

УДК 532.529.5.013.4:534.2

© 1991 г.

А. Г. БОНДАРЕНКО, Н. А. КУДРЯШОВ

**АНОМАЛЬНЫЙ ЗВУК И НИЗКОЧАСТОТНАЯ НЕУСТОЙЧИВОСТЬ
В НЕСЖИМАЕМОЙ ВЯЗКОЙ ЖИДКОСТИ С ПУЗЫРЬКАМИ
РАСТВОРИМОГО ГАЗА**

Процесс распространения возмущений в жидкости с пузырьками нерастворимого газа к настоящему времени хорошо изучен [1]. Основные результаты для малых возмущений обобщены в монографиях [2, 3].

В [4] рассмотрена задача о распространении малых возмущений в жидкости с пузырьками пара. Сделан вывод о том, что парожидкостная пузырьковая среда в отличие от газожидкостной пузырьковой среды может быть неустойчивой за счет совместного действия сил поверхностного натяжения и фазового перехода. В [5] исследованы акустические возмущения в жидкости с пузырьками растворимого газа. На примере «капиллярной» неустойчивости, когда среда на попытку сжатия отклиkaется уменьшением давления, показано, что газожидкостные пузырьковые среды также могут быть неустойчивыми.

В данной работе исследован другой вид неустойчивостей в жидкости с пузырьками растворимого газа, обусловленный несбалансированной подкачкой энергии в двухфазную среду за счет процесса перерастворения атомов газа в жидкости. Наличие в рассматриваемой среде фазового перехода [6], возникающего из-за процесса перерастворения атомов газа в несущей среде, приводит к появлению принципиально новых эффектов в вязкой жидкости: незатухающих звуковых волн, аномалий в фазовой скорости звука и низкочастотных неустойчивостей. В [7] получено уравнение состояния двухфазной среды (жидкость с пузырьками растворимого газа), учитывающее кинетику массо- и энергообмена между фазами, на основе которого в данной работе будут исследованы указанные эффекты.

1. Уравнение акустики двухфазной среды. Рассмотрим плоское одномерное движение двухфазной среды, состоящей из несжимаемой вязкой жидкости и пузырьков растворимого газа как целого. Сжимаемость двухфазной среды обусловлена сжимаемостью пузырьковой фазы. Линеаризованная система гидродинамических уравнений [1] в односкоростном приближении, когда скорости жидкости и пузырьков совпадают, имеет вид

$$\rho_t = -u_x, \quad u_t = -p_x + \frac{4}{3}\eta u_{xx} \quad (1.1)$$

$$p - \theta p_t = c_0^2 \rho + (\xi_2 - \xi_1 \theta) \rho_t + (\xi_3 - \xi_2 \theta) \rho_{tt} - \xi_3 \theta \rho_{ttt} \quad (1.2)$$

$$\xi_1 = \frac{1}{\alpha_b^\circ}, \quad \xi_2 = \frac{4\eta}{3\alpha_b^\circ p_b^\circ}, \quad \xi_3 = \frac{\rho_l (r_b^\circ)^2}{3\alpha_b^\circ p_b^\circ}$$

$$c_0^2 = \frac{\xi_1}{1 - \Delta}, \quad \theta = 2\pi r_b^\circ n^\circ \text{Sh} \frac{\Delta - 1}{\nu}, \quad \Delta = \frac{\nu^2 n_s^\circ \varepsilon}{2\pi p_b^\circ (r_b^\circ)^3}$$

где ρ и p — относительные отклонения плотности двухфазной среды и усредненного давления в ней от равновесных значений, u — относительная скорость матрицы и пузырьков, $n_s = n_0 (p_b/p_0)^\nu \exp(-\varepsilon/T)$ — изотерма растворимости (n_0 и p_0 — нормировочные константы), r_b — радиус пузырька, p_b — давление в пузырьке, α_b — относительный объем пузырьковой фазы, η — вязкость жидкости, D — коэффициент диффузии атомов газа в жидкости, Sh — число Шервуда ($\text{Sh} = 2r_b/\delta$, где δ — толщина концентрацион-

ного погранслоя) ρ_l — плотность «чистой» жидкости, n — число пузырьков в единице объема жидкости, ϵ — энергия связи растворенного атома газа с жидкостью, $\nu=1; 0,5$ для одно- и двухатомного газа соответственно.

Верхний индекс ноль у символа соответствующей переменной обозначает ее равновесное значение.

Линеаризованное неголономное уравнение состояния (1.2) получено в [7] в двухтемпературном приближении при пренебрежимо малых величинах теплообмена и поверхностного натяжения между фазами. Предполагалась также несжимаемость чистой жидкости при распространении возмущений в двухфазной среде. Ниже будут наложены ограничения, при которых справедливы сделанные выше допущения.

Не теряя общности, исследуем в дальнейшем случай сильнорастворимого газа $n_s^0 \epsilon \gg p_b^0 (r_b^0)^3$. Тогда $\theta > 0$ и $c_0^2 \ll \xi_1$, а уравнение (1.2) переписывается в виде

$$\theta p_l - p = (\xi_1 \theta - \xi_2) \rho_l + (\xi_2 \theta - \xi_3) \rho_{ll} + \xi_3 \theta \rho_{lll} \quad (1.3)$$

Учитывая уравнение состояния (1.3), получим из (1.1) уравнение для скорости распространения звуковой волны в рассматриваемой двухфазной среде

$$\begin{aligned} \theta u_{ll} = u_l + (\xi_1 \theta - \xi_2') u_{xx} + (\xi_2' \theta - \xi_3) u_{lxx} + \xi_3 \theta u_{llx} \\ \xi_2' = \xi_2 + \epsilon^{1/3} \frac{\eta}{\rho_0^2} \quad (\alpha_b \ll 1, \xi_2' = \xi_2) \end{aligned} \quad (1.4)$$

Уравнение (1.4) в безразмерных переменных примет вид

$$\begin{aligned} u_{l'l'} = \tau u_{l'l} + (1 - \sigma \tau) u_{x'x'} + (\sigma - \tau) u_{l'x'x'} + u_{l'l'x'x'} \\ x' = \frac{x}{\sqrt{\xi_3}} \quad t' = \sqrt{\frac{\xi_1}{\xi_3}} t, \quad \tau = \sqrt{\frac{\xi_3}{\xi_1 \theta^2}}, \quad \sigma = \frac{\xi_2}{\sqrt{\xi_1 \xi_3}} \end{aligned} \quad (1.5)$$

В уравнении (1.5) осталось только два параметра: τ, σ (из четырех), задающих соотношение между процессами подкачки и диссипации энергии в рассматриваемой активной механической среде. Как будет показано ниже, именно они определяют всю совокупность условий, приводящих к аномалиям и неустойчивостям при распространении звуковой волны в вязкой жидкости с пузырьками растворимого газа. Везде в дальнейшем речь будет идти только о безразмерных переменных и параметрах.

2. Дисперсионное уравнение. Будем искать решение уравнения (1.5) в виде $u \sim \exp [i(\omega t' - kx')]$. Подставляя это выражение в уравнение (1.5), получим следующее дисперсионное уравнение:

$$\begin{aligned} \left(\frac{k}{\omega} \right)^2 = \frac{1}{\omega} \frac{\tau - i\omega}{\omega(\sigma - \tau) - i(1 - \sigma\tau - \omega^2)} = a - ib \quad (2.1) \\ a = \frac{1 - \omega^2 - \tau^2}{(\sigma - \tau)^2 \omega^2 + (1 - \sigma\tau - \omega^2)^2}, \quad b = \frac{1}{\omega} \frac{\sigma(\tau^2 + \omega^2) - \tau}{(\sigma - \tau)^2 \omega^2 + (1 - \sigma\tau - \omega^2)^2} \end{aligned}$$

Подставляя $k(\omega) = \omega/c(\omega) - i\kappa(\omega)$ в уравнение (2.1) и приравнявая действительные и мнимые части получившихся выражений, найдем

$$c = \sqrt{2} [(a^2 + b^2)^{1/2} + a], \quad \kappa = \frac{\omega}{\sqrt{2}} [(a^2 + b^2) - a]^{1/2} \quad (2.2)$$

Из (2.1) следует, что $2\kappa(\omega)/c(\omega) = \omega b$, поэтому при положительных значениях параметра b возможно лишь одновременное выполнение условий $\kappa(\omega) > 0, c(\omega) > 0$ или $\kappa(\omega) < 0, c(\omega) < 0$. В этом случае для любых частот малых возмущений в двухфазной среде существуют две устойчивые звуковые моды, распространяющиеся в противоположных

направлениях. Везде в дальнейшем, говоря об устойчивой звуковой волне, будем иметь в виду обе ее моды.

При отрицательных значениях параметра b в рассматриваемой двухфазной среде возникают неустойчивости малых возмущений, так как $k(\omega) < 0$, $c(\omega) > 0$ или $k(\omega) > 0$, $c(\omega) < 0$. При $b=0$ в звуковой волне имеют место аномалии, подробно проанализированные ниже.

Параметры a и b в дисперсионном уравнении (2.1) для звуковой волны в несжимаемой вязкой жидкости с пузырьками нерастворимого газа преобразуются к виду

$$a = \frac{1-\omega^2}{\sigma^2\omega^2+(1-\omega^2)^2}, \quad b = \frac{\sigma\omega}{\sigma^2\omega^2+(1-\omega^2)^2} \quad (2.3)$$

Из (2.3) следует, что параметр b для случая нерастворимого газа в вязкой жидкости всегда положителен и, следовательно, в ней возможны лишь затухающие звуковые волны, устойчивые во всем частотном диапазоне.

3. Области на плоскости параметров τ и σ существования неустойчивости и аномалий при распространении звуковой волны. Рубежом, разделяющим аномальные эффекты и неустойчивости в рассматриваемой активной среде и обычные свойства пассивной среды, является условие

$$\omega^2 = \tau/\sigma - \tau^2 \quad (3.1)$$

определяющее частоту, при которой параметр b в выражениях (2.2) меняет свой знак. Частоту ω_b , удовлетворяющую этому условию, будем в дальнейшем называть граничной частотой. При $\omega < \omega_b$ величина параметра b становится отрицательной, в среде возникает низкочастотная неустойчивость звуковой волны. При $\omega > \omega_b$ высокочастотные возмущения будут затухать. При отрицательных значениях коэффициента τ параметр b будет всегда положительным (граничной частоты не существует).

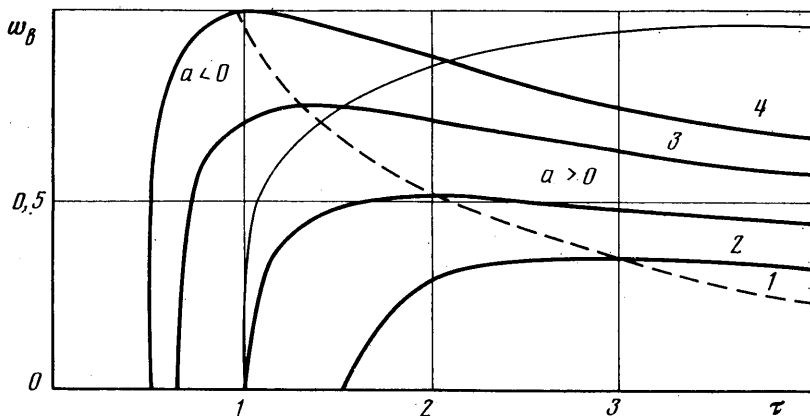
При $\omega = \omega_b$ возникают звуковые аномалии: либо отсутствие затухания при ненулевой вязкости ($a > 0$), либо резкое возрастание скорости звука до ее значения в чистой жидкости ($a < 0$).

Условие $\omega^2 = 1 - \tau^2$, при котором параметр $a = 0$, определяет границу на плоскости параметров τ , σ между аномалиями указанного типа.

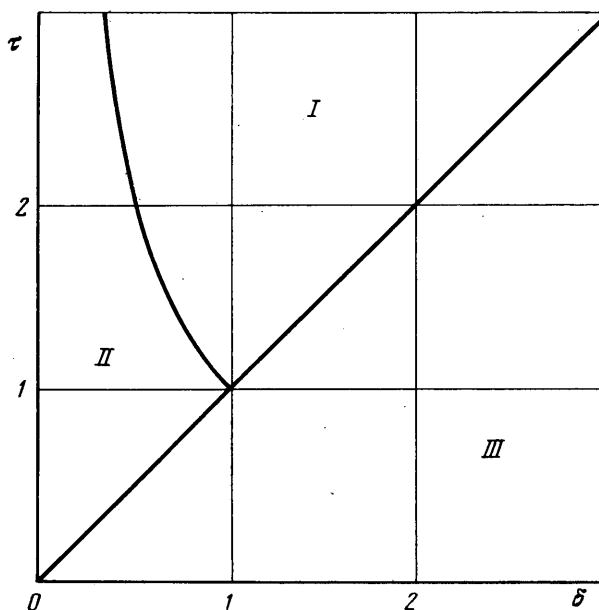
На фиг. 1 изображена зависимость (3.1) при $\sigma = 3/2, 1, 2/3, 1/2$ (кривые 1-4 соответственно). В каждой из двух областей на фиг. 1 знак параметра a в (2.2) сохраняется. Штриховой линией на фиг. 1 соединены точки максимумов функции (3.1) при различных значениях параметра σ . Анализ кривых, представленных на фиг. 1, позволяет построить на плоскости параметров τ , σ области существования различных режимов звуковой волны в рассматриваемой активной среде, представленные на фиг. 2.

В областях I, II соотношение (3.1) определяет значение граничной частоты ω_b , при котором наблюдаются аномалии при прохождении звуковой волны в несжимаемой вязкой жидкости с пузырьками растворимого газа. В области III такой частоты не существует, т. е. рассматриваемая двухфазная система, несмотря на наличие в ней фазового перехода, ведет себя как пассивная среда. В дальнейшем различные режимы прохождения звуковой волны будем обозначать цифрами I, II, III в соответствии с областями, изображенными на фиг. 2.

4. Аномалии в коэффициенте затухания и фазовой скорости звуковой волны в диссипативной среде с фазовым переходом. В режиме I малые возмущения граничной частоты (3.1) проходят вязкую жидкость с фазовым переходом без затухания. Именно при этой частоте происходит полная компенсация потерь энергии звуковой волны на вязкое трение подкачкой энергии, выделяющейся в процессе перерастворения атомов газа в жидкости. При частотах, больших граничной, подкачки энергии не хва-



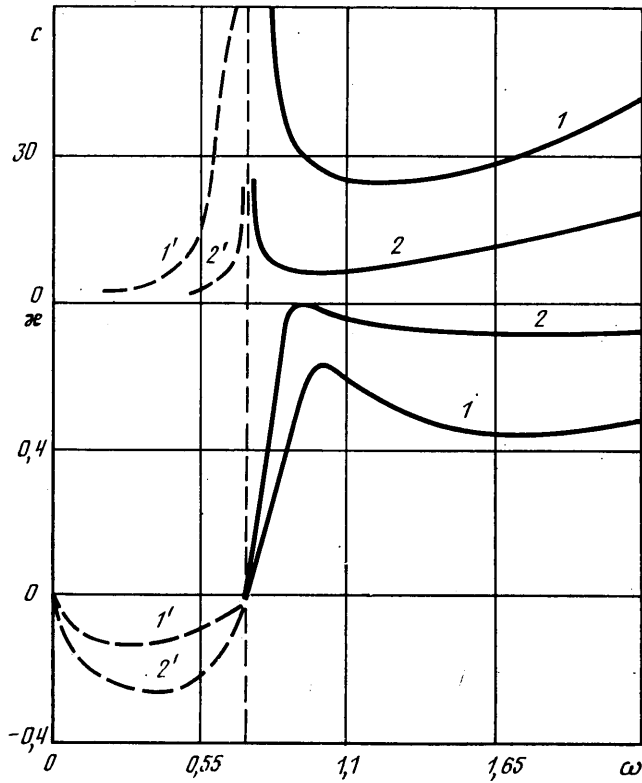
Фиг. 1



Фиг. 2

тает для того, чтобы полностью скомпенсировать вязкое трение, а при частотах, меньших граничной, возникает непогашаемая вязким трением подкачка энергии, приводящая к неустойчивости малых возмущений.

На фиг. 3 представлены зависимости безразмерных фазовой скорости и коэффициента затухания звуковой волны от частоты в несжимаемой вязкой жидкости с пузырьками растворимого газа в режиме I при σ , τ , равных $1/2$, $2/7$ и $2/3$, $1/2$ (кривые 1 и 2). В области устойчивости указанные зависимости изображены сплошной линией, а в области неустойчивости — штриховой. Зависимости скорости звука и коэффициента затухания от частоты в области устойчивости режима I подобны аналогичным зависимостям в пассивной среде. Принципиальное различие этих случаев заключается в том, что в режиме I область устойчивости начинается при ненулевых значениях частоты ω_b , ниже которой находится область неустойчивостей малых возмущений. Переход от активной среды к пассивной осуществляется при стремлении граничной частоты, а тем самым области неустойчивости малых возмущений к нулю.



Фиг. 3

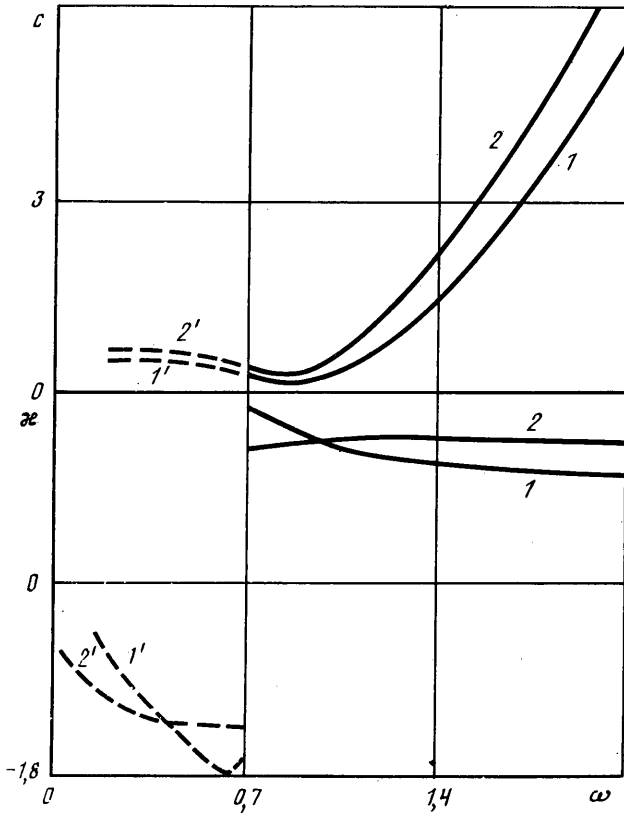
В режиме II скорость малых возмущений резко возрастает вблизи граничной частоты до значений скорости звука в чистой жидкости.

На фиг. 4 представлены зависимости безразмерных скорости и коэффициента затухания звуковой волны от частоты в несжимаемой вязкой жидкости с пузырьками растворимого газа в режиме II при σ , τ , равных $1/2$, $5/3$ и $2/3$, 1 (кривые 1, 2). В области устойчивости указанные зависимости изображены сплошной линией, а в области неустойчивости — штриховой.

При увеличении частоты от ее граничного значения до бесконечности скорость звука проходит через характерный минимум, выходя при $\omega \rightarrow \infty$ на асимптотику такого же типа, что и в пассивной среде. Коэффициент затухания в области устойчивости ведет себя аналогично коэффициенту затухания звуковой волны, распространяющейся в пассивной среде. При частотах, меньших граничной, в режиме II, как и в режиме I, наблюдается область неустойчивостей малых возмущений.

Таким образом, аномалия в коэффициенте затухания реализуется в рассматриваемом случае лишь для энергий ϵ , выделяющихся в процессе перерастворения атомов газа в жидкости и не превышающих величину, определяемую из условия $\tau=1$, а аномалия в фазовой скорости звуковой волны реализуется при не слишком больших значениях вязкости жидкости η , начиная с величины, определяемой из условия $\sigma=1$.

5. Переход от активной среды к пассивной при большой интенсивности фазового превращения. В режиме III, несмотря на наличие в среде фазового перехода, аномальные эффекты и неустойчивости отсутствуют. Формально это обстоятельство связано с тем, что не существует отличного от нуля значения граничной частоты, обращающего параметр b в нуль ни при каких значениях параметров τ , σ из области III фиг. 2.



Фиг. 4

На фиг. 5 представлены зависимости безразмерных фазовой скорости и коэффициента затухания звуковой волны от частоты в несжимаемой вязкой жидкости с пузырьками растворимого газа в режиме III при σ , τ , равных $1/2$, 4 и $2/3$, 2 (кривые 1, 2). Активная среда с характеристиками, определяющими режим III распространения звуковой волны, ведет себя по отношению малых возмущений в ней так же, как пассивная среда без фазового перехода.

Условие существования режима III $\tau > 1/\sigma$ в исходных переменных равновесной среды имеет вид

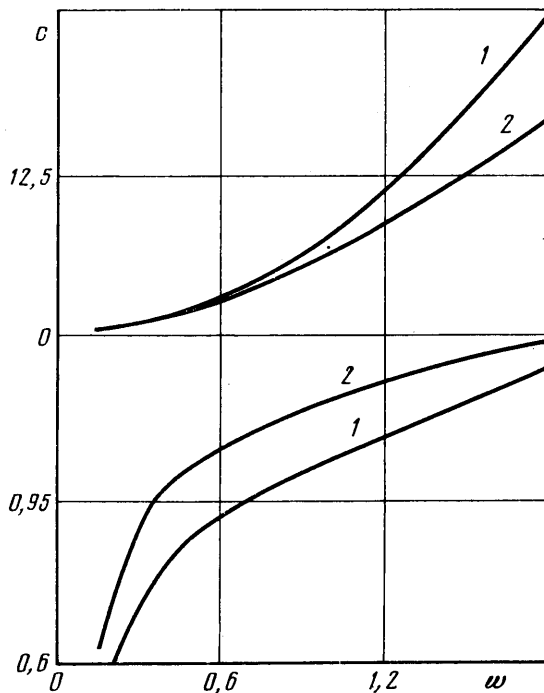
$$\epsilon n_s^\circ > \frac{3(p^\circ \tau b^\circ)^2}{2\nu D \eta \text{Sh}} \quad (5.1)$$

Из (5.1) следует, что режим III реализуется только для достаточно большой интенсивности фазового перехода, характеризуемой произведением ϵn_s° энергии, выделяемой при перерастворении одного атома газа, на количество растворенных атомов в единице объема. Для нерастворимого газа это произведение равно нулю.

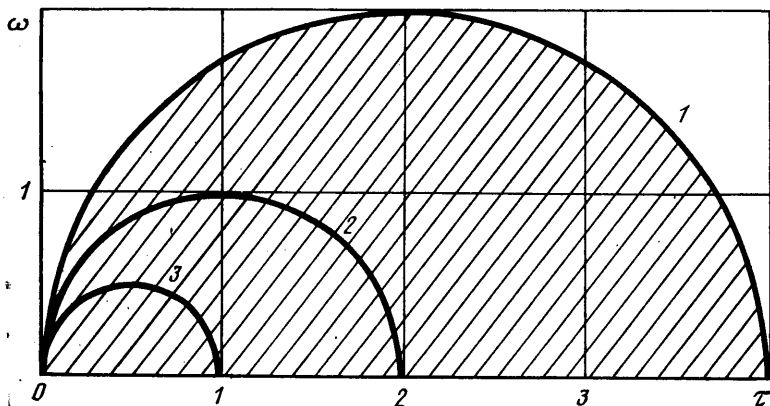
Таким образом, при достаточно больших интенсивностях фазового перехода, определяемых условием (5.1), подкачка энергии в среду перестает быть синхронной, что проявляется в исчезновении в ней аномалий и неустойчивостей при прохождении звуковой волны. Асинхронная подкачка энергии приводит не к компенсации вязкого трения, как это происходит в режимах I, II, а наоборот, к появлению дополнительной эффективной вязкости в активной среде, что объясняет сходство ее свойств со свойствами пассивной среды при распространении в них малых возмущений.

6. Низкочастотная неустойчивость и усиление звуковых волн. Низкочастотная неустойчивость наблюдается только в режимах I, II, когда существует ненулевая граничная частота, зануляющая параметр b . Неравенство, определяющее область неустойчивостей, при этом имеет вид

$$\omega^2 + \left(\tau - \frac{1}{2\sigma}\right)^2 < \left(\frac{1}{2\sigma}\right)^2 \quad (6.1)$$



Фиг. 5



Фиг. 6

Размер областей неустойчивости существенно зависит от вязкости среды: при вязкости, стремящейся к бесконечности, область неустойчивости стягивается в точку, при вязкости, стремящейся к нулю, — распространяется на I квадрант плоскости $\omega\tau$ (фиг. 6, кривые 1–3 соответствуют $\sigma=0,25; 0,5; 1$).

Линейные неустойчивости, рассмотренные выше, приводят к усилению звуковой волны, проходящей через вязкую жидкость с пузырьками растворимого газа, по закону $\sim \exp(\alpha t)$, где α — коэффициент усиления. Как видно из кривых, представленных на фиг. 3, коэффициент усиления в режиме I имеет характерный максимум и становится равным нулю при $\omega=0$ и $\omega=\omega_b$. В режиме II коэффициент усиления может быть монотонным по частоте, достигая максимального значения при граничной частоте.

В [4, 5] описаны неустойчивости в паро- и газожидкостных пузырьковых средах, связанные с совместным действием силы поверхностного натяжения и фазового перехода. Неустойчивости подобного типа, так называемые капиллярные, вызваны тем, что двухфазная среда на попытку сжатия откликается уменьшением давления из-за отрицательного значения квадрата скорости звука, определяемого поверхностным натяжением пузырьковой фазы. При пренебрежимо малом поверхностном натяжении область неустойчивости в пространстве параметров стягивается при этом в точку.

В данной работе показана возможность существования в жидкости с пузырьками растворимого газа неустойчивости другого типа из-за несбалансированной подкачки энергии в среду при фазовом переходе, вызванном процессом перерастворения. Такие неустойчивости возможны даже в двухфазной среде с пренебрежимо малым поверхностным натяжением. Чтобы подчеркнуть это обстоятельство, в данной работе рассматривался случай пренебрежимо малого поверхностного натяжения, реализуемый при достаточно больших начальных давлениях в среде $p^0 \gg 2\sigma/r_b^0$.

Не рассматривались также эффекты сжимаемости чистой жидкости и теплообмена между фазами, которые несколько «замазывают» исследуемое явление не изменяя его сути и легко могут быть учтены в рамках описанного подхода. Сжимаемостью жидкости можно пренебречь для низкочастотных возмущений с частотой $\omega^2 \ll p^0 / [\rho_l (r_b^0)^2]$, а теплообменом между фазами — для сильнорастворимых газов, удовлетворяющих условию $\epsilon n_s \omega \gg \lambda \text{Nu} r_l^0 T^0$. Из приведенных оценок видно, что приближения, используемые в данной работе, достаточно естественны и могут быть реализованы в широком диапазоне исходных параметров для сильнорастворимых газов, таких, например, как водород, кислород и пр.

Принципиальное отличие рассмотренной среды от пассивной среды с пузырьками нерастворимого газа заключается в том, что в областях I, II, указанных на фиг. 2, при $\omega < \omega_b$ отсутствует явление релаксации: малые возмущения в этих областях трансформируются в неравновесные структуры, описываемые нелинейными уравнениями, которые могут быть получены в более высоких порядках теории возмущений, примененной к исходной системе гидродинамических уравнений (1.1).

Таким образом, жидкость с пузырьками растворимого газа является интересным примером активной механической среды: проходящий по ней волновой фронт инициирует фазовый переход с подкачкой энергии в волну за счет процесса перерастворения, в результате чего, при определенных условиях, рассмотренных выше, в звуковой волне образуются аномалии и низкочастотная неустойчивость.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Накоряков В. Е., Соболев В. В., Шрейбер И. Р. Длинноволновые возмущения в газожидкостной смеси // Изв. АН СССР. МЖГ. 1972. № 5. С. 71–76.
2. Игнатулин Р. И. Динамика многофазных сред. Ч. 2. М.: Наука, 1987. 359 с.
3. Накоряков В. Е., Покусаев Б. Г., Шрейбер И. Р. Распространение волн в газо- и парожидкостных средах. Новосибирск: ИТФ СО АН СССР, 1983. 237 с.
4. Вахитова Н. К., Шагапов В. Ш. О распространении малых возмущений в парожидкостных пузырьковых средах // ПМТФ. 1984. № 5. С. 34–43.
5. Хабеев Н. С., Шагапов В. Ш. Эффекты растворимости газа в жидкости при распространении малых возмущений в пузырьковых смесях // Изв. АН СССР. МЖГ. 1988. № 4. С. 70–77.
6. Бондаренко А. Г. Термодинамика и кинетика пузырьковой фазы в твердом теле с внедренными атомами газовой примеси // Физика твердого тела. 1988. Т. 30. № 1. С. 3–11.
7. Бондаренко А. Г., Кудряшов Н. А. Нелинейные волны в жидкости с пузырьками газа при учете фазового перехода // Изв. АН СССР. МЖГ. 1989. № 3. С. 114.