

УДК 532.516 : 532.527 : 536.25

© 1991 г.

В. А. АНДРУЩЕНКО, М. В. МЕЩЕРЯКОВ

ДИНАМИКА ВЗАИМОДЕЙСТВИЯ ДВУХ КОАКСИАЛЬНЫХ ВИХРЕВЫХ КОЛЕЦ ПРИ ЕСТЕСТВЕННОЙ КОНВЕКЦИИ

На основе уравнений Навье – Стокса для сжимаемого теплопроводного газа численно исследуется задача о взаимодействии пары соосных неподвижных в начальный момент термик. Установлено, что при трансформации термик в вихревые кольца для последних реализуется ограниченная во временном диапазоне по причине диффузии завихренности и действия молекулярной вязкости «игра» вихрей.

Взаимодействие пары тонких соосных вихревых колец в идеальной жидкости рассматривалось в [1, 2]. Особый интерес исследователей вызывало явление «игры» двух одинаковых коаксиальных вихрей, заключающееся в их поочередном прохождении друг через друга. Отмечалось, что в идеальной жидкости объединение колец в связанную систему реализуется всегда, независимо от начального расстояния между ними.

Движение тандема вихревых колец исследовалось экспериментально и численно и в вязкой несжимаемой среде [3, 4]; при этом были выявлены разные типы взаимодействий, в зависимости от расстояния между ними и разницы в начальных скоростях. Естественно, в этом случае «игра» вихрей проявлялась лишь при конечных расстояниях между вихрями и в ограниченном временном диапазоне по причине диффузии завихренности.

Ниже явление «игры» вихрей изучается в вязкой сжимаемой среде, но не для вынужденной конвекции [1–4] (когда для ее реализации можно было варьировать большое количество начальных параметров), а для естественной конвекции, когда в начальный момент имеются два неподвижных соосных объема горячего газа (термика).

Пусть в начальный момент времени $t=0$ на оси имеется пара неподвижных термик одинакового радиуса $R_0=200$ м ($D_0=2R_0$) с центрами, разнесенными на расстояние $z_0'=600$ м и с распределением температуры по закону

$$T=T_0+(T_1'-T_0)\exp[-(4R/R_0)^2], \quad T_0=288 \text{ К}, \quad T_1'=2000 \text{ К}$$

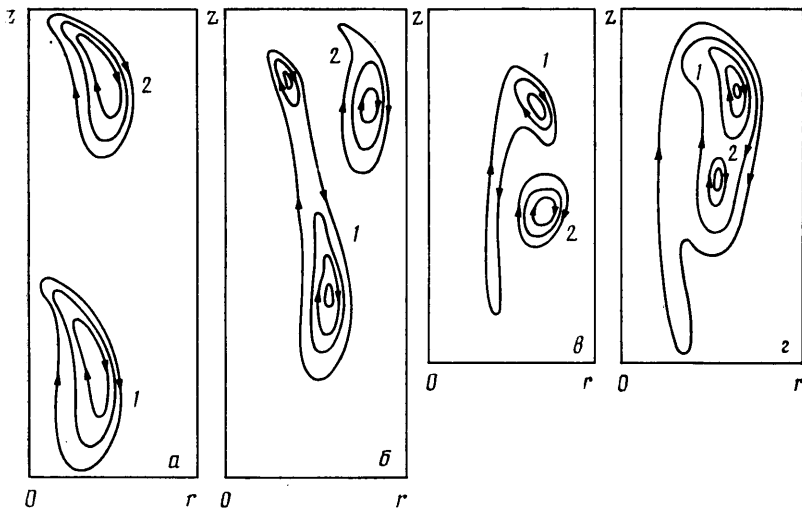
В качестве математической модели используется система уравнений Навье – Стокса для сжимаемого теплопроводного газа в цилиндрических координатах (r, z) , которая решается численно при помощи явной конечно-разностной схемы типа предиктор-корректор, при следующих значениях безразмерных определяющих параметров:

$$\text{Re}=10^3; \quad \text{Pr}=1; \quad \text{M}=0,13; \quad \gamma=1,4; \quad T_1=T_1'/T_0=6,94; \quad Z_0=Z_0'/D_0=1,5$$

Граничные и начальные условия и способ обезразмеривания подробно рассматриваются в [5].

Перейдем к рассмотрению результатов численного счета, который проводился на сетке из 36×186 узлов на ЭВМ ЕС-1055М. На начальном этапе примерно до момента времени $t=4$ с термики всплывают так же, как их одиночные аналоги; на этом отрезке времени еще только происходит формирование вихревых колец и они не влияют друг на друга. К $t=4$ с термики трансформируются в вихревые кольца (с несколько перекошенными эллиптическими сечениями), которые взаимодействуют через посредство индуцируемых ими полей скоростей. Картина поля завихренности $|\omega|=1/2|\text{rot } v|$ для момента времени $t=8$ с представлена на фиг. 1, а. Нормированные на D_0 размеры части счетной области, изображенной на фигуре, таковы: $0 \leq r \leq 0,79$; $0,6 \leq z \leq 2,8$.

Индукруемая каждым вихревым кольцом скорость сообщает элементам колец радиальную и осевую компоненты, направление которых противоположно у каждого из них. Это приводит к тому, что верхнее кольцо (кольцо 2), расширяясь, теряет скорость, а нижнее (кольцо 1), сжимаясь, увеличивает ее. Обработка расчетных дан-



Фиг. 1

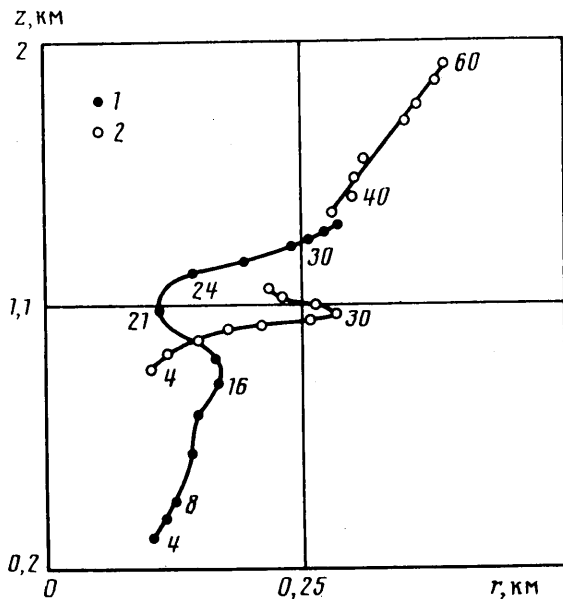
ных позволила установить, что в ходе взаимодействия нижнее вихревое кольцо (1) меняет асимптотику движения, оно поднимается не по закону $Z \sim t^{1/2}$, как одиночный объект, а по закону $Z \sim t^2$, быстро нагоняя верхнее кольцо (2).

В реальной среде процесс прохождения нижнего кольца через верхнее происходит не так, как в идеальной [1, 2] или даже в вязкой несжимаемой среде [3, 4]. Постепенно верхний вихрь все дальше отходит от оси симметрии z , а нижний приближается к оси z и, сильно растягиваясь вдоль нее, втягивается во внутреннее отверстие верхнего кольца. К моменту времени $t=21$ с нижний сильно вытянутый объект представляет собой вихревую структуру с двумя ядрами, завихренность в которых имеет одно и то же направление (фиг. 1, б; $0 \leq r \leq 0,78$; $1,03 \leq z \leq 3,04$), причем газ в верхнем ядре более горячий. Именно в этот момент расстояние центра верхнего ядра, где завихренность максимальна, от оси z (т. е. радиус нижнего кольца) минимально.

С течением времени нижнее образование все сильнее втягивается вовнутрь верхнего кольца, при этом завихренность в его верхнем ядре продолжает нарастать, а в нижнем уменьшаться. К моменту времени $t=30$ с нижнее ядро окончательно вырождается и картина распределения линий равной завихренности принимает вид, представленный на фиг. 1, в ($0 \leq r \leq 0,93$; $1,83 \leq z \leq 3,76$). Сравнение картин на фиг. 1, б и в показывает, что к $t=30$ с происходит заметный отход ядра кольца 1 от оси z , а около оси сохраняется область достаточно интенсивной остаточной завихренности в виде своеобразного следа, отсекающая от нее кольцо 2.

На фиг. 1, г ($0 \leq r \leq 1,12$; $1,86 \leq z \leq 4,02$) представлена картина линий равной завихренности для момента времени $t=36$ с. Опять в результате взаимодействия индуцируемых полей скоростей у нового верхнего кольца 1 радиус увеличивается, а у нового нижнего 2 — уменьшается. Но из-за эффектов диффузии завихренности и действия молекулярной вязкости вторичное проскальзывание колец в вязкой сжимаемой среде не происходит, а реализуется их слияние в моновихрь. Именно наличие молекулярной вязкости приводит к такой структуре течения, когда у оси симметрии z остается след завихренности, не позволяющий приблизиться к ней кольцу 2 (с заметно ослабленной к этому времени завихренностью), а значит, препятствующий уменьшению радиуса нового нижнего кольца. Такая ситуация подтверждается опытными данными при вынужденной [3, 6] и естественной конвекции [7].

Поведение вихревых колец на всех этапах взаимодействия хорошо прослеживается по траекториям центров максимумов завихренности, представленных на фиг. 2 (данные 1 соответствуют траектории вихревого кольца 1; 2 — траектории вихревого кольца 2, а после слияния — траектории моновихря). Цифры, стоящие около некоторых точек, указывают момент времени в секундах (так, например, нижние точки обеих траекторий отвечают моменту образования вихрей $t=4$ с). По траекториям видно, что к моменту времени $t=19$ с нижнее кольцо 1 проскакивает через внутреннее отверстие верхнего кольца 2; радиус его уменьшается до момента времени $t=21$ с, а потом, когда оно оказывается верхним, начинает увеличиваться. Для верхнего кольца 2 радиус увеличивается до $t=30$ с, а затем уменьшается (см. фиг. 2). К моменту времени $t=40$ с образуется практически круговой в сечении моновихрь, который поднимается и расширяется в соответствии с законом для одиночных объектов: $Z \sim t^{1/2}$ и $R \sim t^{1/2}$, так что $dZ/dR = \text{tg } \alpha = \text{const}$, как это и видно на фиг. 2.



Фиг. 2

Начиная примерно с $t=40$ с центр максимума завихренности объединенного кольца совпадает с точкой максимума температуры.

В заключение отметим, что при умеренных значениях чисел Рейнольдса ($Re=50$, см. [5]) образовавшиеся вихри практически не имели внутреннего отверстия, т. е. радиусы вихревых колец R равнялись радиусам их сечений (ядер) R_1 ; по этой причине взаимодействие при догоне носило характер слияния. Тем не менее промежуточная асимптотика движения нижнего объекта была $Z \sim t^2$, как и для рассмотренного здесь случая, когда при $Re=10^3$ образовывались кольца со значительными внутренними отверстиями: $R > R_1$.

Вариация параметра Z_0 от 1,25 до 2,5 не дала каких-либо качественных отличий в полученных решениях.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Бояринцев В. И., Левченко Е. С., Савин А. С. О движении двух вихревых колец // Изв. АН СССР. МЖГ. 1985. № 5. С. 176–177.
2. Гуржий А. А., Константинов М. Ю., Мелешко В. В. Взаимодействие коаксиальных вихревых колец в идеальной жидкости // Изв. АН СССР. МЖГ. 1988. № 2. С. 78–84.
3. Oshima Y., Kambe T., Asaka S. Interaction of two vortex rings moving along a common axis of symmetry // J. Phys. Soc. Japan. 1975. V. 38. № 4. P. 1159–1166.
4. Капланский Ф. Б. Эволюция круговой вихревой нити в несжимаемой жидкости // Турбулентные струйные течения. Тез. докл. 5-го Всесоюз. науч. совещ. по теор. и прикл. аспектам турбулент. течений. Ч. 1. Таллинн, 1985. С. 214–221.
5. Андрущенко В. А., Кестенбойм Х. С., Чудов Л. А. Расчет подъема и взаимодействия термиков в атмосфере (осесимметричная и пространственная задачи) // Турбулентные струйные течения. Тез. докл. 5-го Всесоюз. науч. совещ. по теор. и прикл. аспектам турбулент. течений. Ч. 1. Таллинн, 1985. С. 227–231.
6. Yamada H., Matsui T. Preliminary study of mutual slip-through of a pair of vortices // Phys. Fluids. 1978. V. 21. № 2. P. 292–294.
7. Shlien D. J. Some laminar thermal and plume experiments // Phys. Fluids. 1976. V. 19. № 8. P. 1089–1098.

Москва

Поступила в редакцию
26.VII.1990