

эллиптической трещиной (завесой), в виде

$$\varphi_1 = \sum_{n=1}^{\infty} b_1 \operatorname{ch} n\rho \cos n\alpha + \frac{b_2}{\delta_2} [\delta_1 \operatorname{ch} n\rho + \operatorname{sh} n(\rho - \rho_1)] \sin n\alpha$$

$$\varphi_3 = f_3 - \frac{(\rho - \rho_1)H + h}{2} + \sum_{n=1}^{\infty} e^{n(\rho_1 - \rho)} (\gamma_1 \cos n\alpha + \gamma_2 \sin n\alpha)$$

$$b_v = K_3 Q_v, \quad Q_v = (h_v + H_v) / \Delta_v, \quad \delta_1 = \operatorname{sh} n\rho_1, \quad \delta_2 = \operatorname{ch} n\rho_1$$

$$\gamma_v = K_3 \delta_{3-v} Q_v - h_v, \quad \Delta_v = K_1 \delta_v + \delta_{3-v} (nA + K_3)$$

$$(\gamma_v = H_v - K_1 \delta_v Q_v, \quad \Delta_v = K_3 (K_1 \delta_v nB + \delta_{3-v}) + K_1 \delta_v)$$

где $h_v = h_{31}^v$; $H_v = H_{31}^v/n$; $h = h_{31}^1$, $H = H_{31}^1$ при $n=0$; h_{jk}^v и H_{jk}^v определены выше.

Отсюда, в частности, следует, что потенциал (поток) на берегах трещины (завесы) непрерывен, что согласуется с известными результатами, полученными из других соображений [2, 8].

Если в качестве области D рассмотреть полуплоскость $y \geq 0$, при этом в граничных условиях при $y=0$ вида (1.2) заменить r , α соответственно на y , x ($0 < t < \infty$) и отобразить D на плоскость s с разрезом, то аналогично изложенному выше получим потенциалы течений в грунтах с параболическими линиями уровня и разрыва функции проницаемости, трещинами и завесами.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Шпилевой А. Я. Использование римановых поверхностей при исследовании процессов в кусочно-однородных средах // Исследования по специальным задачам гидродинамики. М.: Наука, 1982. С. 39–42.
2. Пилаговский В. П. Основы гидромеханики тонкого пласта. М.: Недра, 1966. 317 с.
3. Копаев А. В., Радыгин В. М. Фильтрационные теоремы об окружностях // Изв. АН СССР. МЖГ. 1990. № 1. С. 179–183.
4. Титчмарш Э. Ч. Разложения по собственным функциям, связанные с дифференциальными уравнениями второго порядка. Ч. 1. М.: Изд-во иностр. лит., 1960. 278 с.
5. Положий Г. Н. Уравнения математической физики. М.: Высш. шк. 1964. 559 с.
6. Сансоне Д. Обыкновенные дифференциальные уравнения. Т. 1. М.: Изд-во иностр. лит., 1953. 347 с.
7. Ромм Е. С. Структурные модели порового пространства горных пород. Л.: Недра, 1985. 240 с.
8. Абдурахманов И. М., Алишаев М. Г. Плоская стационарная фильтрация в пласте, разделенном прямолинейной трещиной // Изв. АН СССР. МЖГ. 1973. № 4. С. 173–177.

Брянск

Поступила в редакцию
31.V.1990

УДК 533.6.011.5

© 1991 г.

Н. А. КОВАЛЕВА, Н. П. КОЛИНА, А. П. КОСЫХ, А. Я. ЮШИН

РЕЗУЛЬТАТЫ ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНОГО И ЧИСЛЕННОГО ИССЛЕДОВАНИЙ АЭРОДИНАМИЧЕСКОГО НАГРЕВАНИЯ НИЖНЕЙ ПОВЕРХНОСТИ ТРЕУГОЛЬНЫХ КРЫЛЬЕВ С ОСТРЫМИ ПЕРЕДНИМИ КРОМКАМИ ПРИ ЧИСЛАХ $M_{\infty} = 6,1$ И 8

В ударной трубе при углах атаки $\alpha \leq 15^\circ$ исследуется теплообмен сверхзвукового потока с нижней поверхностью треугольных крыльев, имеющих углы стреловидности передних кромок $\chi = 65$ и 70° . Проведен численный расчет сверхзвукового невязкого обтекания этих крыльев на режимах, когда головная ударная волна при-

соединена к острым передним кромкам. По рассчитанным полям невязкого течения решена задача о сжимаемом пограничном слое в ламинарной, переходной и турбулентной областях течения. Проводится сопоставление расчетных и экспериментальных значений теплового потока на поверхности крыльев. Расчетные результаты удовлетворительно согласуются с экспериментальными данными в ламинарной и переходной областях пограничного слоя, однако заметно (до 20%) расходятся с ними в турбулентной области.

Аэродинамическое нагревание треугольных крыльев в сверхзвуковом потоке исследовалось ранее в [1-4].

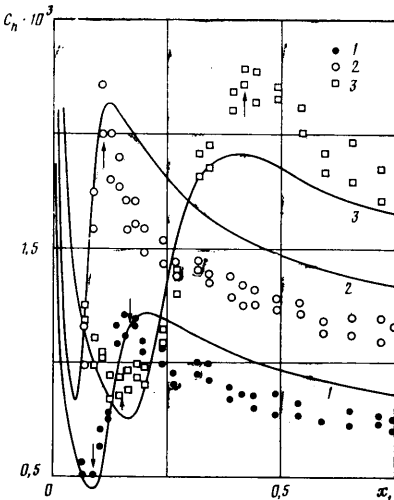
1. Эксперимент. Испытания двух моделей треугольного крыла проведены в ударной трубе. Продолжительность стационарного режима работы трубы $\sim 0,02$ с. Числа Маха в невозмущенном потоке составляли 6,1 и 8. При $M_\infty=6,1$ температура торможения $T_0=560$ К, полное давление $3,3 \cdot 10^6$ и $9,6 \cdot 10^6$ Па, единичное число Рейнольдса Re_1 , вычисленное по параметрам невозмущенного потока и характерному размеру 1 м, равнялось соответственно $2,2 \cdot 10^7$ и $6,4 \cdot 10^7$. В случае $M_\infty=8$ температура торможения 737 К, полное давление $10,1 \cdot 10^6$ Па, $Re_1=2,3 \cdot 10^7$. Температурный фактор $T_w/T_0=0,40$ и $0,52$ для $T_0=737$ и 560 К соответственно. Испытания проводились при значениях угла атаки $\alpha=0, 5, 10$ и 15° .

Угол стреловидности передних кромок крыла у одной модели 65° , у другой 70° . На плоской нижней поверхности модели было установлено 40 калориметрических датчиков; для их монтажа и крепления державки служила выпуклая подветренная сторона модели. Передняя кромка модели в нормальном к ней сечении имела форму острого клина с углом раствора $\gamma=28,9$ и $22,9^\circ$ соответственно для $\chi=65$ и 70° .

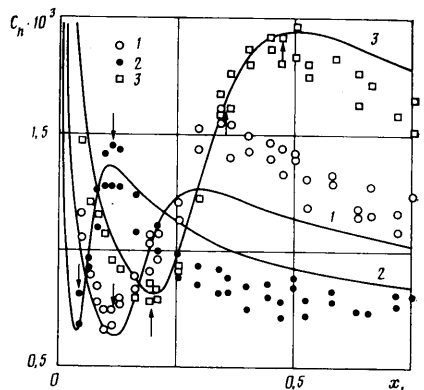
Калориметрические датчики располагались на модели в сечении $z=0,25b$ (хорда крыла L в этом сечении равна 161 и 186 мм для $\chi=65$ и 70° ; b — полуразмах крыла). Датчик представлял собой медный диск диаметром 2 мм и толщиной 0,15 мм. С внутренней стороны к диску точечной сваркой приваривалась микротермопара. Оба ее термоэлектрода (хромель и конпель) вблизи места сварки раскатаны до толщины 0,03 мм и ширины 0,3 мм. Диск закреплялся в отверстии стенки модели эпоксидной смолой, она же теплоизолировала датчик от металлической стенки. После зачистки модели местные уступы на ее поверхности у датчиков не превышали 5 мкм. Поверхность с такими неровностями можно рассматривать как аэродинамически гладкую.

Каждый датчик после установки на модель прокалиброван на импульсной тепловой калибровочной установке [5]. Для регистрации и обработки сигналов датчиков использовалась быстродействующая магнитографическая система сбора данных [6].

Распределения местного коэффициента теплообмена $C_h=q/[\rho_\infty c_p V_\infty (T_0-T_w)]$ в сечении $z=0,25b$ приведены на фиг. 1 ($\chi=65^\circ$, $M_\infty=6,1$), фиг. 2 ($\chi=70^\circ$) и фиг. 3 ($\chi=65^\circ$, $M_\infty=8$), где q — тепловой поток, ρ_∞ , c_p , V_∞ — плотность, удельная теплоемкость и скорость невозмущенного потока. На фигурах точки соответствуют результатам эксперимента, сплошные линии — расчетным распределениям C_h для условий испытаний в ударной трубе (см. разд. 2). На фиг. 1 точки и кривые 1, 2 соответствуют $\alpha=5$ и 10° , $Re_1=6,4 \cdot 10^7$; 3 — $\alpha=10^\circ$, $Re_1=2,2 \cdot 10^7$; на фиг. 2 точки и кривые 1, 2 соответствуют $Re_1=2,2 \cdot 10^7$ и $6,4 \cdot 10^7$, $\alpha=5^\circ$, $M_\infty=6,1$; 3 — $\alpha=10^\circ$, $M_\infty=8$;



Фиг. 1



Фиг. 2

на фиг. 3 точки и кривые 1-4 соответствуют $\alpha=0, 5, 10$ и 15° . Стрелками на фиг. 1-3 отмечены начало и конец области перехода ламинарного пограничного слоя в турбулентный (подробные результаты по переходу приведены в [7]).

2. Численное исследование. Рассматривались режимы обтекания крыльев, соответствующие проведенному эксперименту по значениям определяющих параметров $\chi, M_\infty, \alpha, Re$.

Численно решена задача об определении конического течения около нижней поверхности крыла на основе уравнений невязкого газа ($\kappa=1,4$). Проведенный анализ показал, что для исследуемых параметров χ, M_∞ и α головная ударная волна присоединена к вершине и передним кромкам крыла. Из условия присоединения волны к острым кромкам следует независимость потоков газа, расположенных по разные стороны крыла, и поэтому возможен расчет обтекания только нижней поверхности треугольного крыла [8].

Задача о невязком обтекании нижней поверхности крыла формулируется в декартовой системе координат x, y, z с началом в вершине крыла; плоскость $z=0$ совпадает с плоскостью симметрии, а передние кромки лежат в плоскости $y=0$. Расчет газодинамических функций в области между нижней поверхностью крыла и головной ударной волной базируется на численном решении краевой задачи для системы дифференциальных уравнений Эйлера, записанных в дивергентной форме.

Уравнения неразрывности, движения и энергии в декартовых координатах имеют вид

$$\frac{\partial A}{\partial x} + \frac{\partial B}{\partial y} + \frac{\partial C}{\partial z} = 0 \quad (1)$$

$$u^2 + v^2 + w^2 + 2h = \text{const}, \quad h = \frac{\kappa}{\kappa - 1} \frac{p}{\rho}$$

$$\mathbf{V} = \begin{pmatrix} \rho u \\ p + \rho u^2 \\ \rho uv \\ \rho uw \end{pmatrix}, \quad \mathbf{B} = \begin{pmatrix} \rho v \\ \rho uv \\ p + \rho v^2 \\ \rho vw \end{pmatrix}, \quad \mathbf{C} = \begin{pmatrix} \rho w \\ \rho uw \\ \rho vw \\ p + \rho w^2 \end{pmatrix}$$

Здесь p — давление, ρ — плотность; u, v, w — проекции вектора скорости потока на координатные оси x, y, z .

Предполагается, что в возмущенном потоке компонента скорости u всюду больше местной скорости звука, следовательно, система газодинамических уравнений x -гиперболическая. Течение около нижней плоской поверхности треугольного крыла автомодельно по координате x . Это означает, что искомые газодинамические функции p, ρ, u, v, w зависят только от координат y и z .

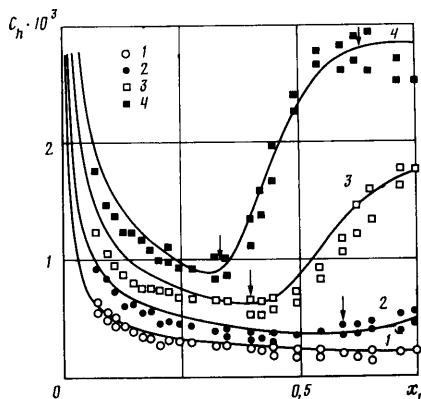
Граничные условия краевой задачи: условие непротекания на поверхности крыла; условия сохранения массы, импульса, энергии и тангенциальной составляющей скорости на ударной волне и условие симметрии течения относительно плоскости $z=0$. Газодинамические функции p, ρ, u, v, w на передней кромке крыла считаются известными. Они определяются из решения вспомогательной задачи обтекания кромки как скользящего клина, т. е. обтекание кромки рассматривается в нормальной к ней плоскости. Значения угла атаки α_n и числа Маха M_n для течения в этой плоскости вычисляются по известным формулам

$$\alpha_n = \arctg(\tg \alpha / \cos \chi), \quad M_n = M_\infty \sqrt{1 - \sin^2 \chi \cos^2 \alpha}$$

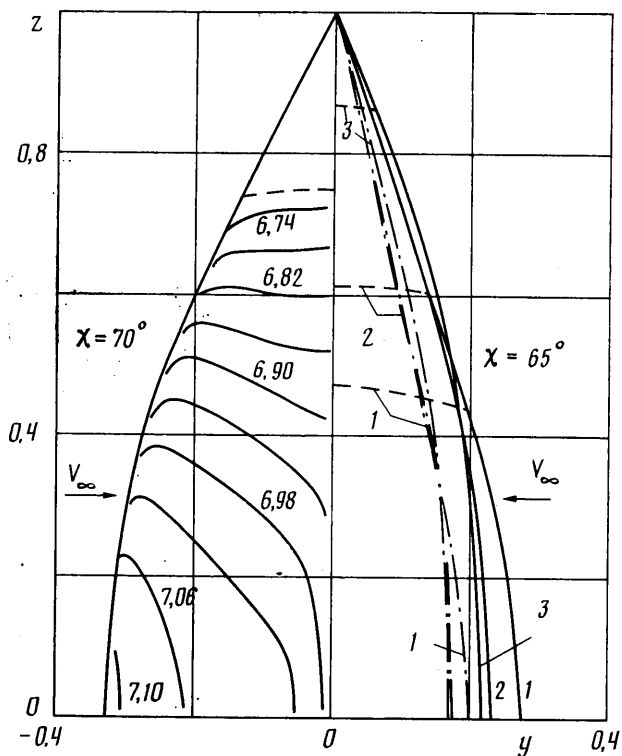
Сформулированная задача обтекания нижней поверхности крыла решается численно стационарным методом С. К. Годунова [9] с использованием кусочно-линейной аппроксимации газодинамических функций в элементарной ячейке [10]. Расчет проводится по маршевой координате x ($x \rightarrow \infty$) переходом от плоскости $x=x_0$ к плоскости $x=x_0 + \Delta x$ (Δx — шаг интегрирования) до тех пор, пока не будет достигнута автомодельность течения, т. е. независимость от координаты x .

Как следует из постановки задачи, для расчета обтекания крыла путем установления по координате x необходимы не только граничные условия, но и начальные данные в плоскости $x=x_0$. Поле газодинамических данных в плоскости $x=x_0$ может быть задано достаточно произвольно. Опыт проведения численных исследований крыльев показал, что достижение предельного автомодельного течения возможно даже при значительном отклонении начальных данных от искомого решения.

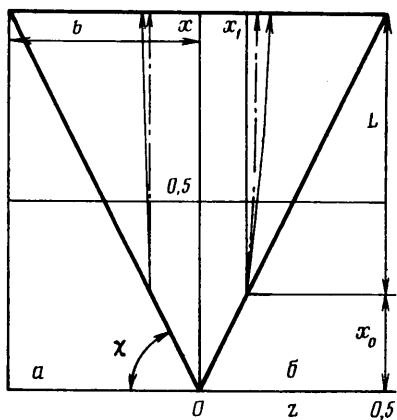
В качестве начальных данных, как правило, бралось ранее полученное для



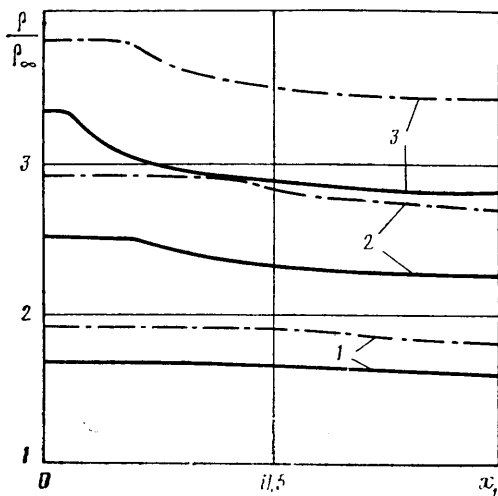
Фиг. 3



Фиг. 4



Фиг. 5



Фиг. 6

крыла численное решение, «близкое» по параметрам χ , M_∞ , α к искомому решению. В иных случаях начальными данными во всей области сжатия за ударной волной служили газодинамические параметры однородного потока, реализующегося за прямолинейным участком волны у кромки крыла.

Для численного решения задачи расчетная сетка строится следующим образом: на поверхности крыла задаются 1 точка в однородном потоке у кромки и 50 точек с одинаковым шагом по z внутри конуса Маха, исходящего из вершины крыла. Из этих точек перпендикулярно к поверхности крыла проводятся лучи до пересечения с головной ударной волной, рассчитываемой как поверхность разрыва газодинамических функций. Каждый луч разбивается равномерно на 20 интервалов.

Таким образом, расчет проводится на конечно-разностной сетке с числом узлов 51×21 .

Результаты расчета представлены на фиг. 4–6 ($\chi=65^\circ$) для $\alpha=5$ (1), 10 (2), и 15° (3); сплошные кривые соответствуют $M_\infty=6,1$, штрихпунктирные – $M_\infty=8$. На фиг. 4 ($\chi=65^\circ$) показано положение головной ударной волны в плоскости yz с наветренной стороны крыла ($z=1$ соответствует кромке крыла). Видно, что увеличение угла атаки приводит прежде всего к сокращению области однородного потока у передней кромки (штриховая линия отделяет однородный поток от возмущенного). При этом чем больше угол атаки, тем ближе волна к поверхности крыла в его центральной части и тем больше угол ее наклона у кромки. На фиг. 4 ($\chi=70^\circ$) для случая $M_\infty=8$, $\alpha=5^\circ$ приведено распределение изолиний $M=\text{const}$ в поперечном сечении ударного слоя у нижней поверхности крыла (изолинии нанесены с шагом 0,04).

На фиг. 5 для $\chi=65^\circ$, $M_\infty=6,1$ и 8 схематически показаны линии тока невязкого течения на нижней поверхности крыла ($a-\alpha=5^\circ$, $b-\alpha=15^\circ$). В окрестности передней кромки линии тока отклонены от оси x в сторону кромки, затем поток постепенно разворачивается, асимптотически стремясь к направлению, параллельному оси x .

На поверхности крыла имеет место заметное изменение плотности вдоль продольной координаты x_1 в сечении $z=0,25b$ (фиг. 6, где $x_1=(x-x_0)/L$). Так, для случая $M_\infty=6,1$, $\alpha=15^\circ$ изменение плотности $\Delta\rho/\rho$ вдоль x_1 от передней до задней кромки крыла составляет 10%, давления – 20%, что свидетельствует о пространственном характере возмущенного потока у нижней поверхности крыла. С уменьшением угла атаки при $M_\infty=\text{const}$ и с ростом числа M_∞ при фиксированном угле α пространственность течения проявляется в меньшей степени (фиг. 6).

Результаты численного расчета невязкого обтекания использовались затем для вычисления местного теплового потока q на крыле в сечении $z=0,25b$. Расчет q проводился с помощью стандартной программы [11] численного интегрирования уравнений двумерного пограничного слоя. Программа позволяет проводить расчет пограничного слоя в ламинарной, переходной и турбулентной областях течения (в расчете использованы значения координаты точки начала перехода, полученные в эксперименте). В переходной области коэффициент перемежаемости определялся на основе теории распространения турбулентных пятен Эммонса [12].

В качестве параметров на внешней границе пограничного слоя использовались газодинамические функции p , ρ , u , v , w рассчитанного невязкого течения на поверхности крыла. При вычислении число Прандтля ламинарного течения принималось равным 0,7, турбулентного, – 0,9. Зависимость динамического коэффициента вязкости от температуры выражалась формулой Сазэрленда. Коэффициент турбулентной вязкости вычислялся на основе алгебраической модели турбулентности Прандтля с поправкой Ван-Дриста [13]. Предполагалось, что газ совершенный ($\kappa=1,4$).

3. **Сопоставление экспериментальных и расчетных результатов.** Судя по фиг. 1–3, в ламинарной и переходной областях пограничного слоя расчетные результаты удовлетворительно согласуются с экспериментальными. Между тем в турбулентной области расчетные значения C_h выше экспериментальных в среднем на 20% для случаев $M_\infty=6,1$, $Re_1=6,4 \cdot 10^7$ и $M_\infty=8$, $Re_1=2,3 \cdot 10^7$ и, наоборот, ниже экспериментальных в среднем на 13% для $M_\infty=6,1$, $Re_1=2,2 \cdot 10^7$.

Можно предположить, что это расхождение результатов экспериментов и расчетов обусловлено использованием в расчетах простейшей изотропной модели турбулентной вязкости. Как показали измерения полного тензора турбулентного напряжения [14], в трехмерном турбулентном пограничном слое турбулентная вязкость в направлении вторичного течения, как правило, меньше, чем в направлении основного течения (вдоль вектора скорости внешнего течения). Поэтому уточнение расчетных результатов может быть достигнуто, по-видимому, прежде всего за счет применения неизотропной модели турбулентной вязкости.

Авторы благодарят А. А. Голубинского за помощь в решении задачи об обтекании крыла сверхзвуковым потоком невязкого газа.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Whitehead A. H., Keyes J. W. Flow phenomena and separation over delta wings with trailing-edge flaps at Mach 6 // AIAA Journal. 1968. V. 6. № 12. P. 2380–2387.
2. Keyes J. W. Pressures and heat transfer on a 75° swept delta wing with trailing-edge flap at Mach 6 and angles of attack to 90° // NASA. TN D-5418. 1969. 44 p.
3. Johnson C. B. Boundary-layer transition and heating criteria applicable to space shuttle configurations from flight and ground tests // NASA Space Shuttle Technology Conference. NASA TM X-2272. 1971. V. 1. P. 97–156.
4. Давыдова Н. А., Юшин А. Я. Экспериментальное исследование влияния угла атаки на переход ламинарного пограничного слоя в турбулентный около нижней

- поверхности треугольных пластин с острыми кромками // Уч. зап. ЦАГИ. 1975. Т. 6. № 1. С. 48–56.
5. *Богданов В. В., Колочинский Ю. Ю., Плевакова Л. А.* Приборы для измерения плотности тепловых потоков в аэродинамических установках кратковременного действия // Тр. ЦАГИ. 1979. Вып. 1978. С. 27–34.
 6. *Богданов В. В., Казанский Р. А.* Об одном принципе создания устройств сбора данных для аэродинамических установок кратковременного действия // Тр. ЦАГИ. 1980. Вып. 2048. С. 3–13.
 7. *Ковалева Н. А., Колина Н. П., Юшин А. Я.* Исследование влияния угла атаки на переход ламинарного пограничного слоя в турбулентный около нижней поверхности треугольных пластин в сверхзвуковом потоке газа // Уч. зап. ЦАГИ. 1990. Т. 21. № 4. С. 92–95.
 8. *Воскресенский Г. П., Ильина А. С., Татаренчик В. С.* Сверхзвуковое обтекание крыльев с присоединенной ударной волной // Тр. ЦАГИ. 1974. Вып. 1590. 138 с.
 9. *Годунов С. К., Забродин А. В., Иванов М. Я. и др.* Численное решение многомерных задач газовой динамики. М.: Наука, 1976. 400 с.
 10. *Колман В. П.* Применение принципа минимальных значений производной к построению конечно-разностных схем для расчета разрывных решений газовой динамики // Уч. зап. ЦАГИ. 1972. Т. 3. № 6. С. 68–77.
 11. *Колина Н. П., Солодкин Е. Е.* Программа на языке ФОРТРАН для численного интегрирования уравнений пространственного пограничного слоя на линии растекания и на бесконечном скользящем цилиндре // Тр. ЦАГИ. 1980. Вып. 2046. С. 66–154.
 12. *Chen K. K., Thyson N. A.* Extension of Emmons' spot theory to flows on blunt bodies // AIAA Journal. 1971. V. 9. № 5. P. 824–825.
 13. *Van Driest E. R.* On turbulent flow near a wall // J. Aeronaut. Sci. 1956. V. 23. № 11. P. 1007–1011.
 14. *Elsenaar A., Boelsma S. H.* Measurements of the Reynolds stress tensor in a three-dimensional turbulent boundary layer under infinite swept wing conditions // NLT. TR-74095 U. 1974. 21 p.

Москва

Поступила в редакцию
16.VIII.1990

УДК 533.95:537.64

© 1991 г.

В. Ю. ЗАХАРОВ

ОБ УСТОЙЧИВОСТИ БЕССТОЛКНОВИТЕЛЬНОЙ ПЛАЗМЫ, СОДЕРЖАЩЕЙ АНИЗОТРОПНЫЕ ИОНЫ, ПРИ НАЛИЧИИ ЭЛЕКТРОННОГО ТЕПЛОГО ПОТОКА

В [1] была предложена система МГД-уравнений для описания бесстолкновительной плазмы, содержащей анизотропные ионы и изотропные электроны, с учетом электронного теплового потока. В [2] численно проводилось исследование полученного дисперсионного уравнения.

В настоящей работе, используя результаты [3], получены критерии на параметры однородного состояния, при которых дисперсионное уравнение из [2] не имеет комплексных корней. Полученные аналитические условия определяют границы областей неустойчивости однородного состояния относительно малых возмущений.

Рассмотрим распространение волн малой амплитуды в замагниченной бесстолкновительной плазме, электронная компонента которой изотропна, а ионная анизотропна. Предполагается, что ионный тепловой поток много меньше электронного. Замкнутая система МГД-уравнений для такой плазмы для величин нулевого порядка по $\varepsilon = R_L L^{-1}$ (R_L – ионный ларморовский радиус, L – характерный размер) имеет вид [1, 2]

$$n = zN, \quad \frac{\partial N}{\partial t} + \operatorname{div}(N\mathbf{v}) = 0$$

$$MN \frac{d\mathbf{v}}{dt} + \operatorname{div}[(P_{\parallel} - P_{\perp})\mathbf{h}\mathbf{h}] + \nabla(p + P_{\perp}) = \frac{1}{4\pi} \operatorname{rot} \mathbf{B} \times \mathbf{v}$$