

**МЕХАНИКА  
ЖИДКОСТИ И ГАЗА  
№ 4 · 1991**

УДК 533.6.011.8

© 1991 г.

**О. В. ЗВЕРЕВ, Н. Н. ПИЛЮГИН**

**РАСЧЕТ СВЕРХЗВУКОВОГО ОБТЕКАНИЯ ЗАТУПЛЕННОГО ТЕЛА  
РАВНОВЕСНО ДИССОЦИИРУЮЩЕЙ СМЕСЬЮ ВОЗДУХА  
С КСЕНОНОМ**

Использование смеси исходного атмосферного газа с тяжелым инертным газом, например ксеноном, в экспериментах на аэробаллистических установках позволяет снизить скорость звука и исследовать высокотемпературные физико-химические процессы, протекающие в сверхзвуковом потоке около модели при более низких скоростях метания, чем в чистом газе [1–3].

Задачи аэродинамики и теплообмена в этих условиях характеризуются большим числом Маха ( $M_\infty \approx 6$ ), высокими температурами торможения  $T_0 > 4000$  К, широким диапазоном чисел Рейнольдса  $Re_\infty = 10^3 - 10^6$  и соответственно сильно влиянием химических реакций, вязкости, многокомпонентной диффузии на течение в ударном слое около тела. Для изучения теплообмена и трения в сильно скжатом ударном слое вблизи тел для аэробаллистических условий можно использовать метод тонкого вязкого ударного слоя как более простой по сравнению с методами полного вязкого ударного слоя и параболизованных уравнений Навье – Стокса [4].

В данной работе с помощью этого метода проведено численное исследование течения равновесно реагирующей многокомпонентной трехэлементной смеси воздуха с ксеноном. Исследовано влияние многокомпонентной диффузии на конвективный тепловой поток к поверхности тела. Получены зависимости конвективного теплового потока к поверхности тела и полного спектрального потока излучения ударного слоя  $P_{\lambda m}$  от концентрации ксенона в смеси. Сравнение рассчитанных данных для  $P_{\lambda m}$  с экспериментальными [2] дало хорошее совпадение. Предложена простая аппроксимационная формула для конвективного теплового потока в критическую точку тела в зависимости от концентрации ксенона.

**1. Постановка задачи.** Для расчета параметров ударного слоя в случае смеси, состоящей из  $N$  компонент и  $L$  элементов, использованы уравнения химически равновесного тонкого вязкого ударного слоя [5]. Эти уравнения в безразмерной системе координат, связанной с телом ( $xR_0$  – длина дуги контура тела,  $\varepsilon y R_0$  – расстояние по нормали к телу,  $R_0$  – радиус затупления тела в критической точке), имеют следующий безразмерный вид:

$$\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial x} (\rho r_w u) + \frac{\partial}{\partial y} (\rho r_w v) &= 0 \\ \rho Du = -\varepsilon \frac{\partial p}{\partial x} + \frac{\partial}{\partial y} \left( \frac{\mu}{K} \frac{\partial u}{\partial y} \right), \quad \rho x u^2 &= \frac{\partial p}{\partial y} \\ \rho C_{pef} DT = 2\varepsilon (1+a(v, Q)) u \frac{\partial p}{\partial x} + 2\varepsilon a(v, Q) v \frac{\partial p}{\partial y} &+ \\ + \frac{2\mu}{K} \left( \frac{\partial u}{\partial y} \right)^2 + \frac{\partial}{\partial y} \left[ \frac{\mu C_{pef}}{K \sigma_{ef}} \frac{\partial T}{\partial y} + \frac{1}{K} \sum_{j=1}^L b_j * J_{j\nu} * \right] + 2\rho \sum_{j=1}^L \left( \frac{a_j^*}{V_j} \right) D c_j^*, \\ D = u \frac{\partial}{\partial x} + v \frac{\partial}{\partial y}, \quad \varepsilon = \frac{\rho_\infty}{\rho_s} & \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
\rho D c_j^* &= -\frac{\partial}{\partial y} J_{jv}^*, \quad j=1, 2, \dots, L, \quad p = \rho T \frac{R_A}{2C_{p\infty} m \epsilon} \\
\text{Re}_0 &= \frac{\rho_\infty V_\infty R_0}{\mu_0}, \quad \sigma_{ef} = \frac{\mu_0 \mu C_{pef} C_{p\infty}}{\lambda_{ef}} \\
K &= \epsilon \text{Re}_0, \quad \mu_0 = \mu(T_0), \quad T_0 = \frac{V_\infty^2}{2C_{p\infty}} \\
\lambda_{ef} &= \lambda + \lambda_R, \quad C_{pef} = C_p + C_{pR}
\end{aligned} \tag{1.1}$$

Здесь  $V_\infty u$  и  $\epsilon V_\infty v$  — компоненты вектора скорости, соответствующие координатам  $x$  и  $y$ ;  $\rho_\infty V_\infty^2 p$ ,  $\epsilon^{-1} \rho_\infty \rho$ ,  $T_0 T$ ,  $\mu_0 \mu$ ,  $\lambda_{ef}$  — соответственно давление, плотность, температура, коэффициенты динамической вязкости и эффективный коэффициент теплопроводности смеси,  $c_j^*$  ( $j=1, 2, 3$ ) — массовые концентрации элементов Xe, O, N соответственно,  $L=3$  — количество элементов в смеси,  $C_{pef} C_{p\infty}$  — эффективная теплоемкость смеси,  $\kappa$  — продольная кривизна поверхности тела,  $m$  — молекулярный вес смеси в ударном слое,  $R_A$  — универсальная газовая постоянная.

Индексы  $w$  и  $s$  относятся к величинам на поверхности тела и за скачком уплотнения,  $r_w$  — расстояние от точки на поверхности тела до оси симметрии течения. На непроницаемой поверхности тела задается условие прилипания, диффузионный поток элемента и соотношение для температуры поверхности  $T_w$ , полученное в [1]

$$y=0: u=v=0, \quad J_j^*=0, \quad T_w T_0 = T_\infty (1+f(V_\infty) g_w) \tag{1.2}$$

где  $f(V_\infty)$  — функция от скорости тела,  $g_w$  — тепловой поток к телу. Модифицированные соотношения Рэнкина — Гюгонио на ударной волне запишем в виде [5]

$$\begin{aligned}
y=y_s(x): \quad \rho \left( v - u \frac{dy_s}{dx} \right) &= v_\infty, \quad p = v_\infty^2 \\
v_\infty (u - u_\infty) &= \frac{\mu}{K} \frac{\partial u}{\partial y} \\
v_\infty (h + u^2 - 1) &= \frac{\mu C_{pef}}{K \sigma_{ef}} \frac{\partial T}{\partial y} + \frac{1}{K} \sum_{j=1}^L b_j^* J_{jv}^* + \frac{\mu}{K} \frac{\partial (u^2)}{\partial y} \\
u_\infty = \cos \alpha, \quad v_\infty = -\sin \alpha, \quad v_\infty (c_j^* - c_{j\infty}^*) &= \frac{1}{K} J_{jv}^*, \quad j=1, 2, \dots, L.
\end{aligned} \tag{1.4}$$

Здесь  $\alpha$  — угол между касательной к поверхности тела и осью симметрии.

Удельная энталпия смеси  $h$  находится из соотношения

$$\begin{aligned}
h &= \frac{1}{C_{p\infty} T_0} \sum_{k=1}^N h_k c_k, \quad h_i = \sum_{j=1}^L v_{ij} \frac{m_j}{m_i} h_j - q_i, \quad i=L+1, \dots, N, \\
m_i &= \sum_{j=1}^L v_{ij} m_j, \quad c_j^* = c_j + \sum_{k=L+1}^N v_{kj} \frac{m_j}{m_k} c_k,
\end{aligned} \tag{1.5}$$

где  $v_{ij}$  — стехиометрические коэффициенты,  $N$  — число компонент в смеси,  $m_k$ ,  $h_k$ ,  $c_k$  — молекулярный вес, удельная энталпия и массовая концентрация  $k$ -й компоненты,  $q_i(T)$  — удельные теплоты реакций. При химическом

равновесии имеет место закон действующих масс Гульберта – Вааге. При заданном элементном составе  $c_j^*$  мольные концентрации компонентов  $x_k$  ( $k=1, 2, \dots, N$ ) определяются из системы алгебраических уравнений

$$\frac{1}{x_i} \prod_{j=1}^N x_j^{v_{ij}} = \frac{K_{pi}(T)}{p^{v_i}}, \quad i=L+1, \dots, N \quad (1.6)$$

$$v_i = \sum_{j=1}^L v_{ij} - 1, \quad x_j + \sum_{i=L+1}^N v_{ij} x_i = \frac{m}{m_j} c_j^*$$

$$j=1, 2, \dots, L, \quad m = \sum_{k=1}^N x_k m_k, \quad \sum_{k=1}^N x_k = 1$$

Система уравнений (1.1)–(1.6) состоит из  $(5+L+N)$  уравнений с  $(5+2L+N)$  неизвестными ( $\rho, p, u, v, T, c_j^*, J_{ju}^*, x_i$ ). Для замыкания этой системы уравнений используются соотношения Стефана – Максвелла [5].

**2. Соотношения Стефана – Максвелла.** Упростим соотношения Стефана – Максвелла [7, 8], используя условия равновесия (1.6). При химически равновесных течениях для замыкания системы уравнений Навье – Стокса необходимы уравнения переноса массы только для элементов [8]

$$\mathbf{d}_j^* = -\frac{S_j}{\mu} \mathbf{J}_j^* + \frac{m_j S_j}{\mu} \sum_{l=1}^L \alpha_{jl}^{(e)} \mathbf{J}_l^*, \quad S_j = \frac{\mu}{m} \Delta_j$$

$$\mathbf{d}_j^* = \nabla C_j^* + \left( K_{T_j}^* - \frac{m_j}{m} \delta_j^{(e)} \right) \nabla \ln T + K_{p_j}^* \nabla \ln p \quad (2.1)$$

Общие выражения для величин  $\alpha_{jl}^{(e)}, K_{T_j}^*, \delta_j^{(e)}, K_{p_j}^*, a_j^*, a(v, Q)$  приведены в [5, 7–9]. Они зависят от коэффициентов сопротивления  $\Delta_{ij}$

$$\Delta_{ij}^{-1} = n D_{ij}(1) f_{ij}(\xi), \quad \Delta_i = \sum_{k=1}^N x_k \Delta_{ik}$$

где  $D_{ij}(1)$  – бинарные коэффициенты диффузии,  $f_{ij}(\xi)$  – поправки на высшие приближения,  $n$  – число частиц в  $1 \text{ см}^3$ . Для расчетов величин  $\Delta_{ij}$  требуется обширная информация по парным взаимодействиям всех частиц смеси и вычисление для каждой пары интегралов столкновений.

Рассмотрим частично диссоциированную смесь, состоящую из атомов Xe, O, N и молекул  $O_2, N_2, NO$ . Анализ значений коэффициентов сопротивления, полученных в [10], выявил три группы частиц, близких по диффузионным свойствам: атом Xe; атомы O, N; молекулы  $O_2, N_2, NO$ . Причем между коэффициентами сопротивления с точностью до 10–15% выполняются соотношения  $\Delta_{ij} \approx (1-4)\Delta_{AA}$  ( $i, j=1, 2, \dots, 6$ ), т. е. все коэффициенты  $\Delta_{ij}$  зависят от единственного коэффициента сопротивления атом–атом  $\Delta_{AA}$ , причем только через числа Шмидта  $S_j$ . Так как массы атомов O и N близки, то будем считать, что  $m_A = m_O \approx m_N$ . Аналогично для молекул  $m_M = m_{O_2} \approx m_{N_2} \approx m_{NO}$ . Введем следующие обозначения:

$$m_{Xe} = M_1, \quad m_A = M_2, \quad m_M = M_3$$

$$x_{Xe} = X_1, \quad x_O + x_N = X_2, \quad x_{O_2} + x_{N_2} + x_{NO} = X_3$$

В пренебрежении термо- и бародиффузией [5] выражение для проекции потока на ось  $y$  примет вид

$$J_{jy}^* = -\frac{\mu}{S_j'} \left\{ \frac{\partial c_j^*}{\partial y} + K_j^* \frac{1}{T} \frac{\partial T}{\partial y} \right\} - (1-\delta_{j1}) \frac{\mu}{S_{j1}} \left\{ \frac{\partial c_1^*}{\partial y} + K_1^* \frac{1}{T} \frac{\partial T}{\partial y} \right\} \quad (2.2)$$

$$K_j^* = -\frac{m_j}{m} \delta_j^{(e)}$$

$$S_1' = S_1 \left( 1 - \alpha_{11}^{(e)} + \frac{M_1}{M_2} \alpha_{12}^{(e)} \right) \quad (2.3)$$

$$S_2' = S_2, \quad S_3' = S_3, \quad S_{j1}' = S_1' \left( \frac{M_2}{M_1} \alpha_{j1}^{(e)} - \alpha_{j2}^{(e)} \right)^{-1} \quad (2.4)$$

Соотношения (2.4) замыкают систему уравнений (1.1)–(1.7).

**3. Метод решения.** При численном решении задачи коэффициент вязкости смеси газов  $\mu$ , состоящей из  $N$  компонентов, рассчитывался по известной формуле Уилки [11]. Коэффициент теплопроводности смеси многоатомных газов  $\lambda$  определялся с учетом поправки Эйкина по формуле Масона и Саксены [12]. Коэффициенты бинарной диффузии  $D_{ij}$  определялись на основе выражений из [13] через приведенные интегралы столкновений. Эти интегралы аппроксимировались в зависимости от температуры на основе потенциала Ленарда – Джонса. Значения силовых констант в этом потенциале брались из [14]. Для численного решения системы уравнений (1.1)–(1.6) записывалась в переменных типа Дородницына

$$\begin{aligned} \xi &= x, \quad \eta = \frac{1}{\Delta} \int_0^y \rho dy, \quad \Delta = \int_0^{v_\infty} \rho dy \\ u &= u^*(\xi) \frac{\partial f}{\partial \eta}, \quad T = T^*(\xi) \theta, \quad c_j^* = \frac{\partial \Phi_j}{\partial \eta} \\ \rho r_w v &= -\frac{\partial \psi}{\partial x}, \quad \psi = r_w \Delta u^* f \end{aligned}$$

Здесь  $\psi$  – функция тока, функции  $u^*(\xi)$ ,  $T^*(\xi)$  полагаются равными  $u_\infty$ ,  $v_\infty^2$  соответственно. Такой выбор обусловлен тем, что при больших числах Рейнольдса (при этом  $K \rightarrow \infty$ ) из граничных условий на ударной волне следует, что  $u \rightarrow u_\infty$ ,  $T \rightarrow v_\infty^2$ .

Для численного интегрирования краевой задачи в переменных  $\xi$ ,  $\eta$  использован метод [15], основанный на применении неявной конечно-разностной схемы повышенного порядка точности  $O(\Delta \eta^4 + \Delta \xi^2)$ .

Полученная разностная система уравнений решалась методом прогонки с итерациями аналогично [17]. Для расчетов использовалась неравномерная расчетная сетка. Поперек ударного слоя бралось 60 интервалов, по  $\xi$  шаг был равномерный. Дуга по  $\xi$  до  $60^\circ$  по обводу разбивалась на 30 равных интервалов. Для сходимости на каждом луче поперек ударного слоя требовалось 8–15 итераций. Время расчета всего ударного слоя на ЭВМ ЕС-1045 равнялось 2 ч.

В результате решения уравнений определялись тепловой поток  $q \cdot 0.5 \rho_\infty V_\infty^3$ , трение  $\tau Re_0^{-1/2} \rho_\infty V_\infty^2$  и диффузионный поток элементов  $\rho_\infty V_\infty J_{jn}^*$ , где

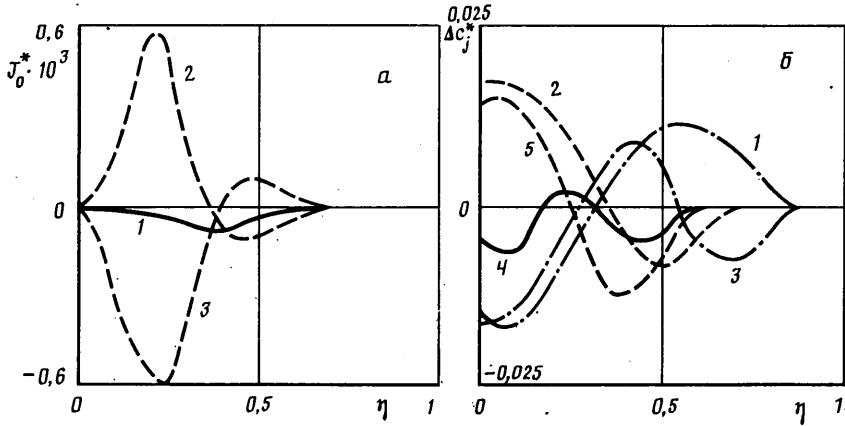
$$q = l \Delta \left[ T^*(\xi) \frac{C_{pef}}{\sigma_{ef}} \frac{\partial \theta}{\partial \eta} + \sum_{j=1}^L b_j^* J_{jn}^* \right]$$

$$\tau = l \Delta u^* \sqrt{\text{Re}_0} \frac{\partial^2 f}{\partial \eta^2}, \quad \theta = \frac{T}{T^*} \quad (3.1)$$

$$J_{j\eta}^* = -l\Delta \left\{ \frac{1}{S_j'} \frac{\partial^2 \Phi_j}{\partial \eta^2} + \frac{(1-\delta_{j1})}{S_{j1}} \frac{\partial^2 \Phi_1}{\partial \eta^2} - \left[ \frac{m_j}{m} \frac{\delta_j^{(e)}}{S_j'} + \frac{m_1}{m} (1-\delta_{j1}) \frac{\delta_1^{(e)}}{S_{j1}} \right] \frac{1}{\theta} \frac{\partial \theta}{\partial \eta} \right\}$$

где  $l$ ,  $C_{pef}$ ,  $\sigma_{ej}$ ,  $b_j^*$  – известные коэффициенты [5].

**4. Результаты расчетов.** Ниже представлены некоторые результаты расчетов на критической линии при обтекании сферы радиусом  $R=0,2675$  см, полученные для  $V_\infty=2-7$  км/с и давлений  $p_\infty=40-120$  торр.



Фиг. 1

Расчеты показали, что при наличии реакций в ударном слое элементный состав в нем становится переменным.

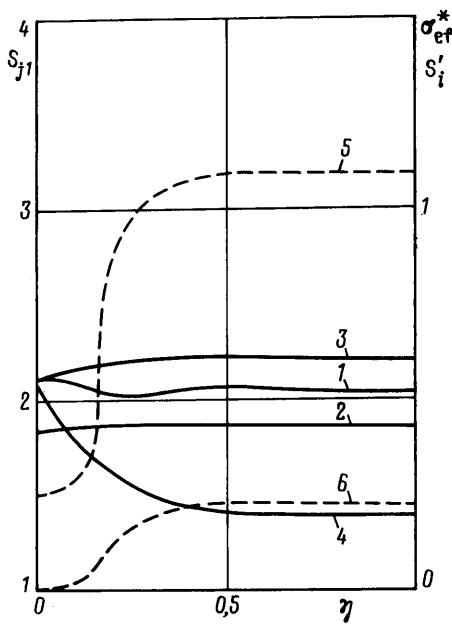
Запишем выражение для безразмерного диффузионного потока элемента (3.1) в проекции на нормаль к телу в следующем удобном для анализа виде:

$$J_{j\eta}^* = J_{j\eta}^{*(T)} + J_{j\eta}^{*(c)}, \quad J_{j\eta}^{*(T)} = -l\Delta \left[ K_j^* \frac{1}{S_j'} + (1-\delta_{j1}) \frac{K_1^*}{S_{j1}'} \right] \frac{\partial \ln \theta}{\partial \eta} \quad (4.1)$$

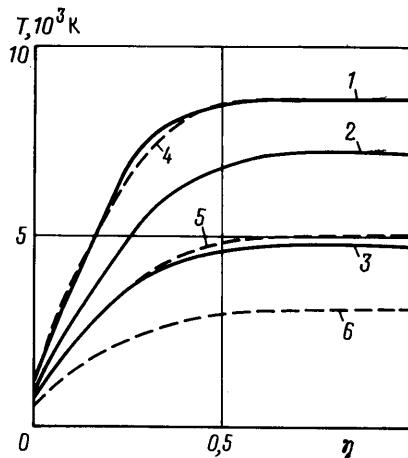
$$J_{j\eta}^{*(c)} = -l\Delta \left[ \frac{1}{S_j'} \frac{\partial^2 \Phi_j}{\partial \eta^2} + \frac{(1-\delta_{j1})}{S_{j1}} \frac{\partial^2 \Phi_1}{\partial \eta^2} \right], \quad K_j^* = -\frac{m_j}{m} \delta_j^{(e)}$$

На фиг. 1, а приведены распределения на критической линии диффузионного потока атомарного кислорода  $J_0^*$  (кривая 1), а также распределения  $J_0^{*(c)}$  (2) и  $J_0^{*(T)}$  (3) для  $p_\infty=60$  торр,  $x_1^\circ=0,8$ ,  $V_\infty=4$  км/с ( $x_1^\circ$  – мольная концентрация воздуха в смеси). Видно, что  $J_0^{*(c)}$  и  $J_0^{*(T)}$  компенсируют друг друга, т. е. величина  $J_0^*$  изменяется значительно меньше, чем величины  $J_0^{*(T)}$  и  $J_0^{*(c)}$  в отдельности. Подобный результат для диффузионных потоков в воздухе отмечен в [16]. На фиг. 1, б показаны распределения по  $\eta$  отклонений массовых концентраций элементов  $\Delta c_j^* = c_j^*(\eta) - c_{j\infty}^*$  при тех же условиях обтекания. Кривые 1, 2 на фиг. 1, б соответствуют  $\Delta c_N^*$  и  $\Delta c_O^*$  при  $x_1^\circ=1,0$ ; кривые 3–5 –  $\Delta c_{Xe}^*$ ,  $\Delta c_{N_2}^*$  и  $\Delta c_O^*$  при  $x_1^\circ=0,8$ .

Наличие ксенона сильнее влияет на распределение  $c_N^*(\eta)$ , чем на  $c_O^*(\eta)$ . Видно, что многокомпонентная диффузия элементов приводит



Фиг. 2



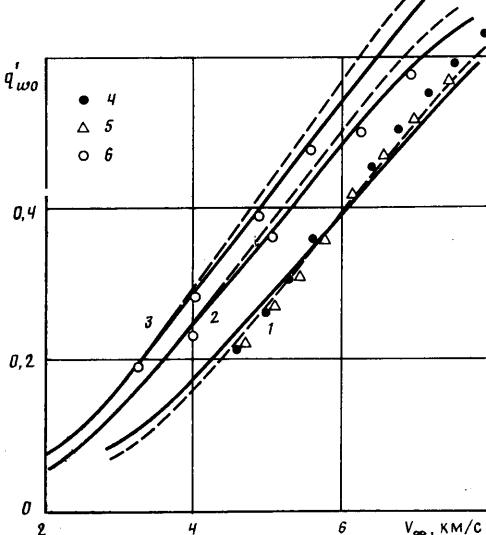
Фиг. 3

к увеличению концентрации элемента кислорода и к понижению концентрации  $c_{N^*}$  и  $c_{Xe^*}$  у поверхности тела. На фиг. 2 приводятся значения эффективных коэффициентов  $S'_i$  (кривые 1–3 соответствуют  $j=1, 2, 3$ ),  $\sigma_{ef} = \sigma_{ef}/C_{pef}$  (кривая 4), и  $S_{j1}$  (кривые 5, 6 соответствуют  $j=2, 3$ ) для  $p_\infty = 120$  торр,  $x_1 \approx 0,8$ ,  $V_\infty = 4$  км/с. Заметно изменение эффективных коэффициентов диффузии поперек ударного слоя, особенно около поверхности тела. На фиг. 3 показано влияние концентрации ксенона в смеси на распределение температуры вдоль критической линии для  $p_\infty = 60$  торр,  $V_\infty = 4$  км/с. Кривые 1–3 соответствуют  $x_1 = 0,6; 0,8; 1,0$ . При увеличении концентрации ксенона существенно увеличивается температура смеси за ударной волной. Этот результат уточняет те упрощенные расчеты, которые приведены в [3]. На этом же рисунке штриховыми линиями показана зависимость  $T(\eta)$  от скорости  $V_\infty$  модели. Кривые 4–6 соответствуют  $V_\infty = 5, 3$  и 2 км/с и  $x_1 = 0,8$ .

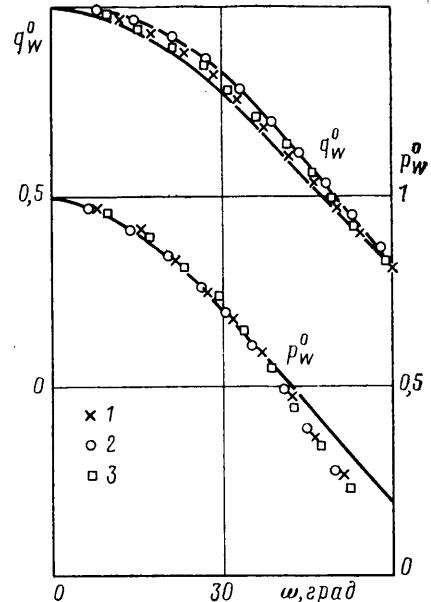
Расчет теплового конвективного потока к поверхности моделей для различных экспериментальных условий позволяет планировать эксперименты по изучению процессов нагрева тел и оценку уноса массы с поверхности. На фиг. 4 сплошными линиями приведены зависимости конвективного теплового потока в критическую точку  $q_{wo}' = q_{wo} \sqrt{R_0/p_s}$  (кВт/см<sup>3/2</sup>·атм<sup>1/2</sup>) от скорости набегающего потока  $V_\infty$  для  $p_\infty = 60$  торр при различных значениях концентраций воздуха в смеси  $x_1 = 1; 0,8; 0,6$  (кривые 1–3). Применив методику работы [18] для случая смеси воздуха с ксеноном, можно показать, что выражение для конвективного теплового потока к поверхности тела при  $Re_\infty \geq 10^4$  имеет вид, аналогичный известной формуле Фэя – Ридделла. Этой формуле аналогично [19], исходя из ньютонаского распределения давления на теле, можно придать более простой вид

$$q_w(0) = q_{wo} = 10^8 \frac{C_q(x_1)}{\sqrt{R_0}} \left( \frac{V_\infty}{10^4} \right)^{3,15} \left( \frac{\rho_\infty}{\rho_0} \right)^{1/2} \quad (4.2)$$

где  $V_\infty$  – скорость набегающего потока, м/с,  $\rho_\infty$  – плотность набегающего потока,  $\rho_0$  – плотность воздуха при нормальных условиях,  $R_0$  – радиус за-



Фиг. 4



Фиг. 5

тупления тела, м. Величина  $C_q$  на основании расчетов может быть аппроксимирована в виде

$$C_q(x_1) = -1,91x_1 + 2,324 \quad (4.3)$$

На фиг. 4 штриховые кривые отмечают расчеты по формуле (4.3). На этом же рисунке также нанесены результаты работ [20] (точки 4) и [16] (точки 5) для чистого воздуха. Отметим, что наличие ксенона в смеси в несколько раз увеличивает тепловой поток к телу по сравнению с обтеканием чистым воздухом при тех же значениях  $R_0$  и  $V_\infty$ .

Для оценки влияния диффузии элементов на  $q_{w0}$  были проведены расчеты с учетом диффузии (сплошные кривые на фиг. 4) и без ее учета, т. е. в предположении  $c_j^* = \text{const}$ ,  $J_j^* = 0$ ,  $\delta_j^{(e)} = 0$  (точки 6 на фиг. 4). Как и в случае чистого воздуха [16], влияние диффузии элементов в смеси воздуха с ксеноном на тепловой поток в критическую точку мало и не превышает 2%.

На фиг. 5 проведено сравнение расчетов по методике данной работы для распределений теплового потока и давления на теле с известными аппроксимационными формулами [21] (сплошные кривые)

$$\begin{aligned} q_w^0 &= q_w(\omega)/q_w(0) = 0,55 + 0,45 \cos 2\omega \\ p_w^0 &= p_w(\omega)/p_w(0) = 1 - 1,17 \sin^2 \omega + 0,225 \sin^6 \omega \end{aligned} \quad (4.4)$$

где  $\omega$  — угол между радиусом-вектором точки на поверхности сферы, и радиусом-вектором передней критической точки сферы. На фиг. 5 показаны расчеты  $q_w^0$  и  $p_w^0$  для трех различных концентраций воздуха в смеси  $x_1 = 1, 0,8$  и  $0,6$  (отмечены точками 1—3 соответственно) для  $p_\infty = 60$  торр,  $V_\infty = 4$  км/с. Отметим слабое влияние ксенона в смеси на относительное распределение теплового потока  $q_w^0(\omega)$  и давление  $p_w^0(\omega)$ .

На основе полученных распределений газодинамических параметров в ударном слое рассчитывалось распределение спектральной излучательной способности газа  $J_\lambda$  [1, 3]. Интегральный спектральный поток излу-

$x_1^0$	$V_\infty$ , км/с	$p_\infty$ , торр	$P_m^* \cdot 10^9$ , Вт	$P_m^{T*} \cdot 10^9$ , Вт	$\delta$ , %
0,462	2,036	65	1,97	2,2	11,7
0,769	3,467	65	19,4	16,4	15,4
0,769	4,067	40	49,8	43,2	13,3
1,0	3,720	60	0,93	1,04	11,8
1,0	3,805	40	0,76	0,65	14,5

чения  $P_m$  ударного слоя находился по формуле

$$P_m = \int_V J_\lambda dV \quad (4.5)$$

где  $V$  — величина излучающего объема, ограниченного ударной волной, телом и лучом  $\omega=60^\circ$ . Для вычисления интеграла в (4.5) использовалась формула Симпсона. Расчеты показали, что при одинаковых  $p_\infty$ ,  $V_\infty$  и  $R_0$  добавление в воздух 20% ксенона более чем на порядок увеличивает  $P_m$ . Для сравнения результатов расчетов с экспериментами осуществлялся пересчет от  $P_m$  к величине  $P_m^*$ , фиксируемой в экспериментах по формулам [2, 3]. В таблице приведены рассчитанные величины  $P_m^*$  и экспериментальные значения  $P_m^*$  [2], а также величины относительных отклонений измеренных и теоретически найденных значений  $\delta = |P_m^* - P_m^T| / P_m^*$ . Величина  $\delta$  не превосходит 15%. Для выяснения погрешности, возникающей при выборе границы излучающего объема, выполнены методические расчеты  $P_m^T$  с объемом, ограниченным лучом  $\omega=40^\circ$ . При этом оказалось, что при изменении излучающего объема  $V$  более чем в 1,5 раза величина  $P_m^T$  изменяется всего на 10%. Это показывает, что предположения о выборе объема, сделанные в [3], выполняются с хорошей точностью.

В заключение авторы выражают благодарность И. А. Соколовой за предоставленные данные по коэффициентам сопротивления различных смесей и С. А. Юницкому за обсуждение численной методики.

#### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

- Андреев Е. П., Пилюгин Н. Н., Таганов О. К., Тихомиров С. Г. Исследование излучения газов в аэробаллистическом эксперименте. М.: Изд-во МГУ, 1988. 135 с.
- Баулин Н. Н., Гренков В. Л., Пилюгин Н. Н. Измерение яркости излучения в воздухе и в его смеси с ксеноном около модели, летящей с гиперзвуковой скоростью // Космич. исслед. 1984. Т. 22. № 6. С. 875–883.
- Еремеев И. Г., Зверев О. В., Пилюгин Н. Н. Исследование излучения смесей воздуха с ксеноном в ударном слое около моделей, летящих с гиперзвуковой скоростью // Теплофиз. высоких температур. 1989. Т. 27. № 3. С. 549–556.
- Гершбейн Э. А., Пейгин С. В., Тирский Г. А. Сверхзвуковое обтекание тел при малых и умеренных числах Рейнольдса // Итоги науки и техники. ВИНТИ. Мех. жидкости и газа. 1985. Т. 19. С. 3–85.
- Пилюгин Н. Н., Тирский Г. А. Динамика ионизованного излучающего газа. М.: Изд-во МГУ, 1989. 309 с.
- Bush W. B. On the viscous hypersonic blunt body problem // J. Fluid Mech. 1964. V. 20. № 3. P. 353–367.
- Тирский Г. А. Законы Фика для диффузии элементов в ионизационно равновесных течениях многокомпонентной плазмы // Проблемы современной механики Т. 2. М.: Изд-во МГУ, 1983. С. 3–20.
- Васильевский С. А., Соколова И. А., Тирский Г. А. Точные уравнения и коэффициенты переноса для многокомпонентной смеси газов и частично ионизованной плазмы // ПМТФ. 1984. № 4. С. 15–24.
- Васильевский С. А., Соколова И. А., Тирский Г. А. Определение и вычисление эффективных коэффициентов переноса для химически равновесных течений частично диссоциированных и ионизованных смесей газов // ПМТФ. 1986. № 1. С. 68–79.

10. Соколова И. А. Коэффициенты переноса и интегралы столкновений воздуха и его компонент // Аэрофиз. исслед. Вып. 4. Новосибирск, 1974. С. 39–104.
11. Wilke C. R. A viscosity equation for gas mixtures // J. Chem. Phys. 1950. V. 18. № 4. P. 517–519.
12. Mason E. A., Saxena S. C. Approximate formula for the thermal conductivity of gas mixtures // Phys. Fluids. 1958. V. 1. № 5. P. 361–369.
13. Гиршфельдер Дж., Кергис Ч., Берд Р. Молекулярная теория газов и жидкостей. М.: Изд-во иностр. лит., 1961. 929 с.
14. Svehla R. A. Estimated viscosities and thermal conductivities of gases at high temperatures // NASA TR. 1962. R-132. 120 р.
15. Петухов И. В. Об одной схеме разностной аппроксимации для численного решения уравнений параболического типа // Журн. вычисл. математики и мат. физики. 1966. Т. 6. № 6. С. 1019–1028.
16. Васильевский С. А. Расчет течения и теплопередачи в окрестности оси симметрии затупленного тела с учетом диффузии элементов и высших приближений для коэффициентов переноса // Исследования по гиперзвуковой аэродинамике и теплообмену с учетом неравновесных химических реакций. М.: Изд-во МГУ, 1987. С. 30–45.
17. Еремейцев И. Г., Пилюгин Н. Н., Хлебников В. С., Юницкий С. А. Исследование аэродинамических характеристик и теплообмена тел в неравномерных сверхзвуковых потоках газа. М.: Изд-во МГУ, 1988. 105 с.
18. Тирский Г. А. Определение тепловых потоков в окрестности критической точки двоякой кривизны при обтекании тела диссоциирующим газом произвольного химического состава // ПМТФ. 1965. № 1. С. 45–56.
19. Мартин Дж. Вход в атмосферу. М.: Мир, 1969. 320 с.
20. Де Риенцо, Пэллоун. Конвективный нагрев в критической точке при скоростях входа в атмосферу до 21 км/с при наличии больших скоростей вдувания // Ракетная техника и космонавтика. 1967. Т. 5. № 2. С. 3–11.
21. Лунев В. В. Гиперзвуковая аэродинамика. М.: Машиностроение, 1975. 327 с.

Москва

Поступила в редакцию  
5.VI.1990