МЕХАНИКА ЖИДКОСТИ И ГАЗА
№ 5 · 1991

УДК 533.6.011.72:532.529

А. Г. КУТУШЕВ, У. А. НАЗАРОВ

ЭВОЛЮЦИЯ УДАРНЫХ ВОЛН В ПОЛИДИСПЕРСНЫХ ГАЗОВЗВЕСЯХ С НЕОДНОРОДНЫМ РАСПРЕДЕЛЕНИЕМ КОНЦЕНТРАЦИИ ЧАСТИЦ

В настоящее время подробно изучены особенности распространения ударных волн в однородных монодисперсных газовзвесях (см. обзоры [1–3]), но остаются слабо исследованными закономерности распространения волн в неоднородных полидисперсных средах.

В данной работе приведены результаты численного исследования закономерностей распространения ударных волн в полидисперсных (двухфракционных) газовзвесях с неоднородным распределением начальной концентрации частиц. Рассмотрены примеры распространения ударных волн в протяженных слоях газовзвеси с линейно возрастающим, линейно убывающим и синусоидальным законами изменения концентрации частиц. Показано, что при прохождении ударных волн по слоям газовзвеси с возрастающим или убывающим законами изменения концентрации частиц наблюдается соответственно усиление или ослабление волн; при движении ударных волн по газовзвесям с периодическим законом изменения концентрации частиц имеет место немонотонное распределение давлений за фронтами проходящих волн. Сопоставлены решения, соответствующие поли- и монодисперсным газовзвесям с эффективным размером частиц. Приводится сравнение неравновесного и термодинамически равновесного решений.

1. Основные уравнения. Пусть имеется смесь газа с твердыми химически инертными взвешенными частицами. Для описания ее движения используются обычные для механики сплошных многофазных сред допущения [1, 2]: расстояния, на которых параметры течения меняются существенно, много больше характерных размеров частиц и расстояний между ними; частицы имеют сферическую форму; взвесь полидисперсная и состоит из двух фракций частиц с сильно различающимися размерами ($d_2 \ll d_3$) и соответственно характерными временами выравнивания скоростей фаз ($t_{vj} \sim d_j^2$; $j=2$; 3; $t_{v2} \ll t_{v3}$); эффекты вязкости и теплопроводности фаз существенны лишь в процессах взаимодействия газа с частицами; деформация, дробление, испарение и столкновение частиц отсутствуют; изменение внутренней энергии смеси, обусловленное работой сил межфазного трения, целиком осуществляется через несущую газовую фазу. При принятых допущениях система уравнений одномерного плоского нестационарного движения двухфракционной газовзвеси может быть представлена в следующем виде:

$$\frac{\partial \rho_i}{\partial t} + \frac{\partial \rho_i u_i}{\partial x} = 0 \qquad (i=1;\ 2;\ 3)$$

$$\frac{\partial \rho_1 u_1}{\partial t} + \frac{\partial \rho_1 u_1^2}{\partial x} + \frac{\partial p}{\partial x} = -F_{12} - F_{13} \tag{1.1}$$

$$\frac{\partial \rho_j u_j}{\partial t} + \frac{\partial \rho_j u_j^2}{\partial x} = F_{1j}; \qquad \frac{\partial \rho_j e_j}{\partial t} + \frac{\partial \rho_j e_j u_j}{\partial x} = Q_{1j} \qquad (j=2;\ 3)$$

$$\frac{\partial}{\partial t}\sum_{i=1}^{3}\rho_i E_i+\frac{\partial}{\partial x}\sum_{i=1}^{3}(\rho_i u_i E_i+\alpha_i p u_i)=0$$

$$\alpha_i=\frac{\rho_i}{\rho_i^{\circ}}\quad\left(\sum_{i=1}^{3}\alpha_i=1\right),\qquad E_i=e_i+0{,}5u_i^2\qquad(i=1;2;3)$$

Система квазилинейных дифференциальных уравнений в частных производных (1.1) выражает собой запись законов сохранения масс и импульсов фаз, а также уравнений притоков тепла к фазам частиц и закон сохранения полной энергии смеси. Индексы 1, 2 и 3 внизу относятся соответственно к параметрам газовой фазы и двум фракциям дисперсной фазы. Через ρ_i, ρ_i°, α_i, u_i, e_i, E_i соответственно обозначены средняя и истинная плотности, объемное содержание, массовая скорость, удельные внутренняя и полная энергии i-й фазы; p — давление газа; F_{1j} и Q_{1j} — соответственно сила межфазного взаимодействия и интенсивность контактного теплообмена между газом и частицами с диаметром d_j ($j=2;\ 3$).

Используются уравнения состояния идеального калорически совершенного газа и несжимаемых твердых частиц

$$p=(\gamma-1)\rho_1^{\circ}e_1,\qquad e_1=c_1T_1\qquad(c_1=\mathrm{const})$$
$$\rho_j^{\circ}=\mathrm{const},\ e_j=c_jT_j\ (\rho_2^{\circ}=\rho_3^{\circ};\ c_2=c_3;\ j=2;\ 3)\tag{1.2}$$

где γ — показатель адиабаты газа; c_1 и c_2 — удельные теплоемкости газа при постоянном объеме и частиц; T_i — температура i-й фазы.

Система уравнений (1.1)—(1.2) замыкается путем задания законов межфазного взаимодействия [1, 2]

$$F_{1j}=\frac{\rho_1\rho_jC_{dj}}{\alpha_1\rho_j^{\circ}d_j}|u_1-u_j|(u_1-u_j);\qquad Q_{1j}=\frac{6\rho_j\mathrm{Nu}_{1j}\lambda_1(T_1-T_j)}{\rho_j^{\circ}d_j^2}\qquad(j=2;3)\tag{1.3}$$

Здесь C_{dj} — коэффициент аэродинамического сопротивления частиц, имеющих размер d_j; Nu_{1j} — число Нуссельта газовой фазы, характеризующее теплообмен между газом и частицами j-й фракции; λ_1 — коэффициент теплопроводности газа. Выражения для C_{dj} и Nu_{1j} задаются в виде следующих зависимостей, учитывающих сжимаемость и стесненность потока [1]:

$$C_{dj}=C_{dj}^{\circ}(\mathrm{Re}_{1j})[1+\exp(-0{,}427/\mathrm{M}_{1j}^{4,63})]\alpha_1^k$$

$$C_{dj}^{\circ}(\mathrm{Re}_{1j})=\frac{24}{\mathrm{Re}_{1j}}+\frac{4}{\sqrt{\mathrm{Re}_{1j}}}+0{,}4,\qquad M_{1j}=\frac{|u_1-u_j|}{a_1}$$

$$\mathrm{Re}_{1j}=\frac{\rho_1^{\circ}|u_1-u_j|d_j}{\mu_1},\qquad a_1^2=\gamma\frac{p}{\rho_1^{\circ}},\qquad k=\mathrm{const}$$

$$\mathrm{Nu}_{1j}=2\exp(-\mathrm{M}_{1j})+0{,}459\mathrm{Re}_{1j}^{0,55}\mathrm{Pr}^{0,33},\qquad \mathrm{Pr}=\frac{\gamma_1c_1\mu_1}{\lambda_1}\qquad(j=2;3)\tag{1.4}$$

В зависимостях (1.4) C_{dj}° — коэффициент аэродинамического сопротивления одиночной сферической частицы с размером d_j; M_{1j}, Pr, Re_{1j} — соответственно число Маха относительного движения фаз, числа Прандтля и Рейнольдса; k — коэффициент, учитывающий стесненность потока; a_1, μ_1 — соответственно адиабатическая скорость звука и динамическая вязкость газа.

2. Постановка задачи и параметры подобия. В начальный момент времени $t=0$ в области $(-\infty<x\leqslant x_*)$ задано ступенчатое возмущение газа ударной волной; в области $(x_*<x<+\infty)$ находится неоднородная двухфракционная газовзвесь. Ставится цель — изучить эволюцию входящей в газовзвесь ударной волны в моменты времени $t>0$.

Начальные условия задачи задаются следующим образом

$$\frac{\rho_1^\circ(x,0)}{\rho_{10}^\circ}=\frac{(\gamma+1)M_0^2}{2+(\gamma-1)M_0^2},\qquad \frac{u_1(x,0)}{a_{10}}=\frac{2}{\gamma+1}\left(M_0-\frac{1}{M_0}\right)$$

$$\alpha_1(x,0)=1,\qquad \frac{p(x,0)}{p_0}=1+\frac{2\gamma}{\gamma+1}(M_0^2-1)\qquad(-\infty<x\leqslant x_*)$$

$$\frac{\rho_1^\circ(x,0)}{\rho_{10}^\circ}=1,\quad \frac{u_1(x,0)}{a_{10}}=\frac{u_j(x,0)}{a_{10}}=0,\quad \frac{p(x,0)}{p_0}=1 \tag{2.1}$$

$$\frac{T_1(x,0)}{T_0}=\frac{T_j(x,0)}{T_0}=1,\qquad \frac{\rho_{10}(x,0)}{\rho_{10}^\circ}=1-\sum_{j=2}^{3}\frac{f_j(x)\rho_{10}^\circ}{\rho_j^\circ}$$

$$\frac{\rho_{j0}(x,0)}{\rho_{10}^\circ}=f_j(x)\qquad(j=2;\,3);\qquad(x_*<x<+\infty)$$

Здесь в области $(-\infty<x\leqslant x_*)$ записаны соотношения Ренкина — Гюгонио, описывающие состояние газа за ударной волной, интенсивность которой задается числом Маха ($M_0=D/a_{10}$, где D — скорость волны). Функции $f_j(x)$ $(j=2;\,3)$ характеризуют неоднородность газовзвеси. В настоящем исследовании использовались два вида функций $f_j(x)$

$$f_j(x)=A_j+B_jx;\quad A_j,\,B_j\equiv\text{const} \tag{2.2}$$

$$f_j(x)=\sin(A_j+B_jx)+C_j;\quad A_j,\,B_j,\,C_j\equiv\text{const} \tag{2.3}$$

Сформулированная задача представляет собой задачу Коши для системы квазилинейных дифференциальных уравнений в частных производных (1.1)—(1.4) с начальными условиями (2.1)—(2.3).

Численное интегрирование уравнений (1.1)—(1.4) осуществлялось с использованием следующих безразмерных переменных и параметров подобия:

$$P=\frac{p}{p_0};\quad \theta_i=\frac{T_i}{T_0};\quad R_i=\frac{\rho_i}{\rho_{10}^\circ};\quad R_i^\circ=\frac{\rho_i^\circ}{\rho_{10}^\circ};\quad U_i=\frac{u_i}{a_{10}}$$

$$H_i=\frac{e_i}{a_{10}^2};\quad W_i=\frac{E_i}{a_{10}^2};\quad \tau=\frac{t}{t_{v2}}\quad\left(t_{v2}=\frac{\rho_2^\circ d_2^2}{18\mu_1}\right) \tag{2.4}$$

$$X=\frac{x}{a_{10}t_{v2}}\qquad(d_2<d_3);\qquad(i=1;\,2;\,3)$$

$$\gamma;\quad \delta=\frac{c_2}{c_1};\quad \Pr=\frac{\gamma c_1\mu_1}{\lambda_1};\quad M_0;\quad \varepsilon=\frac{d_2}{d_3};\quad r=\frac{\rho_2^\circ}{\rho_{10}^\circ}$$

$$\mathrm{Re}_0=\frac{\rho_{10}^\circ d_2a_{10}}{\mu_1}=\mathrm{Re}_\Gamma\psi(\gamma,M_0);\quad \xi_j=B_jl_{v2};\quad A_j;\quad C_j;\quad k_j$$

$$\left(j=2;\,3;\,l_{v2}=t_{v2}a_{10};\,\mathrm{Re}_\Gamma=\frac{\rho_{1\Gamma}^\circ u_{1\Gamma}d_2}{\mu_1}\right.$$

$$\left.\Psi(\gamma,M_0)=\frac{[2+(\gamma-1)M_0^2](\gamma-1)}{2(\gamma-1)M_0^2(M_0-1/M_0)}\right)$$

Здесь l_{v2} — характерная длина зоны выравнивания скоростей фаз (мелких частиц и газа) за ударной волной; $\rho_{1г}^\circ$, $u_{1г}$ — плотность и скорость газа за набегающей на газовзвесь ударной волной, которые определяются из соотношений Ренкина — Гюгонио (2.1).

Безразмерные параметры γ, δ, Pr в (2.4) характеризуют теплофизические свойства газа и частиц; M_0 и Re_0 задают интенсивность ударной волны и отношение сил инерции к силе вязкого трения, действующих на частицу с размером d_2 в потоке за ударной волной; параметры ε и r в (2.4) характеризуют соответственно полидисперсность двухфракционной газовзвеси и инерционность частиц; постоянные ξ_j, A_j, C_j ($j=2$; 3) определяют степень неоднородности газовзвеси; параметр k, как отмечалось ранее, характеризует стесненность частиц взвеси. Таким образом, в рамках принятой математической модели ударно-волновые течения неоднородных двухфракционных газовзвесей описываются 14 параметрами подобия.

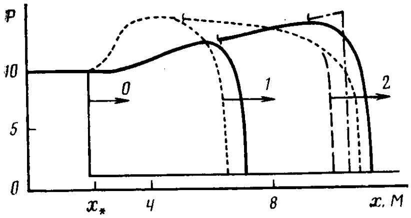
3. Некоторые результаты расчетов. Численное решение задачи осуществлялось методом крупных частиц [4] с алгоритмами локализации границ облака крупных и мелких дисперсных частиц взвеси [5—6], для точного счета их движения. Вычисления проводились с помощью ЭВМ ЕС-1066.

Расчеты выполнялись для воздуха и частиц кварцевого песка. При этом использовались следующие значения термодинамических параметров фаз:

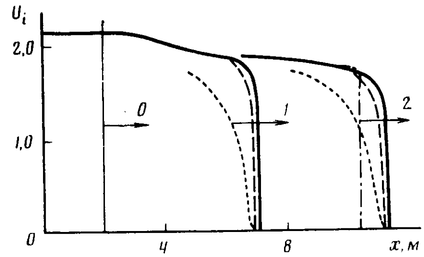
$$T_0=293\text{ К};\quad p_0=0{,}1\text{ МПа};\quad \rho_{10}^\circ=1{,}21\text{ кг/м}^3;\quad \gamma=1{,}4;$$
$$c_1=716\text{ м}^2/(c^2\cdot\text{град});\quad a_{10}=341\text{ м/с};\quad \mu_1=1{,}85\cdot10^{-5}\text{ кг/(м}\cdot\text{с)};$$
$$\lambda_1=0{,}026\text{ кг}\cdot\text{м/(с}^3\cdot\text{град)};\quad \rho_2^\circ=2500\text{ кг/м}^3;$$
$$c_2=710\text{ м}^2/(\text{с}^2\cdot\text{град});\quad \delta=0{,}99;\quad \text{Pr}=0{,}71;\quad r=2067;$$
$$k=-2{,}5.$$

Интенсивность ударной волны задавалась числом Маха $M_0=2{,}95$, что соответствует давлению на фронте набегающей волны 1 МПа. Размеры дисперсных частиц в смеси варьировались в диапазоне 10—360 мкм, а соответствующие им характерные времена релаксаций скоростей фаз — в интервале 0,75—972 мс. Для иллюстрируемых ниже результатов расчетов ударно-волновых течений двухфракционных газовзвесей с $d_2=60$ и $d_3=360$ мкм в качестве характерных масштабов времени и пространства принимались величины $t_{v2}=27$ мс, $l_{v2}=9$ м, рассчитанные по $d_2=60$ мкм. При этом параметры подобия $Re_0=1334$ и $\varepsilon=0{,}17$ (см. (2.4)). Отношение длин зон релаксации скоростей фаз (l_{vj} ($j=2$; 3)) к протяженности сильного возмущения газа ударной волной ($l_b\to\infty$) мало ($l_{vj}/l_b\ll1$). Последнее свидетельствует о том, что рассматриваются длинноволновые возмущения в газовзвесях. Постоянные коэффициенты выбирались следующими: $A_j=-0{,}195$; $B_j=0{,}1$ м$^{-1}$ ($\xi_j=0{,}9$) и $A_j=1{,}27$; $B_j=-0{,}1$ м$^{-1}$ ($\xi_j=-0{,}9$) — для формулы (2.2); $A_j=-10{,}49$; $C_j=1{,}2$; $B_j=41{,}76$ м$^{-1}$ ($\xi_j=$ $=375{,}84$) — для зависимости (2.3) ($j=2$; 3).

На фиг. 1 представлены характерные численные решения, иллюстрирующие эволюцию ударных волн, проникающих в полупространства двухфракционных газовзвесей ($d_2=60$, $d_3=360$ мкм) с линейным законом изменения начальной концентрации частиц ($f_j(X)=A_j+\xi_jX$ ($j=2$; 3)). Показаны расчетные профили давлений за ударными волнами, распространяющимися по газовзвесям с линейно возрастающим ($A_j=-0{,}195$; $\xi_j=0{,}9$ — сплошные линии) и с линейно убывающим ($A_j=1{,}27$; $\xi_j=-0{,}9$ — пунктирные линии) законами распределения исходной средней плотности частиц, на моменты времени 0; 5,46 и 10,92 мс (соответственно кривые *0—2*). Штрихпунктирными и штриховыми линиями нанесены пре-



Фиг. 1



Фиг. 2

дельные термодинамически равновесные решения $(d_2, d_3 \to 0)$, соответствующие случаям распространения ударных волн в неоднородных газовзвесях с положительным и отрицательным градиентами концентрации частиц. Предельные равновесные решения получены путем численного интегрирования системы уравнений (1.1) при $u_i = u'$; $T_i = T'$ $(i=1; 2; 3)$, сведенной к обычным уравнениям газовой динамики для эффективного газа с усложненным уравнением состояния

$$p' = \rho' R' T' = (\Gamma - 1)\rho' e', \quad e' = c' T'$$

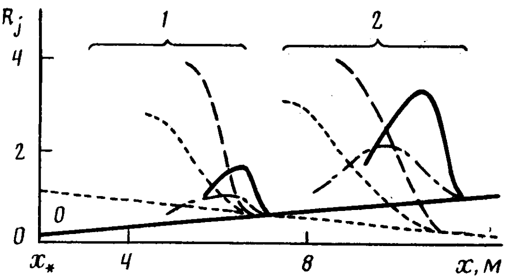
$$\Gamma = (\gamma c_1 m_1 + c_2 m_2 + c_2 m_3)/c', \quad c' = c_1 m_1 + c_2 m_2 + c_3 m_3 \tag{3.1}$$

$$m_1 = \frac{\rho' - \rho_2 - \rho_3}{\rho'}, \quad m_2 = \frac{\rho_2}{\rho'}, \quad m_3 = \frac{\rho_3}{\rho'} \quad (m_1 + m_2 + m_3 = 1)$$

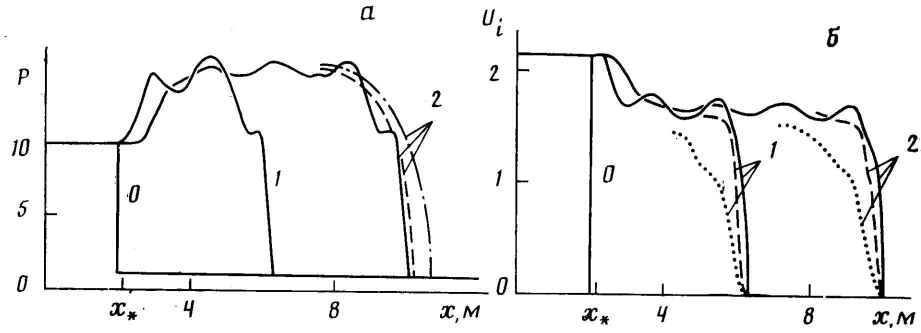
Для нахождения ρ_2 и ρ_3 в (3.1) решались дополнительно два уравнения неразрывности дисперсной фазы в предположении $u_2 = u_3 = u'$. Подсчет Γ, c', m_i $(i=1; 2; 3)$ осуществлялся в каждой точке сплошной среды (x) в каждый момент времени (t).

При распространении ударных волн по газовзвесям с линейно-возрастающим или линейно-убывающим законами изменения начальной концентрации частиц происходит соответственно повышение или понижение интенсивностей волн по давлению (см. фиг. 1). Непрерывный рост и уменьшение давлений за проходящими ударными волнами обусловлены соответственно нарастающим и убывающим тормозящим воздействием на газ, вовлекаемых в движение дисперсных частиц. В случае распространения ударных волн по неоднородным газовзвесям с весьма мелкими частицами $(d_2, d_3 \to 0)$ усиление или ослабление волн уплотнения обусловлены соответственно возрастанием или убыванием массы вовлекаемой в движение равновесной газовзвеси.

Равновесные решения $(d_2, d_3 \to 0)$ удовлетворительно согласуются с неравновесными решениями ($d_2 = 60$ мкм, $d_3 = 360$ мкм) в областях течения за ударными волнами, где завершается выравнивание скоростей газа и частиц $(U_1 - U_j \to 0$ $(j=2; 3))$. Последнее хорошо видно на фиг. 2, где изображены соответствующие фиг. 1 профили скоростей газа (сплошные линии) и частиц (штриховые линии — $d_2 = 60$ мкм, пунктирные линии — $d_3 = 360$ мкм) за ударной волной, распространяющейся по газовзвеси с положительным градиентом концентрации дисперсной фазы. Моменты времени на фиг. 2 такие же, как и на фиг. 1. Штрихпунктирной линией на фиг. 2 показано термодинамически равновесное решение. Как следует из представленных расчетных зависимостей, несмотря на совпадение равновесных и неравновесных решений в областях течения, где $U_1 - U_j \to 0$, имеется существенное различие решений в областях интенсивной релаксации скоростей фаз за фронтами ударных волн, где $U_1 - U_j$ велико. В частности, как это видно из фиг. 1—2, на момент движения 10,92 мс



Фиг. 3



Фиг. 4

неравновесное решение заметно отличается от равновесного решения в зоне течения газа и частиц протяженностью порядка 1 м за фронтом ударной волны.

На фиг. 3 продемонстрированы характерные профили средней плотности частиц R_j ($j=2$; 3) за ударными волнами в неоднородных газовзвесях с линейно возрастающим законом изменения начальной концентрации частиц (сплошные линии — $d_2=60$ мкм, штрихпунктирные линии — $d_3=360$ мкм) и с линейно убывающим законом изменения $R_j(x, 0)$ (штриховые линии — $d_2=60$ мкм, пунктирные линии — $d_3=360$ мкм). Кривые *0—2* соответствуют моментам времени 0; 5,46 и 10,92 мс. Параметры газовзвесей, $R_j(x, 0)$ — такие же, как и на фиг. 1—2.

Из фиг. 3 видно, что распределения средних плотностей частиц R_j ($j=2$; 3) за ударными волнами в газовзвесях с положительным градиентом концентрации дисперсной фазы отличаются от распределений R_j в газовзвесях с отрицательным градиентом концентрации частиц. При движении ударной волны по неоднородной газовзвеси с $\operatorname{grad} R_j(x, 0)<0$ профили R_j представляют собой монотонно убывающие функции с максимумом, находящимся на подвижной границе облака частиц j-й фракции. При распространении ударной волны по газовзвеси с $\operatorname{grad} R_j(x, 0)>0$ профили R_j — немонотонные функции с максимумом, расположенным внутри возмущенной части облака частиц j-й фракции.

Отмеченные особенности распределений средней плотности частиц за ударными волнами объясняются следующим образом. В случае проникания ударной волны в облако газовзвеси с $\operatorname{grad} R_j(x, 0)<0$ наиболее плотные слои дисперсной фазы, расположенные вблизи левой границы облака, приходят в движение раньше, чем более удаленные от границы облака слои менее плотной газовзвеси. В результате этого плотные слои дисперсной фазы приобретают большую скорость, чем скорость менее плотных слоев газовзвеси. С течением времени из-за такой разности скоростей плотных и менее плотных слоев дисперсной фазы происходит уплотнение облака частиц. Наибольшее уплотнение частиц будет вблизи границы облака газовзвеси.

При проникании ударной волны в газовзвесь с $\operatorname{grad} R_j(x, 0)>0$ менее плотные слои дисперсной фазы приходят в движение раньше, чем более плотные слои. Соответственно на один и тот же момент движения менее плотные слои газовзвеси приобретают большую скорость, чем скорость более плотных слоев. Из-за разности скоростей менее и более плотных слоев газовзвеси облако частиц уплотняется. Наиболее интенсивно уплотняются его более плотные и менее ускоренные слои. Однако ввиду того что масса легких слоев облака газовзвеси меньше массы его тяжелых слоев, пик плотности частиц реализуется внутри зоны возмущенной газовзвеси, где $\partial(\rho_j u_j)/\partial x<0$.

В качестве примера распространения ударных волн в полидисперсных неоднородных газовзвесях с периодическим законом изменения начальной концентрации частиц (2.3) приводятся результаты численного исследования процесса эволюции таких волн в двухфракционных газовзвесях ($d_2=60$ мкм, $d_3=360$ мкм; $A_j=-10{,}49$; $\xi_j=375{,}84$; $C_j=1{,}2$ ($j=2$; 3)). На фиг. 4, *а* сплошными линиями показаны характерные профили давления за ударной волной в периодически неоднородной газовзвеси на моменты времени 0; 5,46; 10,92 мс (см. кривые *0–2*). Штриховой линией нанесено решение, соответствующее двухфракционной газовзвеси ($d_2=60$ мкм, $d_3=360$ мкм) с начальной плотностью частиц, равной среднему по периоду функции $f_j(X)$ значению $\langle\rho_{j0}/\rho_{10}{}^\circ\rangle=\langle f_j(X)\rangle=\text{const}$. Штрихпунктирной линией изображено решение, соответствующее однородной монодисперсной газовзвеси с плотностью частиц $\langle\rho_{j0}/\rho_{10}{}^\circ\rangle$ и эффективным размером частиц

$$d_*=\sqrt{(\rho_{20}d_2{}^2+\rho_{30}d_3{}^2)/(\rho_{20}+\rho_{30})} \tag{3.2}$$

Зависимость (3.2) рекомендована в [7] для описания движений полидисперсных газовзвесей за длинноволновыми акустическими возмущениями. Для рассматриваемой смеси $d_*=258$ мкм, $\langle\rho_{j0}/\rho_{10}{}^\circ\rangle=1{,}2$.

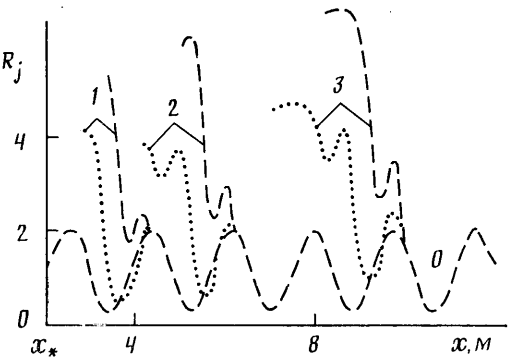
Из фиг. 4, *а* видно, что при распространении ударных волн в газовзвесях с периодически возрастающим и убывающим законом изменения концентрации частиц имеет место немонотонное распределение давлений за фронтами ударных волн. Решения для периодически неоднородных и однородных распределений начальной концентрации частиц заметно отличаются друг от друга (см. сплошные и штриховые линии).

Одинаковая масса взвешенных частиц в газе по-разному влияет на параметры проходящих ударных волн в газовзвесях в зависимости от вида закона изменения начальной концентрации дисперсной фазы. Монодисперсная модель газовзвеси с эффективным размером частиц (3.2) удовлетворительно описывает ударные волны в двухфракционных смесях (см. штрихпунктирную и штриховую линии на фиг. 4, *а*).

На фиг. 4, *б* приведены соответствующие фиг. 4, *а* профили массовых скоростей фаз (сплошные линии – газ, штриховые линии – частицы с диаметром $d_2=60$ мкм, пунктирные линии – частицы с размером $d_3=360$ мкм). Моменты времени такие же, как на фиг. 4, *а*. Массовая скорость газа и давление за ударной волной изменяются немонотонно. Движение инерционных частиц дисперсной фазы относительно газа за фронтом ударной волны может быть как отстающим ($U_2<U_1$), так и опережающим ($U_2>U_1$).

На фиг. 5 изображены соответствующие фиг. 4 распределения средних плотностей частиц двухфракционной газовзвеси (штриховые линии – $d_2=60$ мкм, пунктирные линии – $d_3=360$ мкм) в пространстве на моменты времени $t=0$; 2,73; 5,46; 10,92 мс (соответственно кривые *0–3*). При распространении волн по газовзвесям с периодическим законом изменения начальной концентрации частиц вдоль координаты x реализуются немонотонные распределения в пространстве средних плотностей составляющих двухфракционной взвеси. Характерной особенностью этих распределений является наличие «горбиков» на профилях $R_j(x, t)$.

Возникновение горбиков плотности дисперсной фазы за проходящими ударными волнами наиболее просто понять при замене синусоидального закона изменения начальной концентрации частиц на пилообразный (линейно-периодический) закон: $\arcsin(\sin(A_j+B_jx))+C_j$. При такой замене функции анализ процесса распространения ударной волны сводится к последовательному рассмотрению эволюции волны уплотнения в аэродисперсной среде с чередующимися линейно возрастающим и линейно убывающим законами изменения начальной концентрации частиц. Процесс



Фиг. 5

распространения ударных волн в газовзвесях с линейными законами $R_j(x, 0)$ подробно описан выше и проиллюстрирован на фиг. 1—3. Совместный анализ фиг. 3 и 5 показывает, что горбики плотности частиц на кривых $R_j(x, t)$ на фиг. 5 возникают при прохождении ударной волной участков газовзвеси с положительным градиентом начальной концентрации дисперсной фазы $(\partial R_j(x, 0)/\partial x>0)$.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Ивандаев А. И., Кутушев А. Г., Нигматулин Р. И.* Газовая динамика многофазных сред. Ударные и детонационные волны в газовзвесях // Итоги науки и техники. ВИНИТИ. Мех. жидкости и газа. 1981. Т. 16. С. 209–290.
2. *Фомин В. М.* Ударные волны в смесях газ+твердые частицы // Гидродинамика и теплообмен в двухфазных средах: Матер. 2-й Всесоюз. шк. по теплофизике. Новосибирск, Дек., 1981. Новосибирск: Ин-т теплофизики СО АН СССР, 1981. С. 72–80.
3. *Igra O., Ben-Dor G.* Dusty shock waves // Appl. Mech. Rev. 1988. V. 41. P. 379–437.
4. *Белоцерковский О. М., Давыдов Ю. М.* Метод крупных частиц в газовой динамике. М.: Наука, 1982. 391 с.
5. *Губайдуллин А. А., Ивандаев А. И., Нигматулин Р. И.* Модифицированный метод «крупных частиц» для расчета нестационарных волновых процессов в многофазных дисперсных средах // Журн. вычисл. математики и мат. физики. 1977. Т. 17. № 6. С. 1531–1544.
6. *Ивандаев А. И., Кутушев А. Г.* Численное исследование нестационарных волновых течений газовзвесей с выделением границ двухфазных областей и контактных разрывов в несущем газе // Численные методы механики сплошной среды. 1983. Т. 14. № 6. С. 58–82.
7. *Гумеров Н. А., Ивандаев А. И.* Распространение звука в полидисперсных газовзвесях // ПМТФ. 1988. № 5. С. 115–124.

Тюмень

Поступила в редакцию 20.IV.1990