

УДК 532.592

© 1991 г.

**В. А. КАЛИНИЧЕНКО, С. Я. СЕКЕРЖ-ЗЕНЬКОВИЧ,
А. С. ТИМОФЕЕВ**

ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНОЕ ИССЛЕДОВАНИЕ ПОЛЯ СКОРОСТЕЙ ПАРАМЕТРИЧЕСКИ ВОЗБУЖДАЕМЫХ ВОЛН В ДВУХСЛОЙНОЙ ЖИДКОСТИ

Представлены результаты измерений скоростей частиц двухслойной жидкости в стоячих параметрически возбуждаемых волнах. Определен горизонт, на котором вертикальные гармонические составляющие скорости равны нулю. Установлено, что наряду с колебательным движением частиц жидкости имеет место система медленных циркуляционных течений.

1. Постановка эксперимента и методика измерений. Параметрическое возбуждение стоячих волн осуществлялось, как и в работе [1], при вертикальных гармонических колебаниях прямоугольного сосуда ($L=50$ см, $W=4$ см, $H=40$ см) с двухслойной жидкостью с частотой Ω и амплитудой s . Частота волн на границе раздела равнялась $\Omega/2$. В качестве рабочей жидкости использовались керосин — вода (плотности $\rho_1=0,79$ г/см³, $\rho_2=1,00$ г/см³ соответственно), вода — фреон ($\rho_2=1,57$ г/см³), керосин — водный раствор глицерина ($\rho_2=1,09$ г/см³).

Для локальных измерений применялся лазерный доплеровский анемометр со специально разработанной следящей приставкой [2]. Оптическая система, жестко связанная с колеблющимся сосудом, представляла собой двухканальную дифференциальную схему анемометра с частотным разделением каналов. Измерительный объем, образованный пересечением двух сфокусированных лазерных пучков, имел величину $50 \times 50 \times 800$ мкм³, которая и определяла локальность измерений скорости. Электронный сигнал с выхода ФЭУ поступал на анализатор спектра со следящей приставкой. В режиме автосопровождения частоты доплеровского сигнала аналоговый выход системы позволял осуществлять регистрацию динамического изменения скорости жидкости. Измерения вертикальной и горизонтальной компонент скорости осуществлялись поочередно включением соответствующего канала модулятора. Вертикальные профили скорости получены при перемещении сосуда с жидкостью с помощью координатного устройства.

Погрешность измерений скорости оценивалась как погрешность результата косвенного измерения частоты доплеровского сигнала, линейно связанной со скоростью через постоянную оптической системы. С учетом погрешности калибровки совокупная относительная ошибка измерений скорости не превышала 3%.

2. Гармонические компоненты скорости. Исследовались волновые движения двухслойной жидкости со свободной поверхностью. Как следует из линейной теории [3], возможна генерация волн двух различных видов.

В случае волн первого вида (поверхностных) жидкость может колебаться с частотой $\omega = \sqrt{g\kappa}$, ($\kappa = \pi n/L$, n — натуральное число, определяющее номер моды).

При возбуждении волн второго рода (внутренних) смещения свобод-

ной поверхности и границы разделов описываются следующими соотношениями:

$$\begin{aligned}\eta_1 &= -\xi \frac{\rho_2 - \rho_1}{\rho_1} e^{-\kappa h_1} \cos \kappa x \sin \omega t \\ \eta_2 &= \xi \cos \kappa x \sin \omega t \\ \omega^2 &= g\kappa \frac{\rho_2 - \rho_1}{\rho_1 \operatorname{th} \kappa h_1 + \rho_2}\end{aligned}\quad (2.1)$$

Здесь ξ — амплитуда внутренней волны, g — ускорение силы тяжести, h_1 — толщина верхнего слоя жидкости. Начало системы координат xy помещено на левой стенке сосуда, ось x направлена вдоль невозмущенной границы раздела, ось y — вертикально вверх. Из (2.1) следует, что колебания границы раздела и свободной поверхности происходят в противофазе. Кроме того, отношение амплитуды колебаний свободной поверхности к амплитуде внутренней волны равно $(\rho_2 + \rho_1)e^{-\kappa h_1}/\rho_1$, т. е. амплитуда поверхностной волны возрастает с увеличением разности плотностей.

В эксперименте изучались вторые моды ($n=2$) указанных двух типов волн в двухслойной жидкости вода — фреон, причем $h_1=7,0$ см, $h_2=15,0$ см, $s=1,9$ см, $h_1/\lambda=0,14$. На частоте $\Omega=11,22$ с⁻¹ наблюдалась генерация поверхностных волн с частотой Ω . На частоте $\Omega=9,242$ с⁻¹ возбуждались внутренние волны. Максимальное смещение границы раздела $\xi=2,5$ см, свободной поверхности — 0,5 см. Измеренный с помощью лазерного анемометра вертикальный профиль максимального мгновенного значения v^* вертикальной компоненты скорости частиц верхней жидкости приведен на фиг. 1. Профиль снят для значений $0 < y < 7,0$ см при фиксированной горизонтальной координате $x=25$ см, соответствующей пучности волны.

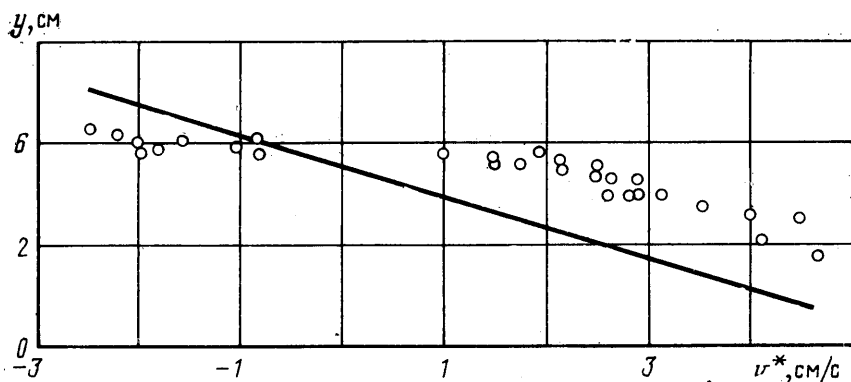
При приближении к свободной поверхности максимальное мгновенное значение вертикальной составляющей скорости уменьшается и при $y \approx 5,8$ см имеем $v^*=0$, затем происходит изменение знака мгновенной скорости. Таким образом, при $h_1/\lambda=0,14$ на горизонте $y \approx 5,8$ см вертикальная компонента скорости частиц верхней жидкости равна нулю. Наличие такого горизонта подтверждается анализом фотографий треков частиц нейтральной плавучести (фиг. 2), при этом $y=5,5$ см.

В соответствии с [3] максимальное мгновенное значение v^* вертикальной составляющей скорости частиц верхней жидкости равно

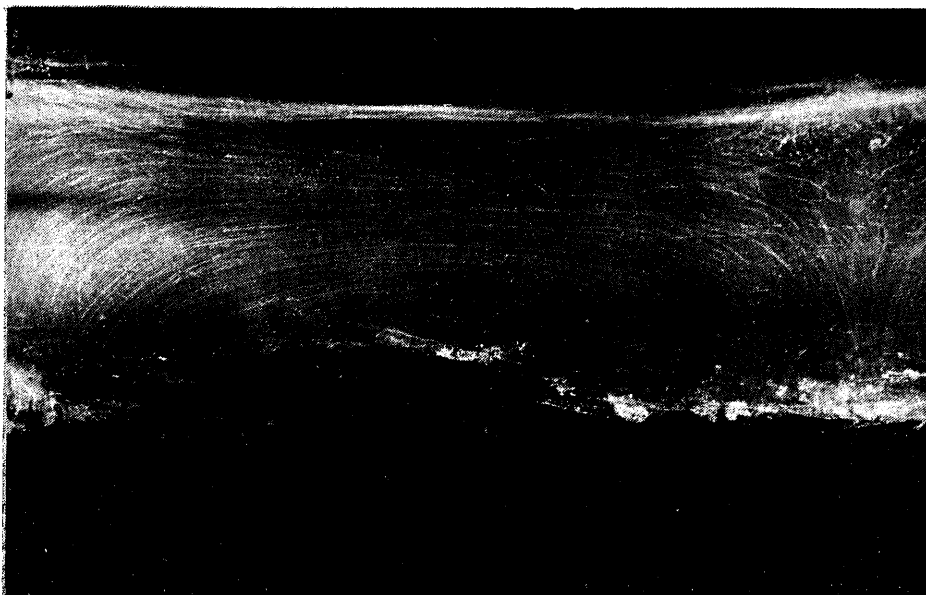
$$v^* = \frac{\xi(\rho_2 - \rho_1)}{2\rho_1\omega} e^{-\kappa h_1} [(\omega^2 + g\kappa)e^{\kappa(y-h_1)} + (\omega^2 - g\kappa)e^{-\kappa(y-h_1)}] \quad (2.2)$$

Рассчитанная по формуле (2.2) зависимость $v^*(y)$ изображена сплошной кривой на фиг. 1, точками представлены данные эксперимента. Сопоставление свидетельствует о близости эмпирических и теоретических зависимостей. Отметим, что расчет дает $v^*=0$ при $y=5,7$ см. Некоторое расхождение скорее всего обусловлено нелинейными эффектами, которые не учитываются в теоретической модели [3].

Нелинейность проявляется в следующем. При амплитуде внутренней волны $\xi=2,1$ см асимметрия ее профиля составляет 10–15% из-за малой толщины верхнего слоя гребни более заостренные, а впадины более пологие. Хронограмма вертикальной составляющей скорости дает асимметрию около 50%, причем она характерна для всего вертикального профиля. Такие асимметричные зависимости вертикальной составляющей скорости описываются формулами модели [4] с учетом квадратичных по ξ членов. Временная зависимость горизонтальной компоненты скорости является симметричной.



Фиг. 1

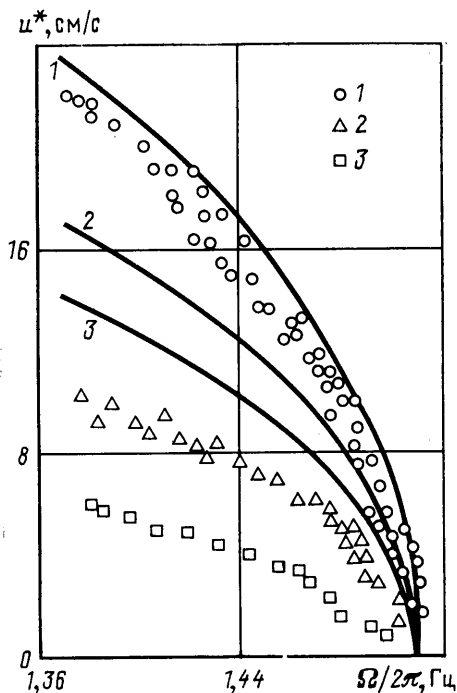


Фиг. 2

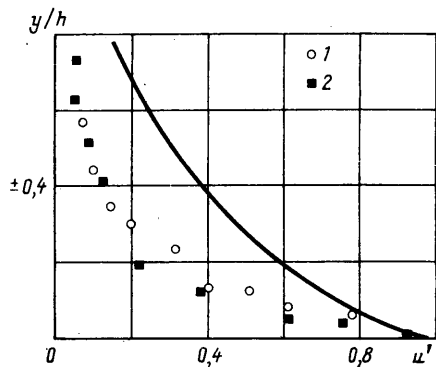
Исследовалась третья мода внутренних волн ($n=3$) в жидкости керосин — вода (толщины слоев $h_1=h_2=18$ см, $s=1,8$ см). Полученные зависимости амплитуды горизонтальной составляющей скорости u^* частиц жидкости от частоты колебаний Ω сосуда приведены на фиг. 3. Измерения проводились в точках с координатами $x=25$ см, $y=-3,5, -4,5$ см, т. е. сняты зависимости $u^*(\Omega)$ в различных точках вертикальной прямой, проходящей через узел стоячей волны. С уменьшением Ω скорость u^* увеличивалась, затем при $\Omega/2\pi=1,365$ Гц наблюдался срыв колебаний. Сплошные кривые на фиг. 3 соответствуют расчетам по формулам [4]

$$u^* = \frac{1}{\kappa \sqrt{\omega}} \frac{\rho_1 + \rho_2}{(\rho_1^2 + \rho_2^2)^{1/2}} \left(2\omega - \Omega + \frac{\varepsilon \omega}{\Omega} \right)^{1/2} \Omega e^{-\kappa y}, \quad \varepsilon = \frac{s \Omega^2}{g}$$

Из сравнения теоретических и экспериментальных результатов следует, что при $y=-0,4, -0,8$ см (точки 1) расчетная кривая 1 практически



Фиг. 3



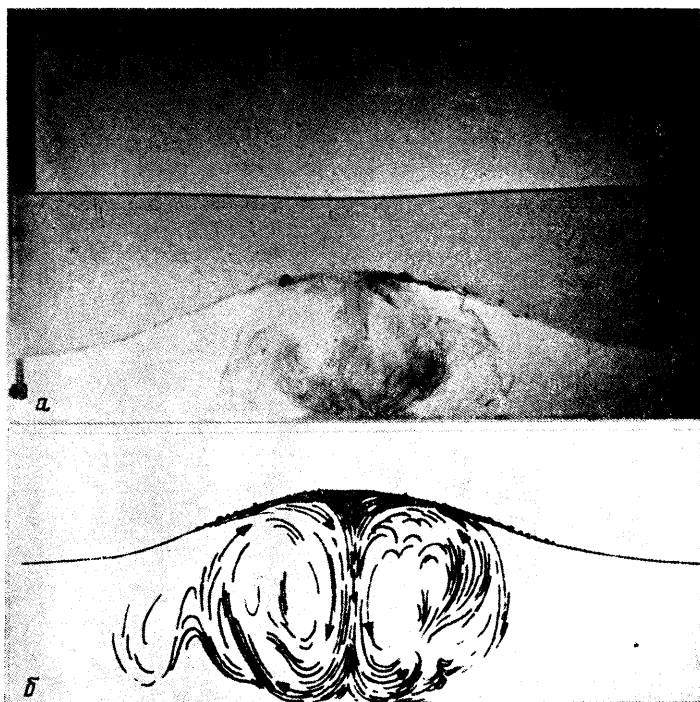
Фиг. 4

совпадает с данными измерений. При $y = -2,5, -3,5$ см теоретические кривые 2 и 3 идут значительно выше экспериментальных точек 2 и 3.

Начиная с частоты $\Omega/2\pi = 1,464$ Гц, в приузловых областях стоячей внутренней волны наблюдается вторичное волнообразование вследствие развития сдвиговой неустойчивости. С увеличением амплитуды основной волны вторичные волны становятся неустойчивыми и преобразуются в вихревые образования ($\Omega/2\pi < 1,375$ Гц). Энергия, диссипируемая вторичными волнами и вихреобразованиями, поступает от основной внутренней волны. Расхождение теоретических и экспериментальных зависимостей при $y = -2,5, -3,5$ см скорее всего обусловлено затратами энергии на указанный механизм разрушения стоячей внутренней волны, не учитываемыми в теоретической модели.

Уменьшение расхождения измеренных и рассчитанных зависимостей $u^*(\Omega)$ для $y = -0,4, -0,8$ см можно объяснить тем, что при $\Omega/2\pi < 1,464$ Гц направление горизонтальных компонент скоростей вторичных и основной волн совпадает. Данное предположение подтверждается анализом фотографий треков частиц, из которого следует наличие в окрестности узла области локальных горизонтальных движений жидкости с вертикальным масштабом порядка $1,0$ см, связанных с вторичными волнами. Кроме того, анализ зависимостей амплитуды вертикальной составляющей скорости от частоты Ω свидетельствует о различии на 30–40% рассчитанных и измеренных значений v^* при $\Omega/2\pi < 1,464$ Гц на горизонтах $y = -0,7 - -3,0$ см под пучностью волны, что также говорит в пользу высказанного предположения.

На фиг. 4 представлен вертикальный профиль безразмерной амплитуды $u' = u^*/u_{y=0}^*$ горизонтальной скорости ($\Omega/2\pi = 1,464$ Гц; $h_{1,2} = 18$ см; $u_{y=0}^* = 13,5$ см — рассчитанное значение); точки 1 отвечают случаю $y > 0$, точки 2 — $y < 0$. Кривые на фиг. 4 отвечают расчетному профилю. Видно неплохое соответствие результатов теории и эксперимента, несмотря на



Фиг. 5

приближение бесконечно глубокой жидкости [4]. Следует отметить, что для рассмотренных режимов установка жесткой крышки на свободной поверхности двухслойной жидкости не влияет на профиль скорости.

3. Циркуляционные течения. Из теории стоячих волн в идеальной жидкости [3, 5] следует, что частицы жидкости лишь совершают колебания около своего положения равновесия. Однако в [6, 7] показано, что учет нелинейных и вязких эффектов приводит к выводу о возможном существовании в стоячих волнах наряду с колебательным движением системы стационарных циркуляционных течений. Для выявления таких течений проведены следующие эксперименты.

На границе раздела керосин – водный раствор глицерина ($h_{1,2}=8$ см, $\rho_2=1,09$ г/см³) параметрически возбуждалась вторая мода ($n=2$) амплитуды $\zeta=2,2$ см ($\Omega/2\pi=1,190$ Гц, $\omega=\Omega/2$). Для индикации течений в тонкий слой нижней жидкости вблизи границы раздела вводился краситель нейтральной плавучести. Если бы частицы жидкости совершали только гармонические колебания около неподвижных средних положений, то распространение красителя определялось лишь амплитудой этих колебаний ($\leq 2,2$ см) и молекулярной диффузией, вследствие чего он оставался бы вблизи границы раздела по крайней мере в течение нескольких десятков периодов. В эксперименте же краситель достигал дна через 5–6 периодов волны, что доказывает существование в стоячих волнах вторичных течений.

На фиг. 5, *a* четко прослеживаются две циркуляционные ячейки течения – слева и справа от пучности волны. Визуальные наблюдения за распространением красителя и движением частиц нейтральной плавучести дают следующую картину дрейфовых течений. Под пучностями течение направлено вниз, у дна происходит его разделение на два горизонтальных потока. Затем происходит их поворот вдоль вертикальной линии, прохо-

дядущей через ближайший узел волны. Наконец, замыкающими отрезками ячеек являются линии вблизи границы раздела (фиг. 5, б). Характерное время полной циркуляции соответствует 10–15 периодам волны. Горизонтальный размер ячейки равен $1/4$ длины волны, вертикальный же размер определяется амплитудой волны и глубиной жидкости.

Оценки максимальных средних значений горизонтальной u_{\max}^* и вертикальной v_{\max}^* компонент дрейфовой скорости частиц жидкости по результатам анализа смещений частиц нейтральной плавучести, в качестве которых использовались частицы янтаря ($\rho=1,1$ г/см³, размеры не превышали 1 мм), показали, что $u_{\max}^*=0,9$ см/с, $v_{\max}^*=1,1$ см/с.

Сравнение этих величин со скоростями гармонического движения частиц жидкости показывает, что дрейфовая скорость на порядок меньше колебательной скорости.

Отметим, что результаты указанной теоретической работы [7] находятся в полном качественном соответствии с данными настоящего эксперимента.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Калиниченко В. А.* Лабораторное исследование параметрической неустойчивости в двухслойной жидкости // Изв. АН СССР. Физика атмосферы и океана. 1986. № 2. С. 206–210.
2. *Калиниченко В. А., Тимофеев А. С.* Применение лазерного доплеровского анемометра для исследования поля скоростей в стоячей внутренней волне // Сб. науч. тр. МЭИ. 1988. Вып. 164. С. 55–65.
3. *Сретенский Л. Н.* Теория волновых движений жидкости. М.: Наука, 1977. 815 с.
4. *Секерж-Зенькович С. Я.* Параметрическое возбуждение волн конечной амплитуды на границе раздела двух жидкостей разных плотностей // Докл. АН СССР. 1983. Т. 272. № 6. С. 1083–1086.
5. *Секерж-Зенькович Я. И.* К теории стоячих волн конечной амплитуды на поверхности тяжелой жидкости // Докл. АН СССР. 1947. Т. 58. № 4. С. 551–553.
6. *Longuet-Higgins M. S.* Mass transport in water waves // Phil. Trans. Roy. Soc. London. Ser. A. 1963. V. 245. № 903. P. 535–581.
7. *Dore B. D.* On mass transport induced by interfacial oscillations at a single frequency // Proc. Camb. Phil. Soc. 1973. V. 74. № 2. P. 333–347.

Москва

Поступила в редакцию
30.VII.1990