

УДК 533.69

© 1991 г.

Ю. Г. БОКОВИКОВ, Е. М. ПРОХОРОВ

ТОНКИЕ СЛАБОИЗОГНУТЫЕ КРЫЛЬЯ С МАКСИМАЛЬНЫМ АЭРОДИНАМИЧЕСКИМ КАЧЕСТВОМ

Рассматриваются несущие крылья, мало возмущающие сверхзвуковой поток газа. Форма в плане, распределение толщины крыла и параметры набегающего потока заданы. Задача обтекания решается в рамках схемы Прандтля. Внешнее потенциальное течение определяется по линейной теории. Турбулентный пограничный слой находится методом плоских сечений с учетом пространственной картины невязкого обтекания. Численная модель течения строится в классе кусочно-постоянных функций на характеристических расчетных сетках [1]. Вариационная задача о поиске слабоизогнутой срединной поверхности крыла, дающей максимум аэродинамического качества, сводится по аналогии с [2] к задаче нелинейного программирования и решается методом проекции градиента.

1. При сверхзвуковом обтекании крыла коэффициент сопротивления находится по формуле

$$C_x = C_x^S + C_x^T + C_x^F$$

где C_x^S , C_x^T — коэффициенты индуктивно-волнового и профильного сопротивления, C_x^F — коэффициент сопротивления трения крыла. В задаче минимизации C_x при заданном распределении толщины крыла величина C_x^T постоянна, а величина C_x^F (как показали расчеты, проведенные по методу [1] с помощью комплекса программ [3]) при малых вариациях местных углов атаки $\alpha_S(x, z)$ срединной поверхности S меняется мало по сравнению с коэффициентом C_x^S . Это позволяет величину C_x^F в процессе оптимизации считать неизменной и равной коэффициенту сопротивления трения исходной поверхности крыла, а C_x вычислять по формуле

$$C_x = C_x^S + C_x^0$$

где C_x^0 — сумма коэффициентов сопротивления трения и толщины исходного крыла, не изменяемая в процессе оптимизации. Такая задача о минимуме сопротивления C_x была решена и проверена экспериментально в [3] для крыла сложной формы в плане с заданным условием самобалансировки [4].

Рассмотрим более общую, чем в [2], изопериметрическую задачу о максимуме аэродинамического качества тонкого слабоизогнутого крыла заданной формы в плане при заданном распределении толщины

$$K = \frac{C_y}{C_x^S + C_x^0} \rightarrow \max, \quad |\alpha_S(x, z)| \leq \varepsilon, \quad m_z = m_z^* \quad (1.1)$$

где C_y и m_z — коэффициенты подъемной силы и момента тангажа крыла, определяемые по срединной поверхности S ; $\alpha_S(x, z)$ — местные углы атаки этой поверхности; m_z^* — заданное значение момента; $\varepsilon > 0$ — малый параметр линейной теории. В отличие от задачи минимизации сопротивления C_x , где оптимальная срединная поверхность гарантирует максимальное аэродинамическое качество только при заданном значении

подъемной силы, решение задачи (1.1) дает наибольшую величину качества среди всех величин K , полученных в результате решения задач минимизации C_x при разных значениях C_y .

По аналогии с [2] с помощью численного метода [1] перейдем от (1.1) к задаче нелинейного программирования размерности N

$$K^{-1}(t) \rightarrow \min, \quad m_z(t) = m_z^*, \quad |t_i| \leq \varepsilon, \quad i=1, \dots, N \quad (1.2)$$

где $t = (t_1, \dots, t_N)$, t_i — значение местного угла атаки поверхности S в i -й ячейке характеристической расчетной сетки. Определим градиент функции $K^{-1}(t)$

$$\text{grad } K^{-1}(t) = \frac{1}{C_y(t)} [\text{grad } C_x(t) - K^{-1}(t) \text{grad } C_y(t)]$$

Коэффициенты подъемной силы и индуктивно-волнового сопротивления представим в виде скалярных произведений N -мерных векторов t , p_0' и $p(t)$

$$C_y(t) = (t, p_0')q, \quad C_x(t) = (t, p(t))q$$

где q — коэффициент измельчения сетки. Компонентами вектора $p(t)$ являются значения p_i ($i=1, \dots, N$) коэффициента давления на поверхности S , полученные в прямом потоке в i -х ячейках расчетной сетки. Причем каждое значение p_i есть линейная комбинация переменных t_{i_1}, \dots, t_{i_n} ($n \leq N$) [1]. Вектор p_0' содержит приведенные значения коэффициента давления на плоской поверхности крыла, которая обтекается обратным потоком под малым углом $-\alpha_0$. Градиент функции $C_y(t)$ можно найти непосредственным дифференцированием по t , а для вычисления градиента функции $C_x(t)$ воспользуемся, как в [2], конечномерным аналогом первой вариации функционала C_x^S [5]. В результате получим

$$\text{grad } C_y(t) = q p_0', \quad \text{grad } C_x(t) = q [p(t) - p'(t)]$$

где $p'(t)$ — вектор значений p_i' ($i=1, \dots, N$) коэффициента давления на S , вычисленных в обратном потоке.

Знание градиента целевой функции $K^{-1}(t)$ позволяет применить для решения задачи (1.2) итерационный метод проекции градиента [6], определяемый формулой

$$t^{(k+1)} = t^{(k)} + \tau^{(k)} r^{(k)}, \quad k=0, 1, 2, \dots, L \quad (1.3)$$

(Из-за вида функции $K^{-1}(t)$ метод сопряженных градиентов [7], используемый в [2] для квадратичной целевой функции $C_x^S(t)$, здесь нецелесообразен). Выбранный метод гарантирует монотонное уменьшение целевой функции от итерации к итерации с помощью N -мерного вектора спуска $r^{(k)}$ и наилучшего вдоль него шага $\tau^{(k)}$. Обычно для определения шага применяется метод одномерной оптимизации [6]. Здесь он неэффективен из-за многократных сложных вычислений функции $K^{-1}(t^{(k+1)})$. Возможность для быстрого нахождения оптимального шага $\tau^{(k)}$ дает вид целевой функции, который она принимает на k -й итерации после подстановки в нее (1.3) (номер итерации k здесь и далее опущен)

$$K^{-1}(t + \tau r) = \frac{A\tau^2 + B\tau + C}{b\tau + c}, \quad \tau \neq -\frac{|c|}{|b|}, \quad |b| \neq 0 \quad (1.4)$$

$$A = (r, p(r))q, \quad B = [(t, p(r)) + (r, p(t))]q \\ C = C_x(t) + C_x^0, \quad b = C_y(r), \quad c = C_y(t)$$

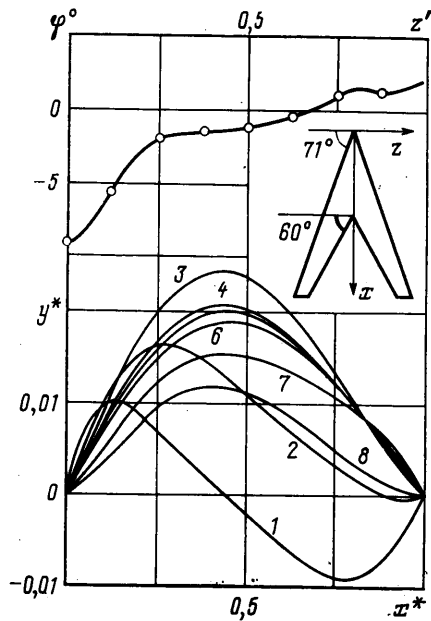
Из (1.4) видно, что экспериментальные значения шага τ^* получаются из решения квадратного уравнения

$$\mu\tau^2 + 2\eta\tau + \nu = 0 \\ \mu = Ab, \quad \eta = Ac, \quad \nu = Bc - Cb$$

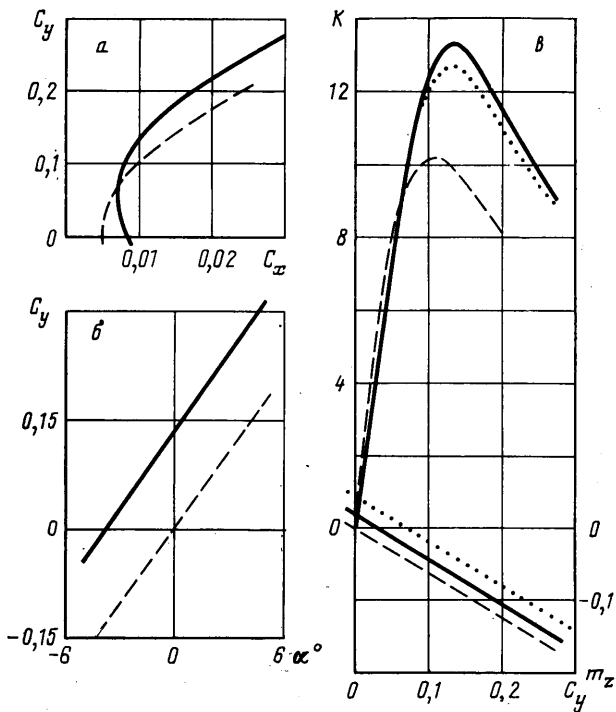
Требование $C_y > 0$ определяет оптимальную величину шага

$$\tau_1^* = \frac{-\eta + \sqrt{\eta^2 - \mu\nu}}{\mu}, \quad \mu \neq 0$$

Важно, что при этом используется та же информация, что и в методе сопряженных градиентов при решении задачи минимизации индуктивно-волнового сопротивления C_x^S [2]. Более того, выбранный метод проекции градиента позволяет в процессе оптимизации учитывать активные ограничения способом, предложенным в [7].



Фиг. 1



Фиг. 2

2. Алгоритм решения оптимизационной задачи (1.2) реализован в рамках комплекса программ [3]. На фиг. 1, 2 приводятся результаты решения задачи максимизации аэродинамического качества стреловидного крыла с заданным параболическим распределением толщины по потоку. Максимальное значение толщины профиля в каждом сечении $z = \text{const}$

крыла составляет 2% длины его хорды. Оптимизационный поиск проводится при $N=900$, параметре $\varepsilon=0,2$ и при числе Маха, равном 2, когда на передней, обращенной навстречу потоку кромке реализуется дозвуковой характер обтекания, а на задней — сверхзвуковой.

Углы крутки $\varphi^\circ(z') = \arctg(\Delta y^*(z'))$ и безразмерные эпюрные профили $y^*(x^*)$ оптимальной срединной поверхности, построенной по местным углам атаки, найденным при решении задачи (1.2), представлены на фиг. 1. Координата z' отнесена к полуразмаху крыла, а функция Δy^* , показывающая величину отклонения задней кромки крыла от плоскости $y=0$, приведена к местной хорде. (Передняя кромка крыла лежит на плоскости $y=0$.) Профили оптимальной поверхности, также отнесенные к местной хорде, изображены в сечениях $z'=0; 0,125; 0,250; 0,375; 0,500; 0,625; 0,750$ и $0,875$ (кривые 1–8). Значения углов крутки в этих сечениях на графике $\varphi^\circ(z')$ даны точками.

На фиг. 2 представлены поляры $C_y(C_x)$ (а), линейные зависимости $C_y(\alpha)$ и $m_z(C_y)$ (б) крыла при плоской (штриховые линии) и оптимальной (сплошные кривые) срединных поверхностях в диапазоне малых углов атаки $-4^\circ \leq \alpha \leq 4^\circ$ и кривые аэродинамического качества $K(C_y)$ (в). (Все углы на фиг. 1, 2 даны в градусах.) Сравнение аэродинамических кривых показывает, что крыло со срединной поверхностью, полученной в результате решения оптимизационной задачи (1.2) без условия на m_z , значительно превосходит по своим возможностям то же крыло с плоской срединной поверхностью. В летном диапазоне $C_y > 0,07$ оно имеет меньшее сопротивление, лучшие несущие и моментные характеристики, а на расчетном режиме полета $C_y = 0,135$ (при $\alpha = 0$) достигает максимального значения аэродинамического качества $K_{\max} = 13,3$. Дополнительное условие балансировки со значением $m_z^* = -0,036$ снижает качество оптимального крыла в среднем на 3%, но улучшает его момент тангажа при полете с высоким аэродинамическим качеством (см. пунктирные кривые на фиг. 2).

Как и в [2], на оптимальном крыле при $\alpha = 0$ реализуется режим безотрывного обтекания с нулевой нагрузкой на дозвуковой передней кромке, а в ее окрестности на крыло действует сила, направленная навстречу набегающему потоку и уменьшающая сопротивление. Оптимальная срединная поверхность крыла не зависит от выбора исходной поверхности, а точка максимума аэродинамического качества достигается быстро ввиду ярко выраженной унимодальности целевой функции $K(C_y)$. Самобалансирующая поверхность с максимальным значением качества может быть получена по схеме [4].

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Боковиков Ю. Г. Расчет аэродинамических характеристик крыльев сложной геометрии в сверхзвуковом потоке // Изв. СО АН СССР. Сер. техн. наук. 1974. Вып. 2. № 8. С. 48–55.
2. Прохоров Е. М. Оптимальные несущие поверхности крыльев сложной геометрии при сверхзвуковых скоростях полета // Изв. АН СССР. МЖГ. 1985. № 6. С. 154.
3. Боковиков Ю. Г., Прохоров Е. М. Расчетный комплекс для аэродинамического проектирования сверхзвуковых аппаратов типа «летающее крыло» // Методы аэрофизических исследований. Новосибирск, 1990. С. 10–15.
4. Прохоров Е. М. Оптимальные несущие крылья с требуемыми продольно балансирующими характеристиками // Изв. АН СССР. МЖГ. 1987. № 4. С. 185–189.
5. Глушков Н. Н., Кротков Д. П., Шкадов Л. М. Вариация аэродинамической формы тела, приводящая к уменьшению его сопротивления // Уч. зап. ЦАГИ. 1972. Т. 3. № 2. С. 11–20.
6. Химмельблау Д. М. Прикладное нелинейное программирование. М.: Мир, 1975.
7. Курдюмов И. В., Мосолова М. В., Назайкинский В. Е. Вычислительный алгоритм для задачи квадратичного программирования большой размерности // Журн. вычисл. математики и мат. физики. 1978. Т. 18. № 5. С. 1119–1128.