

УДК 532.51.013.4 : 537.2

© 1991 г.

**А. И. ГРИГОРЬЕВ, А. Э. ЛАЗАРЯНЦ**

**РЭЛЕЕВСКАЯ НЕУСТОЙЧИВОСТЬ ЗАРЯЖЕННОЙ  
ВЯЗКОЙ КАПЛИ**

Явление электростатического диспергирования жидкости находит весьма широкое применение в различных отраслях науки: от подпитки термоядерных реакторов монодисперсными каплями жидкого водорода и жидкометаллических источников ионов до проблем грозового электричества и химической технологии [1–4]. Электростатический распад заряженной капли во внешнем электрическом поле сопровождается эмиссией ~100 высокодисперсных капелек, заряженных выше предела в смысле устойчивости по Рэлею, которые также распадутся [5]. Учет сильной зависимости декремента затухания капиллярных волн  $\gamma_l$  от радиуса капли  $R$  и номера моды  $l$   $\gamma_l \sim l^2 R^{-2}$  [6] приводит к очевидному выводу о том, что обычно не учитываемая в физической картине рэлеевского распада роль вязкости для случая высоких мод весьма малых капель может стать существенной. Естественно ожидать из общефизических соображений, что учет вязкости не скажется на критических условиях проявления неустойчивости, но может качественно изменить ее временную эволюцию.

Ниже будут проанализированы два предельных случая: жидкость – идеально проводящая и весь заряд распределен по поверхности капли, жидкость – идеальный диэлектрик с диэлектрической проницаемостью  $\epsilon$ , а заряд равномерно распределен по ее объему с плотностью  $\rho_0$ . При этом в обоих случаях полный заряд капли есть  $Q$ . Первый случай вытекает из второго при  $\epsilon \rightarrow \infty$ . Имея в виду это обстоятельство, все расчеты проведем для диэлектрической капли, а переход от диэлектрической жидкости к электропроводной  $\epsilon \rightarrow \infty$  сделаем в конечных формулах.

1. Рассмотрим сферическую каплю радиуса  $R$  вязкой несжимаемой жидкости плотностью  $\rho$  с коэффициентом кинематической вязкости  $\nu$  и коэффициентом поверхностного натяжения  $\sigma$ , в которой существуют капиллярные волны бесконечно малой амплитуды. Система уравнений гидродинамики в электростатическом поле  $E$  с потенциалом  $\Phi$ , создаваемом зарядом  $Q$ , распределенным в жидкости, состоит из уравнения Навье – Стокса и условия несжимаемости

$$\frac{du}{dt} = -\frac{1}{\rho} \nabla(p^i + \rho_0 \Phi^i) + \nu \Delta u; \quad \nabla u = 0 \quad (1.1)$$

Здесь и в дальнейшем индексы  $i$  и  $ex$  относятся к величинам, находящимся внутри и вне жидкости соответственно.

На свободной поверхности  $F(r, t) = 0$  выполняются: кинематическое и динамические граничные условия

$$\begin{aligned} \frac{dF}{dt} &= 0; \quad \tau(n \nabla)u + n(\tau \nabla)u = 0 \\ - (P^i - P^{ex}) + 2\rho \nu n(n \nabla)u + P_\sigma - \frac{\epsilon - 1}{\epsilon} \frac{(E_n^{ex})^2}{8\pi} - (\epsilon - 1) \frac{(E_\tau^{ex})^2}{8\pi} &= 0; \quad P_\sigma = \sigma 2H \end{aligned} \quad (1.2)$$

Векторы  $n$  и  $\tau$  обозначают орты нормали и касательной к поверхности, а индексы  $n$ ,  $\tau$  – соответствующие проекции векторов,  $P_\sigma$  – есть лапласов-

ское давление сил поверхностного натяжения,  $H$  — средняя кривизна поверхности.

Перейдем к безразмерным переменным, вводя следующие характерные масштабы:

$$r_* = R; \quad t_* = \sqrt{\frac{\rho R^3}{\sigma}}; \quad u_* = \sqrt{\frac{\sigma}{R\rho}}; \quad P_* = \frac{\sigma}{R}; \quad Q_* = \sqrt{\frac{R^3}{\sigma}}; \quad v_* = \sqrt{\frac{R\sigma}{\rho}}$$

Решение задачи естественно провести в сферической системе координат с началом в центре капли. Уравнение поверхности капли запишем в виде  $r = 1 + \xi(\theta, \varphi, t)$ , где возмущение поверхности, вызванной волновым движением  $\xi$ , будем считать бесконечно малым:  $|\xi| \ll 1$ .

Проведем скаляризацию задачи по методике, описанной в [7]. Разложим поле скоростей волнового движения в капле на сумму трех составляющих

$$\mathbf{u} = N_1 \Psi_1 + N_2 \Psi_2 + N_3 \Psi_3; \quad N_1 = \nabla; \quad N_2 = \nabla \times \mathbf{r}; \quad N_3 = \nabla \times (\nabla \times \mathbf{r}) \quad (1.3)$$

Первый из операторов, действуя на скалярную функцию, образует потенциальное векторное поле, в второй и третий — соленоидальные. По принятой терминологии, второе векторное поле носит название тороидального, а третье — полоидального.

Для несжимаемой жидкости эти три составляющие поля образуют полный ортогональный набор  $N_i N_j \Psi_j = \delta_{ij} N_j^2 \Psi_j$ , что доказывает справедливость разложения (1.3).

Подставляя разложение (1.3) в уравнения (1.1) и отбрасывая квадратичные по полю скоростей члены, имеющие второй порядок малости по  $\xi$ , несложно получить уравнения для скалярных функций  $\Psi_1, \Psi_2, \Psi_3$  и выражение для давления  $P^i$  внутри жидкости

$$\begin{aligned} \Delta \Psi_1 = 0; \quad \Delta \Psi_2 = \frac{1}{v} \frac{\partial \Psi_2}{\partial t}; \quad \Delta \Psi_3 = \frac{1}{v} \frac{\partial \Psi_3}{\partial t} \\ P^i = -\frac{\partial \Psi_1}{\partial t} - \rho_Q \Phi + P^{ex} + P' \end{aligned} \quad (1.4)$$

Здесь  $P'$  — постоянная интегрирования, при подстановке которой в граничное условие (1.2) давление исключается из системы  $r = 1 + \xi$

$$\frac{\partial \Psi_1}{\partial t} + 2\nu n(\mathbf{n} \nabla) \mathbf{u} + P_\sigma - P_Q = P'; \quad P_\sigma = 2H$$

$$P_Q = -\rho_Q \Phi^i + \frac{\varepsilon - 1}{\varepsilon} \frac{(E_n^{ex})^2}{8\pi} + (\varepsilon - 1) \frac{(E_\tau^{ex})^2}{8\pi}$$

Разлагая эти выражения в ряд по  $\xi$ , получим

$$P_\sigma = P_\sigma^0 + p_\sigma(\xi); \quad P_\sigma^0 = 2; \quad p_\sigma(\xi) = -(2 + \Lambda)\xi; \quad P_Q = P_Q^0 + p_Q(\xi) \quad (1.5)$$

$$\begin{aligned} r=1: \quad P_Q^0 = -\frac{3Q}{4\pi} \Phi_0^i + \frac{\varepsilon - 1}{8\pi\varepsilon} \left( \frac{\partial \Phi_0^{ex}}{\partial r} \right)^2 \\ p_Q(\xi) = -\frac{3Q}{4\pi} \Phi^i - \frac{3Q}{4\pi} \xi \frac{\partial \Phi_0^i}{\partial r} + \frac{\varepsilon - 1}{4\pi\varepsilon} \frac{\partial \Phi_0^{ex}}{\partial r} \frac{\partial \Phi^{ex}}{\partial r} + \frac{\varepsilon - 1}{8\pi\varepsilon} \xi \frac{\partial}{\partial r} \left( \frac{\partial \Phi_0^{ex}}{\partial r} \right)^2 \end{aligned} \quad (1.6)$$

С учетом этого граничные условия к уравнениям (1.4) приобретают вид

$$r=1: \quad \frac{\partial \Psi_1}{\partial r} - \frac{1}{r} \Lambda \Psi_3 = \frac{\partial \xi}{\partial t} \quad (1.7)$$

$$2r \frac{\partial}{\partial r} \frac{\Psi_1}{r} + r \frac{\partial^2 \Psi_3}{\partial r^2} - \frac{2+\Lambda}{r} \Psi_3 = 0; \quad r \frac{\partial}{\partial r} \frac{\Psi_2}{r} = 0 \quad (1.8)$$

$$\frac{\partial \Psi_1}{\partial t} + 2\nu \frac{\partial^2 \Psi_1}{\partial r^2} - 2\nu \Lambda \frac{\partial}{\partial r} \frac{\Psi_3}{r} + p_\sigma(\xi) - p_\sigma(\xi) = 0 \quad (1.9)$$

где  $\Lambda$  — угловая часть оператора Лапласа в сферических координатах.

Потенциал электрического поля внутри и вне однородно заряженной диэлектрической капли удовлетворяет системе

$$\begin{aligned} \Delta \Phi^i &= -\frac{3Q}{\varepsilon}; & \Delta \Phi^{ex} &= 0 \\ r=0: \Phi^i &= 0; & r \rightarrow \infty: \Phi^{ex} &= 0 \\ r=1+\xi: \Phi^i &= \Phi^{ex}; & \varepsilon \frac{\partial \Phi^i}{\partial n} &= \frac{\partial \Phi^{ex}}{\partial n} \end{aligned} \quad (1.10)$$

Система нулевого порядка, получаемая из (1.10), имеет решение

$$\Phi_0^i = \frac{Q}{2\varepsilon} (2\varepsilon + 1 - r^2); \quad \Phi_0^{ex} = \frac{Q}{r} \quad (1.11)$$

С учетом (1.11) система первого порядка, получаемая из (1.10), принимает вид  $\Delta \varphi^i = 0$ ;  $\Delta \varphi^{ex} = 0$

$$\begin{aligned} r=0: \varphi^i &= 0; & r \rightarrow \infty: \varphi^{ex} &= 0 \\ r=1: \varphi^i - \varphi^{ex} &= -Q \frac{\varepsilon-1}{\varepsilon} \xi; & \varepsilon \frac{\partial \varphi^i}{\partial r} - \frac{\partial \varphi^{ex}}{\partial r} &= 3Q\xi \end{aligned}$$

Ее решение есть

$$\begin{aligned} \varphi^i &= -\frac{Q}{\varepsilon} \sum_{l,m} \frac{(l+1)(\varepsilon-1)-3\varepsilon}{l(\varepsilon+1)+1} z_{lm} r^l Y_l^m \exp(s_{lm}t) \\ \varphi^{ex} &= Q \sum_{l,m} \frac{l(\varepsilon-1)+3}{l(\varepsilon+1)+1} z_{lm} r^{-(l+1)} Y_l^m \exp(s_{lm}t) \end{aligned} \quad (1.12)$$

$$\xi = \sum_{l,m} z_{lm} Y_l^m \exp(s_{lm}t) \quad (1.13)$$

где  $z_{lm}$  — коэффициенты разложения возмущения  $\xi$  в ряд по сферическим функциям. Подставляя (1.12) — (1.13) в (1.6), несложно получить

$$p_\sigma(\xi) = \frac{Q^2}{4\pi} \sum_{l,m} (l-1) \frac{(\varepsilon-1)^2 l + 5\varepsilon + 1}{\varepsilon(\varepsilon l + l + 1)} z_{lm} Y_l^m \exp(s_{lm}t) \quad (1.14)$$

Лапласовское давление (1.5) с учетом разложения (1.13) принимает вид

$$p_\sigma(\xi) = \sum_{l,m} (l-1)(l+2) z_{lm} Y_l^m \exp(s_{lm}t) \quad (1.15)$$

Решение уравнений (1.4) для скалярных функций  $\Psi_1$ ,  $\Psi_2$ ,  $\Psi_3$  будем искать в виде

$$\Psi_j = \sum_{l,m} \psi_{lm}^j(r) Y_l^m \exp(s_{lm}t), \quad j=1, 2, 3 \quad (1.16)$$

Несложно заметить, что функция  $\Psi_2$  не оказывает влияния на колеба-

ния поверхности, так как задача на ее отыскание не зависит от  $\Psi_1, \Psi_3, \xi$  и она не вошла в уравнение (1.9). Радиальные функции  $\psi_{lm}^1(r)$  и  $\psi_{lm}^3(r)$  удовлетворяют уравнениям

$$\begin{aligned} \frac{d^2\psi_{lm}^1}{dr^2} + \frac{2}{r} \frac{d\psi_{lm}^1}{dr} - \frac{l(l+1)}{r^2} \psi_{lm}^1 &= 0 \\ \frac{d^2\psi_{lm}^3}{dr^2} + \frac{2}{r} \frac{d\psi_{lm}^3}{dr} - \left[ \frac{s_{lm}}{\nu} + \frac{l(l+1)}{r^2} \right] \psi_{lm}^3 &= 0 \end{aligned}$$

решениями которых являются функции

$$\psi_{lm}^1(r) = c_{lm}^1 r^l, \quad \psi_{lm}^3(r) = c_{lm}^3 \frac{i_l(\sqrt{r^2 s_{lm}/\nu})}{i_l(\sqrt{s_{lm}/\nu})} \quad (1.17)$$

где  $i_l(x)$  — модифицированная сферическая функция Бесселя. Коэффициенты  $c_{lm}^1$  и  $c_{lm}^3$  при помощи условий (1.7), (1.8) выражаются через  $z_{lm}$

$$\begin{aligned} c_{lm}^1 &= \frac{s_{lm} - f_l(\sqrt{s_{lm}/\nu}) + 2(l-1)(l+1)\nu}{l(1 - f_l(\sqrt{s_{lm}/\nu}))} z_{lm} \\ c_{lm}^3 &= -\frac{2(l-1)\nu}{l(1 - f_l(\sqrt{s_{lm}/\nu}))} z_{lm}; \quad f_l(x) = \frac{2}{x} \frac{i_{l+1}(x)}{i_l(x)} \end{aligned}$$

Подставляя (1.13), (1.16), (1.17) в (1.9) с учетом (1.14), (1.15) получим дисперсионное соотношение

$$\begin{aligned} s_i^2 + 2(l-1) \frac{2l+1 - l(l+2)f_l(\sqrt{s_i/\nu})}{1 - f_l(\sqrt{s_i/\nu})} \nu s_i + l(l-1)(l+2) \left[ 1 - \frac{Q^2}{4\pi\kappa_i(\varepsilon)} \right] &= 0; \\ \kappa_i(\varepsilon) &= \frac{(l+2)\varepsilon(\varepsilon+l+1)}{(\varepsilon-1)^2 l + 5\varepsilon + 1} \end{aligned} \quad (1.18)$$

Из этого выражения видно, что от индекса  $m$  дисперсионное уравнение не зависит.

2. Условие устойчивости поверхностных волн  $\text{Re } s_i < 0$  при учете структуры спектра нормальных колебаний вязкой капиллярной жидкости  $\text{Im } s_i = 0$  при  $\text{Re } s_i > 0$  совпадает с условием положительности свободного коэффициента дисперсионного уравнения

$$Q^2 / (4\pi\sigma R^3) < \kappa_i(\varepsilon) \quad (2.1)$$

т. е., как и ожидалось, не зависит от вязкости жидкости (и совпадает с полученным в [8] для капли идеальной несжимаемой диэлектрической жидкости). График зависимости  $\kappa_i(\varepsilon)$  для первых семи мод изображен на фигуре. При  $\varepsilon \rightarrow \infty$  из (2.1) получается критерий Рэлея устойчивости заряженной проводящей капли [9]  $Q^2 / (4\pi\sigma R^3) < l+2$ .

Запишем дисперсионное уравнение (1.18) в виде, более удобном для дальнейшего анализа

$$\begin{aligned} x^4 + 2(l-1)x^2 \frac{2l+1 - l(l+2)f_l(x)}{1 - f_l(x)} - \mu l(l-1)(l+2) &= 0 \\ \alpha = \frac{Q^2}{4\pi\sigma R^3 \kappa_i(\varepsilon)} - 1; \quad \mu = \frac{\alpha R\sigma}{\rho\nu^2} & \quad (2.2) \\ s_i(R, \rho, \sigma, \nu, Q) = \nu x_i^2(\mu) / R^2 & \end{aligned}$$

Построим асимптотику решений уравнения (2.2) при малых и больших  $x$ .

При  $x \ll 1$  имеем

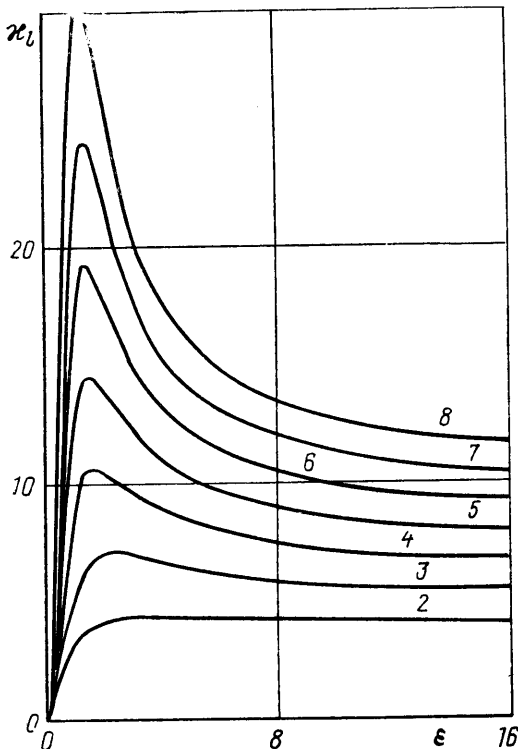
$$x \rightarrow 0: i_l(x) \rightarrow \frac{x^l}{(2l+1)!!} [1 + O(x^2)], \quad f_l(x) \rightarrow \frac{2}{2l+3} [1 + O(x^2)]$$

$$2(2l^2 + 4l + 3)x^2 - \mu l(l+2)(2l+1) = O(x^4)$$

Отсюда получаем

$$x_l^2 = \frac{l(l+2)(2l+1)}{2(2l^2+4l+3)} \mu + O(\mu^2), \quad s_l = \frac{l(l+2)(2l+1)}{2(2l^2+4l+3)} \frac{\alpha \sigma}{R \rho v} \quad (2.3)$$

Из выражения (2.3) несложно видеть, что использованное при его записи приближение  $x \ll 1$  имеет смысл лишь при  $\mu \ll 1$ . При  $\alpha > 0$ , т. е.



когда условие устойчивости (2.1) не выполняется, выражение (2.3) для  $s_l$  имеет смысл инкремента нарастания неустойчивости аperiodического движения. При  $\alpha < 0$  аperiodическое движение затухает с декрементом (2.3).

При  $x \gg 1$  имеем

$$x \rightarrow \infty: i_l(x) \rightarrow \frac{e^x}{2x} \left[ 1 + O\left(\frac{1}{x}\right) \right], \quad f_l(x) \rightarrow \frac{2}{x} \left[ 1 + O\left(\frac{1}{x}\right) \right]$$

$$x^4 + 2(l-1)(2l+1)x^2 - \mu l(l-1)(l+2) = O(x)$$

Отсюда получаем

$$x_l^2(\mu) = \sqrt{l(l-1)(l+2)\mu - (l-1)(2l+1)} + O(\mu^{-1/4})$$

$$s_l = \sqrt{\frac{\alpha \sigma}{\rho R^3} l(l-1)(l+2) - (l-1)(2l+1)} \frac{v}{R^2} \quad (2.4)$$

Из выражения (2.4) можно видеть, что приближение  $x \gg 1$  имеет смысл при  $\mu \gg 1$ . При  $\alpha > 0$ , т. е. когда условие устойчивости (2.1) не выполня-

ется, выражение (2.4) для  $s_l$  имеет смысл инкремента нарастания неустойчивости при аperiodическом движении. При  $\alpha < 0$  происходит затухание колебания с частотой  $\omega_l$  и декрементом затухания  $\gamma_l$

$$\omega_l = \sqrt{-\alpha l(l-1)(l+2)} \frac{\sigma}{\rho R^3}, \quad \gamma_l = (l-1)(2l+1) \frac{\nu}{R^2}$$

3. Из полученных результатов следует, что капля жидкости, заряженная выше рэлеевского предела, будет неустойчива независимо от величины своей вязкости. Но инкремент нарастания неустойчивости с увеличением вязкости будет уменьшаться. Это обстоятельство указывает на возможность иного пути реализации рэлеевской неустойчивости капли, чем для маловязких жидкостей [5].

Согласно [10, 11], при выполнении критерия неустойчивости капли по отношению к собственному или индуцированному заряду для основной ее моды она начинает вытягиваться в сфероид, генерируя при этом (за счет увеличения локальной плотности заряда на вершинах сфероида) неустойчивость более высоких мод капиллярных волн. Суперпозиция неустойчивых высоких мод приводит к образованию на вершинах капли эмитирующих выступов (конусов Тейлора [12]), с которых начинается эмиссия высокодисперсных сильно заряженных капелек, уносящих заряд и массу неустойчивой капли. Формирование эмитирующих выступов происходит на фоне продолжающегося вытягивания капли в сфероид за счет увеличения амплитуды основной моды (наиболее устойчивой), прекращающегося с началом сброса заряда и массы.

Если вязкость капли высока и инкремент нарастания неустойчивости уменьшается с увеличением номера моды согласно (2.3), (2.4), то капля может удлиниться настолько, что выполнится критерий ее неустойчивости по отношению к делению пополам при сильных деформациях [13]. В этом случае капля разорвется на две части сравнимых размеров, каждая из которых будет уже устойчива по отношению к собственному заряду.

Таким образом, для сильно вязких жидкостей, когда безразмерная комбинация размерных параметров  $\eta = \sqrt{\rho \nu^2 / (R\sigma)} > 1$ , возможен качественно иной (по сравнению с маловязкими жидкостями [5]) путь реализации неустойчивости относительно собственного и индуцированного заряда: деление на две части сравнимых размеров. Выполнение критерия  $\eta > 1$  возможно для очень мелких капель и маловязких жидкостей. Например, такое явление может иметь место в устройствах масс-спектрометрии термически нестабильных и нелетучих веществ, теория физических процессов, лежащих в основе функционирования которых, только начала разрабатываться [14, 15]. В этих устройствах при электрогидродинамической эмиссии с торца капилляра, по которому подается рабочая жидкость, происходит эмиссия капель субмикронных размеров, для которых выполнение условия  $\eta > 1$  заведомо обеспечено. Для капель воды это условие будет выполняться для  $R \lesssim 0,02$  мкм.

Из (2.3), (2.4) следует, что в том случае, когда заряд на капельке существенно превышает критическое значение  $\alpha \gg 1$ , инкременты нарастания неустойчивости для всех мод увеличиваются и распад капель даже сильновязких жидкостей может происходить по обычному пути: с эмиссией порядка 100 сильно заряженных дочерних капелек [5]. По-видимому, именно таким образом происходит формирование ионного пучка в жидкометаллических источниках ионов [2, 16], где эмитируемые с жидкого мениска капли несут заряд, примерно на порядок превышающий критический по Рэлею [15, 16].

## СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Woosley J. P., Turnbull R. J., Kim K.* Field injection electrostatic spraying of liquid hydrogen // *J. Appl. Phys.* 1988. V. 64. № 9. P. 4278–4284.
2. *Van de Walle J., Joyes P.* Role of fragmentation processes in the liquid metal ion source production of aggregates // *Z. Phys. D.* 1989. V. 12. № 1–4. P. 221–224.
3. *Григорьев А. И., Сыщиков Ю. В., Ширяева С. О.* Электростатическое монодиспергирование жидкостей как метод получения двухфазных систем // *Журн. прикл. химии.* 1989. Т. 62. № 9. С. 2020–2026.
4. *Григорьев А. И., Ширяева С. О.* Механизм развития ступенчатого лидера и внутриоблачного ветвления линейной молнии // *Журн. техн. физики.* 1989. Т. 59. № 5. С. 6–13.
5. *Григорьев А. И., Ширяева С. О.* Параметры электростатического распыливания жидкости // *Изв. АН СССР. МЖГ.* 1988. № 2. С. 5–15.
6. *Лэмб Г.* Гидродинамика. М.; Л.: Гостехиздат, 1947. 928 с.
7. *Григорьев А. И., Лазаряиц А. Э.* Параметрическая неустойчивость капли проводящей жидкости по отношению к стохастически меняющемуся со временем собственному электрическому заряду // *Изв. АН СССР. МЖГ.* 1990. № 5. С. 52–56.
8. *Панасов С. Н.* Спектр капиллярных колебаний диэлектрической капли при однородном распределении заряда по ее объему // *Сб. науч. тр. «Физико-технические проблемы монодисперсных систем».* М.: МЭИ, 1988. № 185. С. 70–73.
9. *Rayleigh R.* On the equilibrium of liquid conducting masses charged with electricity // *Phil. Mag.* 1882. V. 14. P. 184–186.
10. *Григорьев А. И.* О механизме неустойчивости заряженной проводящей капли // *журн. техн. физики.* 1985. Т. 55. № 7. С. 1272–1278.
11. *Григорьев А. И., Синкевич О. А.* К механизму неустойчивости капли жидкости в электрическом поле // *Изв. АН СССР. МЖГ.* 1986. № 6. С. 10–15.
12. *Taylor G.* Disintegration of water drops in an electric field // *Proc. Roy. Soc. London.* 1964. V. A280. № 1382. P. 383–397.
13. *Ландау Л. Д., Лифшиц Е. М.* Электродинамика сплошных сред. М.: Наука, 1982. 623 с.
14. *Галль Л. Н., Краснов Н. В., Куснер Ю. С. и др.* Электрогидродинамический ввод жидких веществ в масс-спектрометр // *Журн. техн. физики.* 1984. Т. 54. № 8. С. 1559–1571.
15. *Зологой Н. Б., Карнов Г. В., Скурат В. Е.* О механизмах образования ионов и ионных кластеров из заряженных капель // *Журн. техн. физики.* 1988. Т. 58. № 2. С. 315–323.
16. *Григорьев А. И., Ширяева С. О.* Физические принципы электрогидродинамического способа получения ионно-кластерно-капельных пучков // *Научное приборостроение. Физика аналитических приборов.* Л.: Наука, 1989. С. 28–35.

Ярославль

Поступила в редакцию  
26.X.1990