МЕХАНИКА
ЖИДКОСТИ И ГАЗА
№ 5 · 1991

УДК 533.6.011.5+532.526.5

В. К. МАСАЛОВ, Р. К. ТАГИРОВ

РАСЧЕТ ДОННОГО ДАВЛЕНИЯ И ЭНТАЛЬПИИ ЗА УСТУПОМ, ОБТЕКАЕМЫМ ДВУМЯ СВЕРХЗВУКОВЫМИ ПОТОКАМИ, С УЧЕТОМ ВЛИЯНИЯ ПОГРАНИЧНЫХ СЛОЕВ И ТЕПЛОВЫХ ПОТОКОВ

Разработан относительно простой метод расчета параметров течения за уступом, обтекаемым двумя сверхзвуковыми потоками. Метод основан на использовании приближения пограничного слоя и интегральных законов сохранения массы и энергии (модель вязко-невязкого взаимодействия). Он позволяет определять величины донного давления и донной энтальпии с учетом влияния чисел Маха, чисел Рейнольдса, толщин начальных пограничных слоев, показателей адиабаты и энтальпий стенок при различных отношениях полных давлений и энтальпий двух потоков, обтекающих донный уступ.

При решении ряда технических задач, например при исследованиях выходного устройства реактивного двигателя, возникает необходимость в определении параметров течения за донным уступом, обтекаемым двумя разными сверхзвуковыми потоками.

Имеются работы, посвященные экспериментальному и расчетному исследованию обтекания донного уступа [1–9]. Из расчетных работ, в которых бы учитывалось влияние пограничных слоев, можно отметить опубликованные недавно работы [6, 7], в которых параметры за донным уступом определяются на основе решения осредненных уравнений Навье – Стокса. Простых методов расчета, которые позволяли бы определять достоверные значения донного давления и донной температуры за уступом, обтекаемым двумя потоками с разными пограничными слоями, в настоящее время в литературе нет.

1. Рассмотрим обтекание плоского уступа сверхзвуковыми потоками, имеющими перед уступом показатели адиабаты γ_i, полные давления и энтальпии P_{0i}, H_{0i}, числа Маха M_{0i}, толщины начальных пограничных слоев δ_{0i} $(i=1, 2)$. Параметры верхнего потока обозначим индексом 1, нижнего – 2, параметры в начальном сечении – индексом 0. Заданы высота уступа h, углы наклона α_i стенок, примыкающих к уступу.

Каждый из потоков в продольном направлении разделим на три области: *1* – область резкого изменения параметров в волне разрежения (сжатия) в окрестности точки отрыва потока; *2* – изобарическая зона смешения; *3* – область повышения давления в окрестности соединения двух оторвавшихся потоков.

Для описания течения за уступом применяется математическая модель вязко-невязкого взаимодействия, основанная на раздельном рассмотрении вязкого течения в приближении пограничного слоя и соответствующего невязкого течения при одинаковом значении донного давления p_g. Для описания невязких потоков используется ортогональная система координат z, r. Для описания вязких слоев используются местные ортогональные системы координат x, y, где ось x направлена вдоль границы соответствующего невязкого потока, а ось y – по нормали к ней.

Сделаем следующие основные предположения: 1) профили скорости пограничного слоя перед и за волной разрежения (сжатия) описываются степенными законами; полное давление постоянно вдоль линии тока в пограничном слое в пределах этой волны; 2) за уступом, до точки соединения двух потоков, донное давление p_g и донная энтальпия H_g постоянны, а скорости равны нулю; 3) для каждой пары величин p_g и H_g параметры на внешних границах зон смешения и максимальное давление в области соединения двух потоков равны параметрам соответствующих невязких потоков.

Поскольку верхний и нижний потоки описываются соотношениями одинакового вида, то далее рассматриваются уравнения только для верхнего потока 1. Соответствующие уравнения для нижнего потока отличаются индексами.

При заданном значении p_g основные параметры невязкого потока в изобарической области (направленная вдоль оси x продольная скорость u_1, число Маха M_1, число Крокко C_1) определяются с помощью соотношений для волны разрежения или скачка уплотнения. Профили скорости пограничного слоя перед и за волной разрежения (сжатия) имеют вид

$$\varphi_{01}=\zeta_{01}^{1/n_{01}}, \qquad \varphi_1=\zeta_1^{1/n_1}$$

$$\zeta_{01}=\frac{y}{\delta_{01}}, \qquad \zeta_1=\frac{y}{\delta_1}, \qquad \varphi_{01}=\frac{u}{u_{01}}, \qquad \varphi_1=\frac{u}{u_1}$$

Для определения n_1 и δ_1 за волной разрежения (сжатия) используются два уравнения, полученные в [8]

$$\int_0^1 f_{01}\,d\varphi_1=F_{01}, \qquad \delta_1=\delta_{01}\frac{n_{01}}{n_1}\frac{p_{01}}{p_g}\frac{C_1}{C_{01}}$$

$$F_{01}=\left(\frac{1-C_{01}^2}{1-C_1^2}\right)^{\gamma_1/(\gamma_1-1)}\frac{C_{01}^2}{C_1^2}\frac{p_g}{p_{01}}\int_0^1\frac{\varphi_{01}^{n_{01}}\,d\varphi_{01}}{H_{\delta 01}^- -\varphi_{01}^2C_{01}^2}$$

$$H_{\delta 1}^-=\frac{H_{\delta 1}}{H_{01}}=H_{w1}^-+(1-H_{w1}^-)\varphi_1, \qquad f_{01}=\frac{\varphi_1^{n_1}}{H_{\delta 1}^- -\varphi_1^2C_1^2}$$

$$H_{\delta 01}^-=\frac{H_{\delta 01}}{H_{01}}=H_{w1}^-+(1-H_{w1}^-)\varphi_{01}, \qquad H_{w1}^-=\frac{H_{w1}}{H_{01}}$$

При выводе предполагалось, что полные энтальпии поперек пограничного слоя перед ($H_{\delta 01}$) и за ($H_{\delta 1}$) волной разрежения (сжатия) линейно зависят от скорости. Для зоны смешения на основе совместного рассмотрения уравнений сохранения массы и импульса запишем соотношения для определения координаты линии постоянных масс

$$\int_{\eta_{H1}}^{\eta_{f1}} f_1\,d\eta=\int_{\eta_{H1}}^{\eta_{b1}} f_1(1-\varphi)\,d\eta-\eta_{x1}n_1\int_0^1 f_{01}(1-\varphi_1)\,d\varphi_1$$

$$\varphi=\frac{u}{u_1}, \qquad \eta=\eta_{x1}\frac{y}{\delta_1}, \qquad H_1^-=\frac{H}{H_{01}}, \qquad f_1=\frac{\varphi}{H_1^- -\varphi^2C_1^2}$$

где η_{x1} — известная функция x, определяемая ниже.

Из решения линеаризованных уравнений пограничного слоя получаем профили скорости и полной энтальпии в зоне смешения

$$\varphi=\frac{1}{2}[1+\operatorname{erf}(\eta-\eta_{x1})]+\frac{1}{\sqrt{\pi}}\int_{\eta-\eta_{x1}}^{\eta}\left(\frac{\eta-\beta}{\eta_{x1}}\right)^{1/n_1}e^{-\beta^2}\,d\beta$$

$$H_1^- = \frac{1+H_{g1}^-}{2} + \frac{H_{w1}^- - H_{g1}^-}{2} \operatorname{erf}(\eta) + (1-H_{w1}^-)\left(\varphi - \frac{1}{2}\right)$$

Коэффициент турбулентной вязкости ε определяется в соответствии с модифицированной формулой Прандтля [9, 10, 1]

$$\varepsilon = K(u_1 - u_{H1})x + \varepsilon_0$$

$$K = \frac{\lambda}{4\sigma^2}, \qquad \sigma = \sigma_1\lambda, \qquad \sigma_1 = 12+2{,}78M_1, \qquad \lambda = \frac{u_1 - u_{H1}}{u_1 + u_{H1}}$$

С учетом этого соотношение для координаты η_{x1} имеет вид

$$\eta_{x1} = \frac{\sigma_1\delta_1}{1{,}5(x^2 + 4{,}4\sigma_1^2 x\delta_1\varepsilon_0^-)^{0,5}}$$

Предполагается, что коэффициент начальной турбулентной вязкости ε_0 определяется внешней частью пограничного слоя. Поэтому на основе известной формулы Клаузера [11]

$$\varepsilon_0^- = \frac{\varepsilon_0}{\delta_1 u_1} = \frac{0{,}018}{1+n_1}$$

Ординаты верхней и нижней границ зоны смешения $\eta_{в1}$ и $\eta_{н1}$ определяются с помощью соотношений

$$\varphi(\eta_{в1}) = 0{,}999, \quad \varphi(\eta_{н1}) = 0{,}001$$

Введем в рассмотрение разделяющую линию зоны смешения. Эта линия отделяет высоконапорные частицы газа, которые могут преодолеть область повышенного давления за замыкающим скачком уплотнения, от низконапорных частиц, которые не могут преодолеть эту область и возвращаются назад, образуя циркуляционную зону. Перепад давлений на замыкающем скачке уплотнения известен из решения задачи взаимодействия двух невязких потоков. Для определения ординаты разделяющей линии η_{d1} требуется условие присоединения, т. е. связь полного давления P_d/p_g на разделяющей линии с перепадом p_C/p_g. В схеме Корста [1] $P_d = p_C$. Однако это условие присоединения не учитывает работу сил трения. В литературе опубликованы различные способы уточнения этого условия (см., например, [5, 12]). В данной работе предлагается новое условие, учитывающее работу сил трения и имеющее вид

$$\frac{P_{d1}}{p_g} = \frac{p_C}{p_g}\frac{1}{P_{cr1}^-},$$

Обоснование этого соотношения и методы определения критического перепада давлений на скачке уплотнения p_{cr}^- даны в следующем разделе. С помощью найденного значения P_{d1}/p_g определяется величина скорости φ_d на разделяющей линии

$$\varphi_{d1} = \left[\frac{H_{d1}}{H_{01}}\left(1 - \left(\frac{P_{d1}}{p_g}\right)^{1/\gamma_1 - 1}\right) C_1^{-2}\right]^{1/2}$$

Поскольку полная энтальпия H_d на разделяющей линии тока зависит от φ_d, то φ_d из написанного соотношения находится методом последовательных приближений. При этом определяется искомая ордината η_{d1} из соотношения $\varphi(\eta_{d1}) = \varphi_{d1}$.

Рассматриваемая задача об отрывном течении за уступом замыкается с помощью уравнений сохранения массы и тепла

$$F_1 + AF_2 + m_b^- B = 0$$

$$\int_{\eta_{d1}}^{\eta_{b1}} f_1(H_1^- - 1)\,d\eta - F_1 + \eta_{x1}n_1\int_0^1 f_{01}(1 - H_{\delta 1}^-)\,d\varphi_1 +$$

$$+ B_1\left[\int_{\eta_{d2}}^{\eta_{b2}} f_2(H_2^- - 1)\,d\eta - F_2 + \eta_{x2}n_2\int_0^1 f_{02}(1 - H_{\delta 2}^-)\,d\varphi_2\right] - B_2 = 0$$

$$A = \frac{M_2}{M_1}\frac{\delta_2}{\delta_1}\frac{\eta_{x1}}{\eta_{x2}}\frac{\gamma_2}{\gamma_1}\left(\frac{\gamma_1 - 1}{\gamma_2 - 1}\frac{H_{01}}{H_{02}}\frac{1 - C_2^2}{1 - C_1^2}\right)^{1/2}$$

$$B = \frac{\eta_{x1}}{1 - C_1^2}\frac{h}{\delta_1}\frac{M_{01}}{M_1}\frac{p_{01}}{p_g}\left(\frac{1 - C_1^2}{1 - C_{01}^2}\right)^{1/2}$$

$$B_1 = A\frac{H_{02}}{H_{01}}, \qquad B_2 = m_b^- B\frac{H_b}{H_{01}} + Q_{wg}^-$$

$$m_b^- = \frac{m_b}{\rho_{01}u_{01}h}, \qquad Q_{wg}^- = \frac{Q_{wg}\eta_{x1}}{\rho_1 u_1 H_{01}\delta_1(1 - C_1^2)}$$

$$F_1 = \int_{\eta_{f1}}^{\eta_{d1}} f_1\,d\eta, \qquad F_2 = \int_{\eta_{f2}}^{\eta_{d2}} f_2\,d\eta, \qquad f_{02} = \frac{\varphi_2^{n_2}}{H_{\delta 2}^- - \varphi_2^2 C_2^2}$$

$$f_2 = \frac{\varphi}{H_2^- - \varphi^2 C_2^2}, \qquad H_{\delta 2}^- = H_{w2}^- + (1 - H_{w2}^-)\varphi_2, \qquad H_{w2}^- = \frac{H_{w2}}{H_{02}}$$

Здесь m_b и H_b — расход и полная энтальпия вдуваемого в донную область газа; Q_{wg} — подводимое в донную область через стенку уступа тепло.

С помощью выписанных уравнений в процессе итерационных расчетов определяются искомые величины p_g и H_g.

2. Рассмотрим течение в области присоединения, где происходит повышение давления от p_g до p_c на некоторой длине l. Для облегчения понимания процесса вначале проанализируем течение в пограничном слое на стенке перед задней кромкой сопла. Если струя истекает из сопла на расчетном режиме, то $l=0$. Если давление среды $p_н$ возрастает, то оно передается по пограничному слою вверх по потоку на расстояние l. Здесь можно выделить линию f, на которой полное давление $P_f = p_н$. Это эквивалентно условию присоединения Корста.

Если бы течение в области взаимодействия на длине l определялось только полными давлениями струек тока, то все частицы ниже линии f не смогли бы преодолеть давление $p_н$ и образовали бы обратный поток. В реальном течении этого не происходит из-за наличия работы сил трения. Частицы газа, имеющие бо́льшую скорость, из-за турбулентной вязкости тянут за собой частицы, имеющие меньшую скорость, повышая их полное давление на величину ΔP. В силу этого действительной разделяющей линией d является линия тока, лежащая на стенке, а не линия f. Оценим величину ΔP: $P_f = P_d + \Delta P$.

Так как $P_f = p_н$, $P_d = p_1$, то

$$\frac{\Delta P}{P_d} = \frac{p_н}{p_1} - 1 = \frac{\Delta p}{p_1}$$

По мере увеличения $p_н$ возрастает и ΔP, но только до определенного момента. Когда $p_н/p_1$ достигает критического значения p_{cr}^-, начинается отрыв и вся область взаимодействия, имеющая длину l, перемещается вверх по потоку. Отсюда следует, что ΔP достигает максимального значения при

$$\left(\frac{\Delta P}{P_d}\right)_{max} = p_{cr}^- - 1$$

Таким образом, критический перепад давления на скачке является мерой работы сил трения и определяет максимальное значение эффективного приращения полного давления ΔP на линии d.

Рассмотрим область присоединения оторвавшегося потока применительно к решаемой в данной работе задаче. Давление перед областью присоединения равно p_g, а за ней – p_c. Если $p_c/p_g \leqslant p_{cr}^-$, то все частицы профиля скорости преодолеют область повышения давления. В этом случае разделяющая линия тока совпадает с линией нулевых скоростей и полученные выше соотношения для ΔP справедливы. По-прежнему максимальное приращение полного давления на линии d из-за влияния работы сил трения определяется величиной p_{cr}^-.

Рассмотрим более общий случай, когда $p_c/p_g > p_{cr}^-$. В этом случае образуется обратный поток и линия d находится выше линии нулевых скоростей. Этот обратный поток обусловлен полным давлением на разделяющей линии $P_d = P_f - \Delta P_{max}$ или $P_d[1+(\Delta P/P_d)_{max}] = p_c$. Отсюда получаем

$$\frac{P_d}{p_g} = \frac{p_c}{p_g}\frac{1}{p_{cr}^-}$$

Рассмотрим два способа определения величины p_{cr}^-. Первый основан на оценках, аналогичных оценкам [13]. Для окрестности линии d, где скорости малы, справедливы соотношения

$$\frac{\Delta p}{q_1} \approx \frac{2}{\beta_1}\Delta\theta, \quad \frac{dp}{dx} \approx \left(\frac{\partial \tau}{\partial y}\right)_d$$

$$q_1 = \frac{1}{2}\rho_1 u_1^2, \qquad \beta_1 = (M_1^2-1)^{1/2}$$

Если считать, что в области обратных токов на стенке $\tau_w \approx 0$, то

$$\frac{\Delta p}{q_1} \sim \sqrt{\frac{C_{fd}}{\beta_1}}, \quad \frac{l}{\delta_d} \sim \frac{1}{\sqrt{\beta_1 C_{fd}}}$$

Эта оценка определяет критический перепад p_{cr}^- с точностью до константы

$$p_{cr}^- = 1 + A_c \gamma M_1^2 \sqrt{\frac{C_{fd}}{\beta_1}}$$

Полученное соотношение отличается от аналогичных соотношений работ [12–14] наличием коэффициента трения на разделяющей линии вместо коэффициента трения на стенке. На основе расчетов установлено, что $A_c = 0{,}77$. Поскольку профили скорости и полной энтальпии в зоне смешения известны, то величина C_{fd} определяется по формуле

$$C_{fd} = D\left(\frac{\partial \varphi}{\partial \eta}\right)_d (H_d^- - \varphi_d^2 C_1^2)^{-1}$$

$$D = 2(1-C_1^2)\left(0{,}455\frac{x}{\sigma_1^2} + \varepsilon_0^- \delta_1\right)\frac{\eta_{x1}}{\delta_1}$$

$$\left(\frac{\partial \varphi}{\partial \eta}\right)_d = \frac{1}{\sqrt{\pi}} e^{-(\eta_d - \eta_{x1})^2} - \frac{2}{\sqrt{\pi}} \int\limits_{\eta_d - \eta_{x1}}^{\eta_d} \left(\frac{\eta_d - \beta}{\eta_{x1}}\right)^{1/n_1} \beta e^{-\beta^2}\, d\beta$$

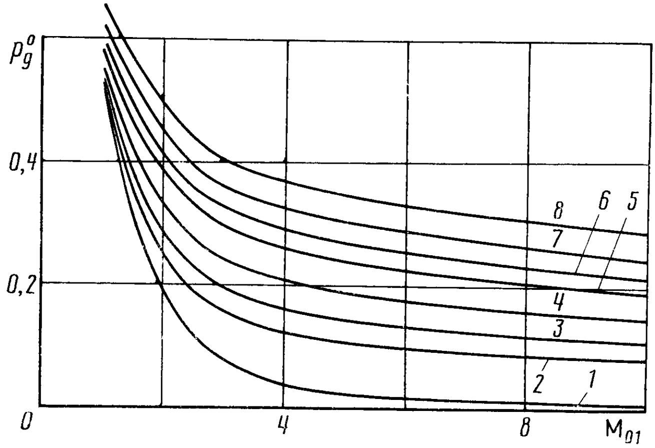
Во втором способе определения p_{cr}^- в соответствии с [15] принимается, что в критическом скачке уплотнения отношение чисел Маха M° является функцией числа Рейнольдса и температуры.

В [15] для турбулентного пограничного слоя получено, что

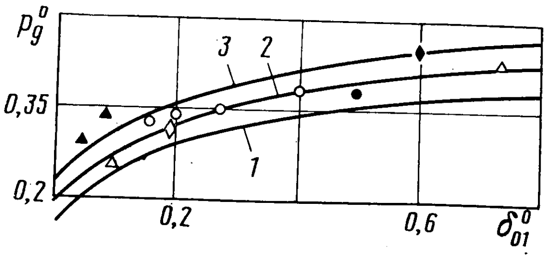
$$M^\circ = C_M C_{fi}^{0,1} T_w^{0,04}, \quad C_{fi} = (2\lg Re_x - 0{,}65)^{-2,3}$$

где C_{fi} – коэффициент трения, соответствующий несжимаемой жидкости. Константа C_M и соответствующее ей значение M° могут изменяться в зависимости от наполненности профиля скорости. Для профилей, описываемых степенным законом с показателем степени порядка 7, $C_M \simeq 1{,}42$. При этом, например для $Re_x = 6\cdot 10^6$ и $T_w = 1$, получается $M^\circ = 0{,}7885$.

В зоне смешения струйный профиль скорости менее наполнен, чем в пограничном слое. Поэтому для него константа C_M и M° должны иметь бóльшие значения. На основе пробных расчетов донного давления установлено, что для принятых в



Фиг. 1



Фиг. 2

данной работе профилей скорости в зоне смешения $C_м=1{,}639$. При этом для $\mathrm{Re}_x=6\cdot10^6$ и $T_w=1$ получается $M^\circ=0{,}91$.

Таким образом, применительно к рассматриваемой задаче

$$M^\circ=1{,}639C_{f1}^{\ 0,1}\left(\frac{H_{d1}}{H_{01}}\right)^{0,04}$$

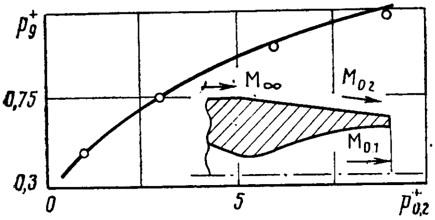
Здесь в качестве температурного фактора выступает относительная полная энтальпия на разделяющей линии тока. Искомый критический перепад давлений определяется с помощью соотношений [15].

Проведены расчеты донного давления при $M_{01}=1{,}5$, 2, 3 с использованием двух способов определения p_{cr}^-. Результаты удовлетворительно согласуются. В дальнейшем использовался второй способ.

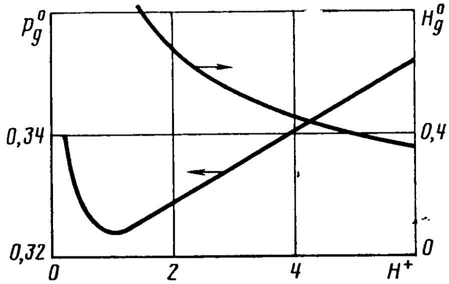
3. Рассмотрим результаты расчетов обтекания донного уступа при отсутствии тепловых потоков. На фиг. 1 приведены результаты расчета донного давления $p_g^\circ=p_g/p_{01}$ (p_{01} — статическое давление набегающего потока) в зависимости от M_{01} для случая обтекания уступа высотой h_1 одним потоком при $\gamma=1{,}4$, $\mathrm{Re}_x=6\cdot10^6$. Кривая *1* соответствует $\delta_{01}^\circ=\delta_{01}/h_1=0$, *2* — 0,05, *3* — 0,1, *4* — 0,2, *5* — 0,4, *6* — 0,6, *7* — 1, *8* — 2.

На фиг. 2 дается сравнение рассчитанных при $M_{01}=2$, $\gamma_1=1{,}4$, $\mathrm{Re}_x=3{,}6\cdot10^7$, $6\cdot10^6$, 10^6 (кривые *1*, *2*, *3*) и $\delta_{01}^\circ=0-0{,}8$ результатов с экспериментальными данными, собранными в [9] из различных источников. В целом имеется удовлетворительное их соответствие.

Для следующего примера расчета выбрана модель выходного устройства, подробно исследованная в [6, 7], где приведены результаты численных исследований, полученных на основе интегрирования осредненных уравнений Навье — Стокса и эксперимента [4]. Модель представляла собой осесимметричное тело диаметром D, из заднего торца которого истекала реак-



Фиг. 3



Фиг. 4

тивная струя. Полная длина модели $L_1=9D$, диаметр выходного сечения сопла $d_c=0{,}6D$, высота кольцевого донного уступа $h=0{,}06D$, угол наклона задней (кормовой) части тела $\alpha_1=-8°$, число Маха внешнего потока $M_\infty=2$, число Маха на выходе из сопла $M_{02}=2{,}5$, показатели адиабаты $\gamma_1=\gamma_2=1{,}4$, число Рейнольдса для внешнего потока $\mathrm{Re}_D\simeq 1{,}5\cdot 10^6$, толщина вытеснения внешнего пограничного слоя перед уступом $0{,}038D$.

Расчеты проведены при различных отношениях статических давлений внутреннего и внешнего потоков $p_{02}/p_{01}=1-10$. Высота уступа мала, поэтому при определении донного давления использовалось приближение плоского течения. Для исследуемого варианта принималось, что из сопла истекает равномерный поток параллельно оси симметрии ($\alpha_2=0$). На основе имеющихся данных для внешнего потока получено, что $M_{01}=2{,}3$, $\mathrm{Re}_1=1{,}35\cdot 10^7$, $\delta_{01}/h\simeq 2{,}4$. Предполагалось, что изменение режима истечения струи из сопла, длина которой берется равной $L_2\simeq 0{,}9D$, происходит в результате изменения полного давления внутреннего потока. Соответственно происходит изменение числа Re_2 и толщины пограничного слоя δ_{02}/h. Полученные для внутреннего потока начальные данные приведены ниже ($p_{02}{}^+=p_{02}/p_\infty$):

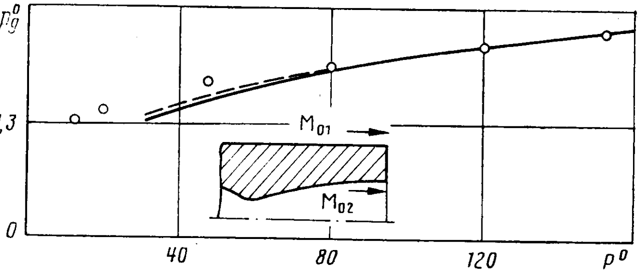
P_{02}/P_{01}	1	4	8	12	16	20
$p_{02}{}^+$	0,458	1,832	3,664	5,495	7,327	9,159
$\mathrm{Re}_2\cdot 10^{-7}$	0,12	0,48	0,96	1,44	1,92	2,4
δ_{02}/h	0,389	0,295	0,257	0,237	0,223	0,214
$p_g{}^+$	0,323	0,632	0,858	1,014	1,148	1,257

Результаты расчета донного давления приведены в последней строке ($p_g{}^+=p_g/p_\infty$), а также на фиг. 3. Здесь же показаны экспериментальные точки, взятые из [4, 6]. Видно, что результаты расчета хорошо совпадают с экспериментальными данными.

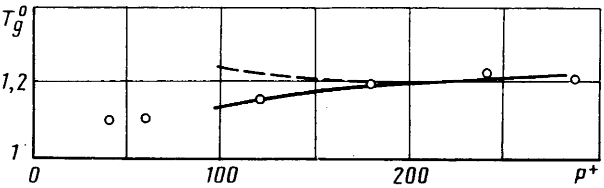
Исследовалось также влияние числа Рейнольдса и вдува газа в донную область на величину p_g. Результаты расчета согласуются с экспериментальными данными, приведенными в [16, 17]. Для получения донного давления за уступом, обтекаемым двумя разными потоками с соответствующими пограничными слоями, требовалось около 5 с на ЭВМ типа ЕС-1061.

4. Результаты расчета p_g и H_g с учетом влияния чисел Маха, Рейнольдса, тепловых потоков и начальных пограничных слоев в целом удовлетворительно согласуются с имеющимися в литературе данными [2, 18]. Здесь приведены результаты расчета для двух вариантов течений.

В первом рассчитано обтекание уступа двумя потоками, отличающимися только полными энтальпиями. Результаты расчета донного давления $p_g{}^0=p_g/p_{01}$ и донной энтальпии $H_g{}^0=H_g/H_{01}$ при $M_{01}=M_{02}=2$, $\gamma_1=\gamma_2=1{,}4$, $P_{02}/P_{01}=1$, $\alpha_1=\alpha_2=0$, $\mathrm{Re}_1=\mathrm{Re}_2=6\cdot 10^6$, $H_{w1}{}^-=H_{w2}{}^-=1$, $\delta_{01}/h=\delta_{02}/h=0{,}1$, $m_b=0$, $Q_{wg}=0$ приведены на фиг. 4 для различных отношений $H^+=H_{01}/H_{02}$. Анализ результатов показал, что подогрев одного потока относительно другого ведет к незначительному росту донного давления.



Фиг. 5



Фиг. 6

Во втором варианте рассчитано обтекание донного уступа модели, экспериментально исследованной в [2]. Модель представляла собой осесимметричное тело, имеющее длину $L_1=9{,}2D$, внутри которого установлена камера сгорания. Продукты сгорания истекали из реактивного сопла в спутный сверхзвуковой поток. Выходной диаметр сопла $d_c=0{,}5D$. Таким образом, между поверхностью тела и выходной кромкой сопла имелся кольцевой донный уступ высотой $h=d_c/2$. Для сравнения выбрано сопло, рассчитанное на получение равномерного потока в выходном сечении при степени понижения давления 30.

В [2] для газового потока внутри сопла определены следующие значения параметров: $\gamma_2=1{,}27$, газовая постоянная $R_2=167$ м^2/с$^2\cdot$К, $M_{02}=2{,}78$. Внешний равномерный поток имеет параметры $M_{01}=2$, $\gamma_1=1{,}4$, $R_1==127{,}6$ м^2/с$^2\cdot$К. Исследования проведены для различных степеней понижения давления $P^\circ=P_{02}/p_{01}$ или P_{02}/P_{01}. Для каждого P° измерено отношение полных температур двух потоков T_{02}/T_{01} и донная температура. В [2] данные о тепловом состоянии стенок не приведены. В связи с этим здесь начальные данные доопределялись. В частности, для внешнего потока принималось $\mathrm{Re}_1=2{,}7\cdot10^7$, $\bar{H}_{w1}=1$, $\delta_{01}/h=0{,}47$.

В результате оценок приняты данные для внутреннего потока (приведены ниже):

P_{02}/P_{01}	20	16	10	6	4
H_{02}/H_{01}	5	4,98	4,95	4,93	4,89
T_{02} T_{01}	2,84	2,83	2,81	2,8	2,79
P°	156	125	78	47	31
$\mathrm{Re}_2\cdot10^7$	0,585	0,47	0,296	0,179	0,120
H_{w2}/H_{02}	0,327	0,3	0,25	0,208	0,182
δ_{02}/h	0,0732	0,0734	0,0736	0,0741	0,0749

Поскольку кольцевой уступ имеет относительно большой размер, то для повышения точности расчетов границы осесимметричных потоков за уступом определялись с помощью конечно-разностной схемы [19].

В результате расчетов получены относительная величина донного давления $p_g^\circ=p_g/p_{01}$ (штриховая линия на фиг. 5) в зависимости от отношения $P^\circ=P_{02}/p_{01}$ и относительная величина донной энтальпии H_g/H_{01}. Донная температура $T_g^\circ=T_g/T_{01}$ находится из следующих соотношений:

$$\frac{T_g}{T_{01}}=\frac{H_g}{H_{01}}\frac{R_1}{R_g}\frac{\gamma_g-1}{\gamma_g}\frac{\gamma_1}{\gamma_1-1}$$

$$R_g = R_1 + (R_2 - R_1)\,\Delta H_g$$

$$\gamma_g = \gamma_1 + (\gamma_2 - \gamma_1)\,\Delta H_g, \qquad \Delta H_g = \frac{H_g - H_{01}}{H_{02} - H_{01}}$$

Пересчитанные таким образом значения T_g° показаны штриховой линией на фиг. 6 в зависимости от отношения $P^+ = P_{02}/p_g$. В расчетах принималось $m_b = 0$, $Q_{wg} = 0$. Для сравнения на фиг. 5 и 6 нанесены экспериментальные точки из [2]. Имеется небольшое отличие для T_g° при $P^+ < 200$. По-видимому, принятая модель теплового состояния стенок не точно отражает условия эксперимента.

Для уточнения введем в рассмотрение энтальпию стенки донной поверхности H_{wg}. Предположим, что H_{wg} можно определять как среднюю величину между энтальпиями верхней и нижней стенок. Тогда тепловой поток через стенку уступа определяется соотношением

$$Q_{wg}^- = \alpha_g \frac{H_{wg}^- - H_g^-}{\rho_1 u_1 (1 - C_1^2)} \eta_{x1} \frac{h}{\delta_1}$$

В расчетах принято, что безразмерный коэффициент теплоотдачи $\alpha_g = 0{,}005$. Результаты расчета донного давления и донной температуры показаны на фиг. 5, 6 сплошными линиями и приведены ниже:

P_{02}/P_{01}	20	16	10	6	4
p_g°	0,555	0,513	0,435	0,363	0,305
T_g°	1,231	1,213	1,183	1,160	1,143
P^+	282	244	170	129	102
H_{wg}^-	1,318	1,247	1,119	1,013	0,945
Q_{wg}^-	0,0060	−0,0015	−0,017	−0,0368	−0,054

Видно, что эти результаты хорошо согласуются с экспериментальными данными [2]. Отметим, что для расчета одного варианта донного давления и донной энтальпии требуется около 50 с на ЭВМ.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Korst H. H., Tripp W.* The pressure on a blunt trailing edge separating two supersonic two-dimensional air streams of different Mach number and stagnation pressure but identical stagnation temperature // Proc. 5th Midwest. conf. Fluid Mech. Univ. Michigan. April 1–2. 1957. P. 187–199.
2. *Beheim M. A., Klann J. L., Yeager R. A.* Jet effects on annular base pressure and temperature in a supersonic stream // NASA. Techn. Rep. 1962. NR-125. 40 p.
3. *Юрченок К. Е.* Донное давление и температура за осесимметричными телами при взаимодействии струи со сверхзвуковым потоком // Изв. АН СССР. МЖГ. 1974. № 2. С. 80–89.
4. *Agreil J., White R. A.* An experimental investigation of supersonic axisymmetric flow over boattails containing a centered propulsive jet // FFA – TN – AU – 913. Stockholm, 1974. 51 p.
5. *Wagner N., White R. A.* Supersonic base flow problem in presence of an exhaust jet // AIAA Journal. 1980. V. 18. № 8. P. 876–882.
6. *Deiwert G. S.* Supersonic axisymmetric flow over boattails containing a centered propulsive jet // AIAA Journal. 1984. V. 22. P. 1358–1365.
7. *Sahu J.* Computations of supersonic flow over a missile afterbody containing an exhaust jet // J. Spacecraft and Rockets. 1987. V. 24. № 5. P. 403–410.
8. *Тагиров Р. К.* Влияние начального пограничного слоя на донное давление // Изв. АН СССР. МЖГ. 1966. № 2. С. 145–148.
9. *Тагиров Р. К.* Расчет донного давления и параметров отрывного течения за плоским уступом при звуковой или сверхзвуковой скорости набегающего потока // Тр. ЦИАМ. 1972. № 538. 14 с.
10. *Miles J. B., Shih J.-S.* Similarity parameter for two-stream turbulent jet-mixing region // AIAA Journal. 1968. V. 6. № 7. P. 1429–1430.
11. *Клаузер Ф.* Турбулентный пограничный слой // Проблемы механики. Т. 2. М.: Изд-во иностр. лит., 1959. С. 297–340.

12. *Соколов П. А.* Поправка к критерию Чепмена – Корста в результате действия вязких сил в области присоединения потока к поверхности обтекаемого тела // Тр. ЦАГИ. 1977. Вып. 1808. С. 23–29.
13. *Chapman D. A., Kuehn D. M., Larson H. K.* Investigation of separated flows in supersonic and subsonic streams with emphasis on the effect of transition // NASA. Rep. 1958. № 1356. 40 p.
14. *Гогиш Л. В., Степанов Г. Ю.* Турбулентные отрывные течения. М.: Наука, 1979. 367 с.
15. *Тагиров Р. К.* Расчет критического перепада давлений на скачке уплотнения, возникающего при отрыве турбулентного пограничного слоя // Изв. АН СССР. МЖГ. 1985. № 4. С. 38–45.
16. *Bogdanoff S. M.* A preliminary study of reynolds number effects on base pressure at M=2,95 // J. Aeronaut. Sci. 1952. V. 19. № 3. P. 201–206.
17. *Korst H. H.* A theory for base pressures in transonic and supersonic flow // J. Appl. Mech. 1956. V. 23. № 4. P. 593–600.
18. *Page R. H., Korst H. H.* Nonisoenergetic turbulent compressible jet mixing with consideration of its influence of base pressure problem // Proc. 4 Midwest. conf. on fluid mechanics. Sept. 1955. Research ser. № 128. 1956. P. 45–68.
19. *Аукин М. К., Тагиров Р. К.* Конечно-разностная схема второго порядка для расчета трехмерных сверхзвуковых течений идеального газа // Журн. вычисл. математики и мат. физики. 1989. Т. 29. № 7. С. 1057–1066.

Москва

Поступила в редакцию
23.VII.1990