

УДК 532.59:532.529.5

© 1991 г.

А. А. БОРИСОВ, Ал. А. БОРИСОВ, Ю. Г. ЛЕОНЕНКО

ГРАВИТАЦИОННЫЕ ВОЛНЫ НА МЕЖФАЗНОЙ ГРАНИЦЕ ЖИДКОСТЬ — ПАР В СРЕДЕ ПРИ ОКОЛОКРИТИЧЕСКИХ ПАРАМЕТРАХ СОСТОЯНИЯ

Экспериментально и теоретически исследуются волны, распространяющиеся вдоль границы жидкость — пар вещества при околокритических параметрах состояния.

Экспериментально получена зависимость скорости межфазных возмущений от температуры. При приближении к критической точке скорость уменьшается по степенному закону. Это связано с уменьшением разности плотностей жидкости и пара при приближении к критической точке. В зависимости от близости к критической точке существуют два режима распространения с различными показателями степени. Это является результатом влияния сжимаемости, которая растет при приближении к критической точке, на профиль плотности. Получена пространственная эволюция профиля волны. Анализ экспериментальных результатов позволяет заключить, что в первом случае волновой процесс подчиняется уравнению Кортевега — де Вриза со слабой дисперсией и слабой нелинейностью. Предложено качественное описание второго режима распространения.

1. В зависимости от параметров p , ρ , T — давления, плотности и температуры, вещество вблизи критической точки имеет существенно различные профили плотности по высоте. При $\epsilon > \epsilon^*$, где $\epsilon = (T_c - T)/T_c$ (фиг. 1, а), имеются два однородных по плотности слоя, которые подчиняются уравнению кривой сосуществования [1]

$$\frac{|\rho_{l,v} - \rho_c|}{\rho_c} = \frac{1}{2} B \left(\frac{T_c - T}{T_c} \right)^\beta \quad (1.1)$$

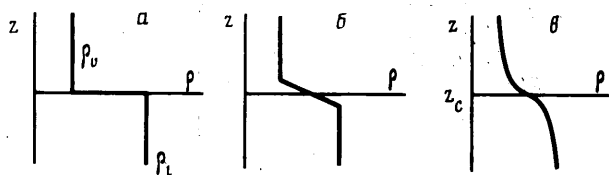
где ρ_l, ρ_v — плотности жидкой и паровой фаз соответственно, ρ_c, T_c — критические плотность и температура, β — универсальный критический индекс, B — коэффициент. Для $\epsilon \lesssim \epsilon^*$ (фиг. 1, б) начинает сказываться аномально растущая сжимаемость вещества $K_T \sim (\partial\rho/\partial p)_T \sim |\epsilon|^{-\gamma}$, где $\gamma = 1,275$ — универсальный критический индекс [2], и ранее однородные фазы становятся стратифицированными. Значение ϵ^* зависит от высот слоев жидкости и пара и в данном эксперименте равно $3 \cdot 10^{-3}$. Для $\epsilon = 0$ (фиг. 1, в) распределение плотности по высоте выражается следующим образом [3]:

$$\left| \frac{\rho - \rho_c}{\rho_c} \right| = \left| \frac{g\rho_c(z - z_c)}{D\rho_c} \right|^{1/\delta} \quad (1.2)$$

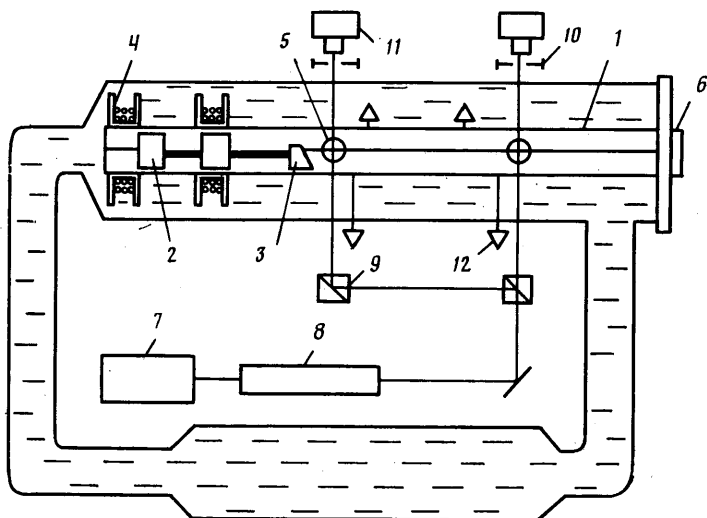
Здесь g — ускорение свободного падения, δ — универсальный критический индекс, D — коэффициент. При дальнейшем повышении температуры профиль плотности переходит к однородному: $\rho(z) = \langle \rho \rangle$, где $\langle \rho \rangle$ — средняя плотность заполнения рабочего объема.

В работе определена зависимость скорости возмущений, распространяющихся по границе раздела фаз в интервале $1,5 \cdot 10^{-3} < \epsilon < 1,8 \cdot 10^{-2}$.

2. Для исследуемого вещества — фреона-13 (CClF_3) — критическое давление $p_c = 3,96 \cdot 10^6$ Па, плотность $\rho_c = 0,580$ г/см³ и температура $T_c =$



Фиг. 1

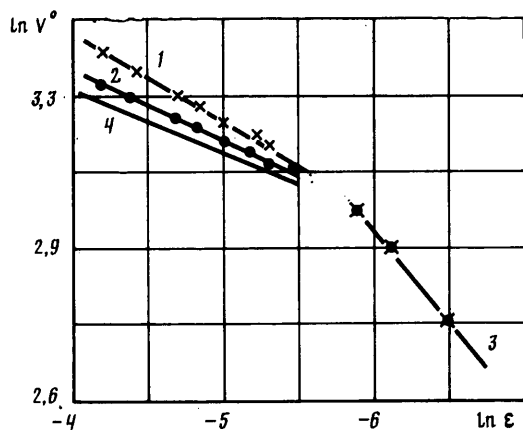


Фиг. 2

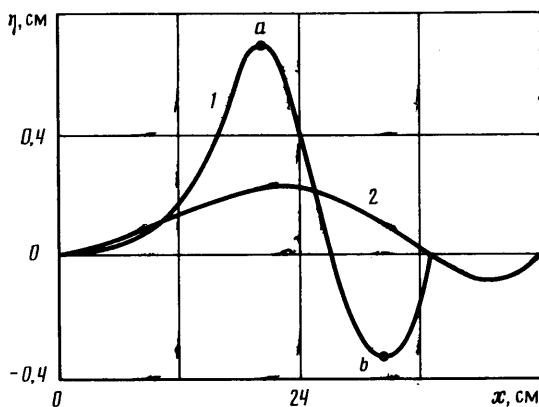
$=302,02$ К. При таких параметрах волновые процессы могут наблюдаться только в закрытом канале, в данном случае в трубе.

Труба 1 (фиг. 2) длиной 3,0 м и внутренним диаметром 5,7 см располагается в термостате, представляющем замкнутый гидродинамический контур. Основные узлы установки подробно описаны в [4]. Заполнение трубы фреоном производится после ее предварительного вакуумирования до остаточного давления 1 Па, поскольку даже небольшие примеси сильно влияют на свойства вещества вблизи критической точки. Средняя плотность заполнения $\langle \rho \rangle = m/U$ определяется взвешиванием (m — масса вещества, U — объем трубы).

Волны на границе раздела создаются волнопродуктором, который состоит из двух перфорированных стальных сердечников 2 и усеченного клиновидного толкателя 3. Перфорация сердечников необходима для перетока жидкости, возникающего при движении волнопродуктора. Выбор угла наклона и формы толкателя определяется из условия минимума возмущений, возникающих за волной. Перемещение волнопродуктора осуществляется поочередным включением электромагнитов 4. Сила тока, протекающего по катушке, 50 А. Применение неусеченного (перекрывающего все сечение трубы) клиновидного толкателя приводит к фазовым переходам при генерации волн. Создавались положительные («горбы») и отрицательные («впадины») возмущения межфазной границы. Скорость перемешанной жидкости была всегда меньше скорости волны. Наблюдения за состоянием вещества и регистрация волнового процесса производятся через оптические окна, установленные по длине трубы. Две пары окон 5 расположены на боковой поверхности трубы и пятое окно 6 — в торце трубы. Регистрация производится с помощью шлирен-системы, выполненной на лазере 7, коллиматоре 8, светоделительных призмах 9 и ножах Фуко 10.



Фиг. 3



Фиг. 4

Одновременно с запуском волны включаются кинокамеры 11 с заданной частотой фотографирования и с помощью полученных кинограмм определяются структура и скорость волны.

Нагрев исследуемого вещества и термостатирование осуществляются с шагом 1 град/ч в интервале $6,2 \cdot 10^{-3} < \epsilon < 1,8 \cdot 10^{-2}$ и с шагом 0,1 град/ч в интервале $1,5 \cdot 10^{-3} < \epsilon < 6,2 \cdot 10^{-3}$. Малые скорости нагрева обусловлены большими временами установления термодинамического равновесия при приближении температуры к критической. Критерием установления равновесия в системе было исчезновение конвекции и постоянство давления, которое измерялось датчиками давления 12.

3. На фиг. 3 представлены в логарифмическом масштабе значения скорости волны V , распространяющейся по границе раздела жидкость — пар, от температуры T , ($V^\circ = V/1 \text{ см} \cdot \text{с}^{-1}$). Обработка результатов приводит к степенной зависимости

$$V = V_0 \left(\frac{T_c - T}{T_c} \right)^\alpha \quad (3.1)$$

где V_0 и α — константы.

При $\epsilon > \epsilon^*$: для горба $\alpha = 0,23$, $V_0 = 80 \text{ см/с}$ (прямая 1) и для впадины $\alpha = 0,19$, $V_0 = 62 \text{ см/с}$ (прямая 2).

При $\epsilon < \epsilon^*$: у обоих типов волн $\alpha = 0,48$ (прямая 3).

Проанализируем случай $\varepsilon > \varepsilon^*$. Рассмотрим двухслойную систему, ограниченную снизу и сверху неподвижными стенками. Плотность и глубина нижнего слоя ρ_2 и h_2 , верхнего — ρ_1 и h_1 , причем $\rho_2 > \rho_1$. Для линейных возмущений (амплитуда колебаний в волне мала по сравнению с длиной волны) известно дисперсионное соотношение [5]

$$\Omega^2 = kg(\rho_2 - \rho_1)(\rho_2 \operatorname{cth}(kh_2) + \rho_1 \operatorname{cth}(kh_1))^{-1} \quad (3.2)$$

Для длинных волн $kh_1 \ll 1$ и $kh_2 \ll 1$ выражение (3.2) преобразуется к виду

$$c_0 = \Omega/k = [gh_1 h_2 (\rho_2 - \rho_1) (\rho_1 h_2 + \rho_2 h_1)^{-1}]^{1/2} \quad (3.3)$$

где c_0 — фазовая скорость линейных длинных волн. Применим эту формулу к рассматриваемому случаю. Используя уравнение кривой сосуществования (1.1) и учитывая, что вблизи критической точки высоты слоев равны $h_1 = h_2 = h$ [1], а также что в первом приближении выполняется правило прямолинейного диаметра $\rho_1 + \rho_2 = 2\rho_c$ [1], получаем выражение для скорости распространения линейных длинных возмущений межфазной границы жидкость — пар вблизи критической точки

$$c_0 = \left(\frac{1}{2} ghB \right)^{1/2} \left(\frac{T_c - T}{T_c} \right)^{\beta/2} \quad (3.4)$$

Согласно данным [6], $B = 3,7$, $\beta = 0,34$.

Рассмотрим структуру волн, возникающих на границе раздела жидкость — пар.

По мере прохождения волны происходит подъем межфазной границы, затем ее спуск для волны типа «горба». Развертывая во времени процесс подъема-опускания межфазной границы, получаем структуру волны, показанную на фиг. 4. Перемещение межфазной границы происходит как единое целое, без искажений на размере оптического окна. Профили 1 и 2 получены соответственно на первом и на втором окнах, расположенных на расстояниях 0,3 и 2,35 м от волнопродуктора. Видно, что процесс распространения сопровождается уменьшением амплитуды и распыливанием волны. Последнее обстоятельство можно объяснить дисперсией. Действительно, учитывая в (3.2) второй член разложения по kh , получим

$$c^2(k) = c_0^2 \left(1 - \frac{k^2 h^2}{3} \right)$$

Оценим вклад квадратичного члена. Максимальное значение k можно оценить по участку ab (максимальный градиент по x) профиля 1: $k = 2\pi/\lambda \approx 0,25 \text{ см}^{-1}$ и поскольку $h = 2,8 \text{ см}$, то $kh \approx 0,7$. Следовательно, разлагая в ряд, выражение для $c(k)$ можно переписать в виде

$$c(k) = c_0 \left(1 - \frac{k^2 h^2}{6} \right) \quad (3.5)$$

Из последнего соотношения видно, что скорость постоянна вдоль трубы с точностью до $k^2 h^2/6$, что составляет 8%. В действительности оценка завышена по двум причинам: во-первых, k уменьшается по мере пробега волны (см. профиль 2); во-вторых, как будет показано ниже, в качестве h нужно брать не радиус трубы, а эффективную высоту слоя, которая меньше радиуса. Экспериментально разница между скоростями V_1 и V_2 , измеренными между первым — вторым окнами и вторым — третьим (торцевое окно) составляет 2–3%.

Таким образом, можно ограничиться учетом квадратичного члена. Это приводит к обычному уравнению Кортвега — де Вриза для смещения гра-

ницы раздела $\eta(x, t)$

$$\eta_t + c_0 \eta_x + c_1 \eta \eta_x + c_2 \eta_{xxx} = 0 \quad (3.6)$$

Выражения для коэффициентов этого уравнения приводятся в [7]

$$c_0^2 = \frac{gh_1 h_2 (\rho_2 - \rho_1)}{\rho_2 h_1 + \rho_1 h_2}, \quad c_1 = \frac{3}{2} \frac{c_0}{h_2} \frac{1-s/r^2}{1+s/r}$$

$$c_2 = \frac{1}{6} c_0 h_2^2 r \frac{s+1/r}{1+s/r}, \quad s = \frac{\rho_1}{\rho_2}, \quad r = \frac{h_1}{h_2}$$

Для случая $h_1 = h_2 = h$ коэффициенты перепишутся в виде

$$c_0^2 = gh \frac{\rho_2 - \rho_1}{\rho_2 + \rho_1}, \quad c_1 = \frac{3}{2} \frac{c_0}{h} \frac{\rho_2 - \rho_1}{\rho_2 + \rho_1}, \quad c_2 = \frac{c_0 h^2}{6}$$

Выражение для коэффициента c_0 эквивалентно (3.3), а учет c_2 в уравнении (3.6) (опуская нелинейность) приводит к (3.5). Остановимся на формуле для коэффициента c_1 , который определяет нелинейность. Видно, что c_1 убывает при приближении к критической точке (см. (1.1)), и это наблюдается в эксперименте. Начальная амплитуда впадины составляет 0,6–0,7 от начальной амплитуды «горба», поэтому наблюдается разница в скоростях распространения (фиг. 3). Считая, что в точке пересечения прямых 1 и 2 на фиг. 3 волны становятся линейными, найдем зависимость фазовой скорости длинных линейных возмущений от температуры, т. е. коэффициент h^* в выражении (3.4).

В точке пересечения прямых 1 и 2

$$62\epsilon^{0,19} = 80\epsilon^{0,23} = (gh^*B/2)^{1/2} \epsilon^{\beta/2}$$

При $B=3,7$, $\beta=0,34$ получаем $h^*=1,7$ см. Таким образом, видно, что эффективная высота слоев h^* меньше радиуса трубы. Прямая 4 на фиг. 3 соответствует выражению (3.4) при $h=h^*$.

Перейдем к случаю $\epsilon < 3 \cdot 10^{-3}$. Как уже было сказано, вблизи критической точки возрастает сжимаемость. Вследствие этого возникает значительный градиент плотности по высоте сосуда. Смещение моля жидкости от равновесного гидростатического уровня приводит к возникновению волнового процесса. Оценки показывают, что процессы рассасывания плотности индивидуального моля, содержащего колебания, происходят намного медленнее, чем период колебания. Действительно, к процессам выравнивания плотности в критической области относятся изменение температуры моля за счет теплопроводности и сильно развитый флуктуационный механизм. Оба эти процесса могут изменить плотность моля, совершающего колебания, но не успевают это сделать и частица совершает большое количество колебаний, прежде чем флуктуационно-диссипативные явления остановят ее движение. По этой причине кинетические процессы в дальнейшем во внимание не принимаются.

Рассмотрим слой жидкости, находящийся вблизи критической точки. Параметры жидкости (газа) настолько близки к критическим, а в некотором сечении по высоте z_c в точности равны им, что необходимо учитывать сжимаемость под действием собственного веса. Однако, как показано в работе [8] для внутренних и поверхностных волн, вещество вблизи критической точки можно считать несжимаемым, поскольку скорость частиц в волне много меньше, чем скорость звука. Будем считать, что плотность частиц сохраняется вдоль траектории, а сжимаемость будем учитывать только в профиле плотности (1.2).

Из системы гидродинамических уравнений для линейных возмущений в такой среде получим выражение для ω_0 — амплитуды вертикальной со-

ставляющей скорости ω [9]

$$\frac{\partial^2 \omega_0}{\partial z^2} - \frac{1}{\delta |z - z_c|} \frac{\partial \omega_0}{\partial z} + \frac{\lambda g}{\delta |z - z_c|} \omega_0 = 0 \quad (3.7)$$

$$\omega = \omega_0(z) \exp [i(\Omega t - kx)], \quad \lambda = k^2 / \Omega^2$$

При выводе (3.7) предполагалось, что $(\rho - \rho_c) / \rho_c \ll 1$, $(1/\rho)(\partial \rho / \partial z) \rightarrow \infty$ при $z \rightarrow z_c$. Это означает, что ищется решение для волн, распространяющихся в тонком слое с большим градиентом плотности (в так называемом пикноклине).

Граничные условия: $\omega_0 = 0$ при $|z - z_c| = h_0/2$ (h_0 — толщина пикноклина). Общее решение (3.7), согласно [10, 11], имеет вид

$$\omega_0 = c_1 L^{\Delta/2} J_{+\Delta} (2(\lambda g L / \delta)^{1/2}) + c_2 L^{\Delta/2} J_{-\Delta} (2(\lambda g L / \delta)^{1/2}) \quad (3.8)$$

$$L = |z - z_c|, \quad \Delta = (\delta + 1) / \delta$$

Дробные функции в (3.8) четные. Уравнение для собственных значений имеет вид

$$2(g\lambda |z_0 - z_c| \delta^{-1})^{1/2} = \xi_n \quad (3.9)$$

где z_0 — координата границы пикноклина, ξ_n — корни функции Бесселя индексов $\pm(\delta + 1) / \delta$. Из (3.9) получаем выражение для фазовой скорости волны h -моды

$$V_n^2 = \frac{1}{\xi_n^2} \frac{2}{\delta} g h_0$$

По этой формуле оценим максимальную скорость волны; подставив наименьший положительный корень функции Бесселя индекса $(\delta + 1) / \delta$, который, согласно [10], имеет значение $(\delta + 1) / \delta$, получим $V_1^2 = 2g h_0 \delta / (\delta + 1)^2$. Видно, что значение фазовой скорости первой моды существенно меньше скорости гравитационной волны на межфазной поверхности аналогичного слоя тяжелой жидкости высоты h_0 и газа.

Выражение (3.9) справедливо, строго говоря, лишь на критической изотерме, поскольку распределение плотности (1.2) получено при $\varepsilon = 0$, но, используя его, можно качественно проанализировать зависимость скорости волны при $0 < \varepsilon < \varepsilon^*$. Подставив в (3.9) $|\rho_0 - \rho_c|$, используя (1.2), получим

$$2 \sqrt{\frac{g \lambda D \rho_c}{\delta g \rho_c}} \left| \frac{\rho_0 - \rho_c}{\rho_c} \right|^{5/2} = \xi_n$$

где ρ_0 — плотность на границе пикноклина.

Считая, что вне пикноклина слои однородны и подчиняются кривой сосуществования (1.1) $|\rho_{v,l} - \rho_c| / \rho_c = (B/2) \varepsilon^\beta$, получим

$$V_n = A_n \left(\frac{T_c - T}{T_c} \right)^{5\beta/2}$$

Согласно [12], $\delta = 3,37$, $\beta = 0,34$, следовательно, $V_n \sim A_n \varepsilon^{0,57}$.

Эта оценка позволяет объяснить переход от первого режима распространения ко второму.

Таким образом, видно, что вещество вблизи критической точки может быть использовано для изучения волновых процессов в стратифицированных средах, поскольку существует большой спектр распределений плотности в зависимости от термодинамических параметров среды. С другой стороны, исследования волновых процессов открывают новые возможности в изучении вещества при околоскритических параметрах состояния.

Авторы выражают благодарность В. С. Иванову за помощь в проведении экспериментов.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Стенли Г.* Фазовые переходы и критические явления. М.: Мир, 1973. 419 с.
2. *Schoenes F.-J.* Light scattering and absolute determination of the compressibility of CClF_3 near the critical point // *Ber. Bunsen-Gesellschaft Physikal. Chemie.* 1972. В. 76. Н. 3/4. S. 228–231.
3. *Анисимов М. А.* Критические явления в жидкостях и жидких кристаллах. М.: Наука, 1987. 272 с.
4. *Кутугеладзе С. С., Борисов Ал. А., Борисов А. А., Накоряков В. Е.* Экспериментальное обнаружение ударной волны разрежения вблизи критической точки жидкость – пар // *Докл. АН СССР.* 1980. Т. 252. № 3. С. 595–598.
5. *Ландау Л. Д., Лифшиц Е. М.* Теоретическая физика. Т. 6. Гидродинамика: Учеб. пособие. М.: Наука, 1986. 736 с.
6. *Шавандрин А. М., Ли С. А.* Экспериментальное исследование параметров температура – плотность на линии насыщения фреона-13 // *Инж.-физ. журн.* 1979. Т. 37. № 5. С. 830–834.
7. *Коор С. G., Буллер G.* An investigation of internal solitary waves in a two-fluid system // *J. Fluid Mech.* 1981. V. 112. P. 225–251.
8. *Хаит В. Д.* О гравитационных волнах в газе вблизи критической точки перехода газ – жидкость // *ЖЭТФ.* 1969. Т. 57. № 1. С. 321–325.
9. *Борисов А. А.* Нелинейные волны в реальных жидкостях: Препринт № 208. Новосибирск: Ин-т теплофизики СО АН СССР, 1989. 53 с.
10. *Ватсон Дж. Н.* Теория бесселевых функций. Ч. 1. М.: Изд-во иностр. лит., 1949. 799 с.
11. *Камке Э.* Справочник по обыкновенным дифференциальным уравнениям. М.: Наука, 1976. 576 с.
12. *Иванов Д. Ю., Федянин В. К.* Уравнение состояния для классической жидкости в окрестности критической точки // *Сообщ. ОИЯИ, Р4-8429.* Дубна, 1974. 9 с.

Новосибирск

Поступила в редакцию
11.VI.1990