u_1}{\partial x_1} \right)_x^2 \right\rangle, \text{ м}^2/\text{с}^3$	1,90	1,51	0,795	0,342	0,0594	0,118
$15v \left\langle \left( \frac{\partial u_1}{\partial x_1} \right)_1^2 \right\rangle, \text{ м}^2/\text{с}^3$	2,38	2,19	0,985	0,345	—	0,148

водимость измерений X-образного датчика оказалась хорошей ( $\pm 3\%$  в точках СС1—СС3 и ВК, а в остальных точках  $\pm 8\%$ ). В этой связи заметим, что ошибки измерений при обоих положениях этого датчика различались незначительно. Поэтому далее приводятся значения  $\langle (\partial u_1 / \partial x_1)^2 \rangle$ , осредненные по обоим положениям датчика.

Известные из литературы данные позволили проконтролировать измерения коэффициента  $K_2$ . В [10] приведены данные для точки  $x_2/x_1 = -0,019$ . Измеренное в [10] значение ( $K_2 = 1,74$ ) практически совпадает с результатом, полученным при  $x_2/x_1 = -0,025$  ( $K_2 = 1,77$ ). Здесь, однако, следует иметь в виду, что число Рейнольдса в [10] было существенно меньше ( $R_\lambda = 330$ ).

Измерения  $\langle (\partial u_1 / \partial x_1)^2 \rangle$  сравниваются в табл. 2. Видно, что показания X-образного датчика заметно занижены (в точке СС2 на 45%, а в остальных точках — на 10—25%). Была предпринята попытка учесть погрешности, обусловленные неточностью гипотезы Тейлора и нелинейным характером связи между сигналом и скоростью. Для односточного датчика была получена формула

$$\left\langle \left( \frac{\partial w_1}{\partial x_1} \right)^2 \right\rangle = \left\langle \left( \frac{\partial v_1}{\partial x_1} \right)^2 \right\rangle (1 + F_I) \quad (3.2)$$

$$F_I = 2(1 + \alpha)a_0 + (1 + 4\alpha + \alpha^2 + \beta)a_1 + (1 + \alpha)a_2 + 2a_3$$

$$\alpha = \langle w_1 \rangle \frac{f''(\langle w_1 \rangle)}{f'(\langle w_1 \rangle)}, \quad \beta = \langle w_1^2 \rangle \frac{f'''(\langle w_1 \rangle)}{f'(\langle w_1 \rangle)}$$

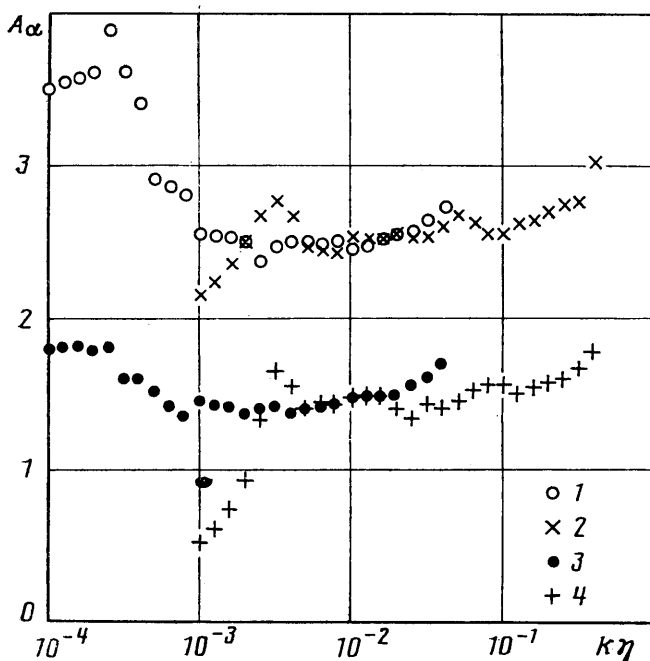
Так как в этом случае линейризатор не использовался, то здесь учтены особенности градуировочной кривой  $f$ .

Использование формул (2.6) и (3.2) привело к увеличению различий в показаниях (на 5% в возвратном канале и на 2—20% в слое смещения). Поскольку остальные погрешности малы, то ни один из перечисленных в разд. 2 факторов не может служить причиной указанных различий. Возможно, что эти различия обусловлены недостаточной длиной реализации (см. анализ, проведенный в разд. 2).

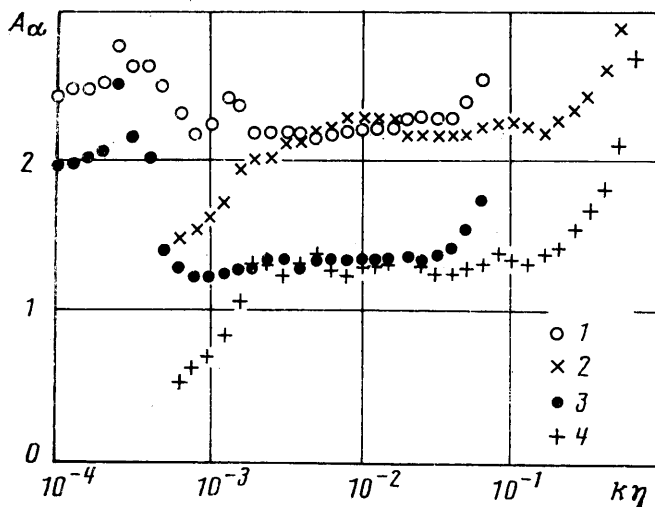
4. Чтобы охарактеризовать отклонения от изотропии в инерционном интервале, измерялись величины

$$A_\alpha(k) = E_{11}(k) \left[ 2k \int_k^\infty E_{\alpha\alpha} k^{-2} dk \right]^{-1}, \quad E_{ij} = \frac{1}{2\pi} \int \langle \Delta u_i \Delta u_j \rangle \exp(ikr_1) dr_1.$$

$$E_{1\alpha}^0 = |E_{1\alpha}| \sqrt{E_{11} E_{\alpha\alpha}}$$



Фиг. 2



Фиг. 3

В изотропной турбулентности  $A_\alpha=1$ ,  $E_{1\alpha}^\circ=0$  при всех  $k$ . Оказалось, что  $E_{1\alpha}^\circ < 0,1$  во всех точках при всех значениях  $k$ , принадлежащих инерционному интервалу, т. е. в пределах точности измерений эта характеристика такая же, как и в изотропной турбулентности.

Измерения величин  $A_\alpha$  в точках СС1 и ВК приведены на фиг. 2 и 3 соответственно. Кривые соответствуют: 1, 2 —  $1+A_2$ , 3, 4 —  $A_3$ ; кривые 1, 3 получены при измерении скорости, а 2, 4 — ее производных. Величины  $A_\alpha$  осреднялись по переменной  $\ln k$  в пределах инерционного интервала (см. табл. 2). Средние значения и стандартные отклонения  $\Delta A_\alpha$  указаны в

Точка	СС1	СС2	СС3	СС4	СС5	БК
$A_2$	1,52	1,43	1,40	1,31	1,16	1,23
$\Delta A_2$	0,04	0,03	0,05	0,07	0,07	0,06
$A_3$	1,51	1,31	1,24	1,17	1,09	1,34
$\Delta A_3$	0,07	0,08	0,06	0,06	0,08	0,05
$\Pi_2$	1,43	1,81	1,52	1,42	—	1,40
$\Pi_3$	1,42	1,83	1,51	1,42	—	1,39
$\mu_1$	0,15	0,17	0,20	0,23	0,25	0,15
	0,14	0,16	0,19	0,23	—	0,14
$\mu_2/\mu_1$	0,87	0,88	0,91	0,98	0,90	0,94
$\mu_3/\mu_1$	0,92	0,95	0,97	0,82	0,97	0,94
$C_{e1}$	0,961	1,04	1,42	2,14	2,74	1,10
	0,910	1,12	1,25	1,77	—	0,99
$C_{e2}/C_{e3}$	1,03	0,94	0,99	0,99	1,03	1,02

табл. 3. Видно, что изотропное соотношение  $A_\alpha=1$  не выполняются. Чтобы выяснить, свидетельствует или нет это обстоятельство о наличии анизотропии, были введены величины  $\Pi_\alpha$ , которые построены так, чтобы введением поправки вида  $A_\alpha^v=A_\alpha^u/\Pi_\alpha$  учесть суммарное влияние неточностей измерений и теории [1, 2] ( $A_\alpha^v$  и  $A_\alpha^u$  — истинное и измеренное значения коэффициента анизотропии). Поскольку  $A_\alpha^u>1$ , все неопределенные факторы учитывались так, чтобы максимальным образом уменьшить  $A_\alpha^u$ . Эти величины имели вид

$$\Pi_\alpha=(1+G_\alpha)(1+4k^2)\frac{C_I}{C_x}\left(1+\frac{\Delta C}{C}\right)\left(1+\frac{\Delta A_\alpha}{A_\alpha}\right)$$

Первый множитель учитывает влияние неточностей гипотезы Тейлора и нелинейной связи между сигналом и скоростью, второй — влияние на нить продольной составляющей скорости. Они находились из (2.6), (2.7). Неопределенность измерений обусловлена также различиями в показаниях обоих датчиков. Поскольку  $C_I/C_x>1$ , принято, что эта неопределенность пропорциональна  $C_I/C_x$ . Остальные два множителя учитывают неточности теории [1, 2]. Легко видеть, что величины  $\Pi_\alpha$  построены в значительной степени произвольно. Однако авторам представляется, что они дают предельную верхнюю оценку неопределенности измерений коэффициентов анизотропии, учитывающую все источники погрешностей.

Величины  $\Pi_\alpha$  приведены в табл. 3. В большинстве случаев  $A_\alpha^u\sim\Pi_\alpha$  (точность измерений такого же порядка, что и измеренные отклонения от изотропии), т. е. проведенные опыты не позволяют сделать вывод о наличии анизотропии в инерционном интервале масштабов.

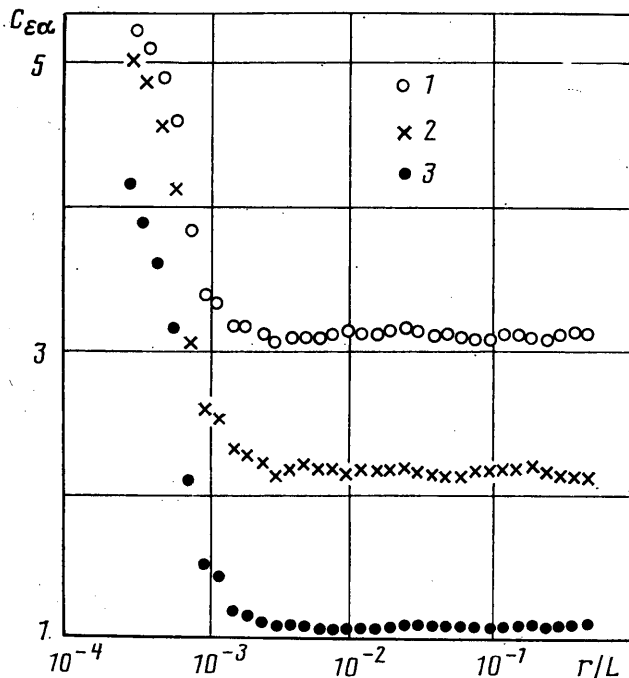
Рассмотрим теперь результаты измерения величин

$$R_\alpha(r_1)=\langle[\partial u_\alpha(x_1)/\partial x_1]^2[\partial u_\alpha(x_1+r_1)/\partial x_1]^2\rangle, \quad \alpha=1, 2, 3$$

(по  $\alpha$  не суммируется). Эти корреляции играют важную роль в теории [3], уточняющей представления [1, 2]. Следуя [3], имеем

$$C_{e\alpha}=R_\alpha\left[\left\langle\left(\frac{\partial u_\alpha}{\partial x_1}\right)^2\right\rangle\left(\frac{L}{r}\right)^{\mu_\alpha}\right]^{-1}=\text{const} \quad (4.1)$$

В изотропной турбулентности  $\mu_1=\mu_2=\mu_3$ ,  $C_{e2}=C_{e3}$ . Как видно из фиг. 4, зависимость (4.1) хорошо аппроксимирует экспериментальные данные,



Фиг. 4

полученные в возвратном канале (кривая  $1-2+C_{\epsilon 1}$ ,  $2-1+C_{\epsilon 2}$ ,  $3-C_{\epsilon 3}$ ). Результаты других измерений аналогичны. Значения основных постоянных приведены в табл. 3. Вторые цифры в графах для  $\mu_1$  и  $C_{\epsilon 1}$  получены в измерениях однониточным датчиком. Воспроизводимость измерений удовлетворительна и с точностью до ошибки измерений отклонений от изотропии не обнаружено. С точностью 20% выполняется равенство  $C_{\epsilon 1}=C_{\epsilon 2}$ , не вытекающее из условий изотропии.

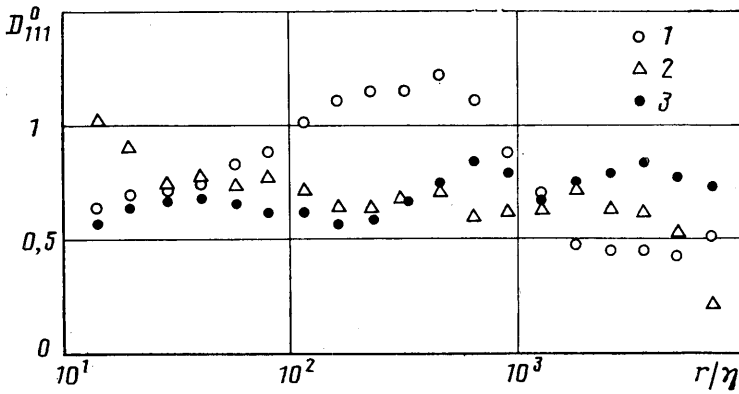
5. Напомним, что в изотропной турбулентности

$$K_{\alpha}=2 \left\langle \left( \frac{\partial u_1}{\partial x_1} \right)^2 \right\rangle / \left\langle \left( \frac{\partial u_{\alpha}}{\partial x_1} \right)^2 \right\rangle = 1, \quad \left\langle \left( \frac{\partial u_1}{\partial x_1} \right) \left( \frac{\partial u_{\alpha}}{\partial x_1} \right) \right\rangle = 0, \quad \alpha=2,3$$

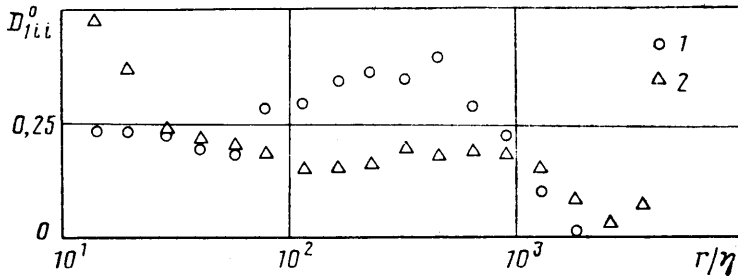
Коэффициенты корреляции между градиентами различных компонент скорости были меньше 6% в слое смешения и меньше 10% в возвратном канале. Поскольку они меньше точности измерений, то их значения не приводятся. Коэффициенты  $K_2$  и  $K_3$  приведены в табл. 4. Видно, что  $K_2 > 1$

Таблица 4

Точка	CC1	CC2	CC3	CC4	CC5	БК
$K_2$	1,90	1,77	1,72	1,60	1,39	1,40
$K_3$	1,81	1,57	1,69	1,56	1,43	1,51
$\Pi_2$	1,77	2,32	1,77	1,42	—	1,60
$\Pi_3$	1,72	2,26	1,74	1,42	—	1,60
$D(\langle \Delta u_1^3 \rangle)$	$1,12 \pm 0,17$	$1,0 \pm 0,19$	$< 1,4$	$< 2,2$	$< 0,56$	$1,05 \pm 0,23$
$D(\langle \Delta u_1 \Delta u_2^2 \rangle$ и $\langle \Delta u_1 \Delta u_3^2 \rangle)$	$< 1,2$	$0,67 \pm 0,16$	$< 1,2$	$< 2,0$	$< 0,78$	$0,86 \pm 0,30$
$r_1/\eta$	40—1000	20—900	20—500	20—130	20—500	30—1000



Фиг. 5



Фиг. 6

и  $K_s > 1$ . Этот результат согласуется с известными измерениями в сдвиговых течениях, а порядок отклонений от изотропии такой же, как и в других работах (см. обзор [6]). Чтобы решить, свидетельствуют или нет эти измерения о наличии подлинной анизотропии, снова вводились множители

$$\Pi_\alpha = (1 + \kappa_\alpha) (1 + 4k^2) \frac{\langle (\partial u_1 / \partial x_1)^2 \rangle_I}{\langle (\partial u_1 / \partial x_1)^2 \rangle_x} \left( 1 + \frac{\Delta C}{C} \right)$$

Эти множители построены так же, как и в инерционном интервале.

Как уже отмечалось, точность измерений в вязком интервале ниже, чем в инерционном. Однако и в этом случае в большинстве точек выполнялось условие  $K_\alpha \sim \Pi_\alpha$  (см. табл. 4), т. е. полученные данные не позволяют сделать заключение об анизотропии поля производных.

Остановимся теперь на попытке измерения полной диссипации энергии  $\varepsilon$ . Известные методы основаны на измерении некоторых компонент тензора диссипации и оценке других компонент на основе изотропных соотношений. Максимальное число компонент (9 из 12) найдено в [6] (след за цилиндром,  $R_\lambda = 40-80$ ). Было установлено, что изотропное соотношение  $\varepsilon = 15\nu \langle (du_1/dx_1)^2 \rangle$  завышает диссипацию на 40% в плоскости симметрии и на 80% — на периферии следа.

Здесь избран другой метод. Поскольку больших отклонений от изотропии не обнаружено, то использовалось уравнение Кармана — Ховарса, из которого в инерционном интервале вытекает, что

$$\langle \Delta u_1^3 \rangle = -4/5 \varepsilon r, \quad \langle \Delta u_1 \Delta u_\alpha^2 \rangle = -4/15 \varepsilon r \quad (5.1)$$

При таком подходе нельзя надеяться на высокую точность ввиду малости измеряемых величин. Например,  $\langle \Delta u_1^3 \rangle / \langle \Delta u_1^2 \rangle^{3/2} = -0,23$ ,  $\langle \Delta u_1 \Delta u_2^2 \rangle / \langle \Delta u_1^2 \rangle^{3/2} = -0,077$  при  $C = 2,3$ . Поэтому более или менее удовлетворительные результаты получились только в точках СС1, СС2 и ВК. Данные для возвратного канала приведены на фиг. 5, 6, где

по осям ординат отложены величины

$$D_{1ii}^{\circ} = -\langle \Delta u_i \Delta u_i^2 \rangle [15v \langle (\partial u_i / \partial x_i)^2 \rangle r]^{-1}$$

Здесь по  $i$  не суммируется. Точки соответствуют: 1 – положению, в котором измеряются  $u_1$  и  $u_2$ ; 2 –  $u_1$  и  $u_3$ ; 3 – одноточечному датчику. Везде использовались значения  $\langle (\partial u_i / \partial x_i)^2 \rangle$ , полученные одноточечным датчиком.

Сравнение средних значений  $D_{1ii}^{\circ}$  с теоретическими коэффициентами в (5.1) позволяет найти величину  $D = \epsilon / [15v \langle (\partial u_i / \partial x_i)^2 \rangle]$ .

Результаты, приведенные на фиг. 5 и 6, наилучшим образом согласуются с теорией [1, 2]. В неблагоприятных случаях удалось дать лишь верхнюю оценку  $D$  (по максимальным значениям  $D_{1ii}^{\circ}$ ). При этом разумную оценку величины  $D$  снизу получить не удалось. Точность этих измерений не очень высока и можно лишь сделать вывод о том, что больших отклонений от изотропии не обнаружено.

Суммируя сказанное, заключаем, что при использовании X-образного датчика существует большое число источников небольших погрешностей. Каждая из этих погрешностей приводит к увеличению коэффициентов анизотропии и, поскольку таких источников много, суммарная ошибка измерений оказывается весьма значительной и сопоставимой с измеренными значениями коэффициентов анизотропии. По этой причине из проведенных опытов (так же как и, по-видимому, из опытов других авторов) нельзя сделать однозначного вывода об анизотропии локальной структуры турбулентности.

#### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Колмогоров А. Н. Локальная структура турбулентности в несжимаемой вязкой жидкости при очень больших числах Рейнольдса // Докл. АН СССР. 1941. Т. 30. № 4. С. 299–303.
2. Обузов А. М. О распределении энергии в спектре турбулентности потока // Докл. АН СССР. 1941. Т. 32. № 1. С. 22–24.
3. Kolmogorov A. N. A refinement of previous hypothesis concerning the local structure of turbulence in a viscous incompressible fluid at high Reynolds number // J. Fluid Mech. 1962. V. 13. Pt 1. P. 82–85.
4. Kuznetsov V. R., Sabelnikov V. A. Turbulence and combustion N. Y., Hemisphere, 1990. 362 p.
5. She Zh.-S., Jackson E., Orszag S. A. Intermittent vortex structures in homogeneous isotropic turbulence // Nature. 1990. V. 344. № 6263. P. 226–228.
6. Browne L. W. B., Antonie R. A., Shah D. A. Turbulent energy dissipation in a wake // J. Fluid Mech. 1987. V. 179. P. 307–326.
7. Heskestad G. A generalized Taylor hypothesis with application for high Reynolds number turbulent shear flows // Trans. ASME J. Appl. Mech. 1965. V. 32. № 4. P. 735–739.
8. Champagne F. H. The fine-scale structure of the turbulent velocity field // J. Fluid Mech. 1978. V. 86. Pt 1. P. 67–108.
9. Кузнецов В. Р., Прасковский А. А., Сабельников В. А. Локальная структура турбулентности в свободных течениях с сильной перемежаемостью // Изв. АН СССР. МЖГ. 1988. № 6. С. 51–59.
10. Wyngaard J. C. Spatial resolution of the vorticity meter and other hot-wire arrays // J. Sci. Instr. Ser. 2. 1969. V. 2. № 11. P. 983–987.
11. Wygnanski I., Fiedler H. Some measurements in the self-preserving jet // J. Fluid Mech. 1969. V. 38. Pt 3. P. 577–612.
12. Gutmark E., Wygnanski I. The planar turbulent jet // J. Fluid Mech. 1976. V. 73. Pt 3. P. 465–495.
13. Champagne F. H., Pao Y. H., Wygnanski I. J. On the two-dimensional mixing region // J. Fluid Mech. 1976. V. 74. Pt 2. P. 209–250.

Москва

Поступила в редакцию  
4.X.1990