

УДК 532.546:536.421

© 1991 г.

**Г. Г. ЦЫПКИН**

## **О ВЛИЯНИИ ПОДВИЖНОСТИ ЖИДКОЙ ФАЗЫ НА ДИССОЦИАЦИЮ ГАЗОВЫХ ГИДРАТОВ В ПЛАСТАХ**

Способы добычи газа из газогидратных месторождений, представляющие практический интерес, основаны на разложении гидрата в пласте с последующим отбором газа. Были предложены математические модели диссоциации гидратов в пластах, отвечающие различным начальным состояниям пластовой системы [1–4]. Среди предположений, упрощающих формулировки и решения задач, имеется предположение, присущее всем известным математическим моделям. Полагается, что влияние жидкой фазы на процессы тепломассопереноса в пластах пренебрежимо мало. Очевидно, такое допущение справедливо для пластов с малой начальной гидрато- и водонасыщенностью.

Натурные наблюдения показывают [5], что добыча газа из газогидратного месторождения сопровождается отбором пластовой воды, так что указанное предположение не вполне отражает реальную ситуацию. Кроме того, исключение из рассмотрения жидкой фазы не позволяет изучить практически важную задачу о воздействии химических катализаторов на гидратосодержащий пласт, носителями которых является вода [6].

Другой класс задач связан с образованием и разложением газовых гидратов океанических недр [7]. Данные процессы протекают при недостатке газа и приводят к увеличению доли воды в кристаллической структуре гидрата или в смеси компонент соответственно.

В [3] была предложена математическая модель диссоциации газовых гидратов в пластах, сосуществующих с газом и водой в состоянии термодинамического равновесия, и проведено численное исследование. Основная цель настоящей работы состоит в обобщении модели [3] на случай произвольных гидрато- и водонасыщенности, когда необходимо учитывать подвижность жидкой фазы. Заметим, что модели для других физических ситуаций [1, 2], отражающих различные начальные состояния пласта, могут быть получены из предложенной формулировки как частные случаи.

Выводятся граничные условия на поверхности диссоциации, учитывающие движение жидкой фазы. Для малых отклонений от начального состояния получено аналитическое решение задачи. Введена интегральная характеристика фазовых переходов в протяженной области и дано ее аналитическое представление. Показано, что для больших начальных значений гидрато- и водонасыщенности необходимо учитывать подвижность жидкой фазы. Для сред с высокой проницаемостью количество газового гидрата, продиссоциировавшего в области объемных фазовых переходов, на несколько порядков превосходит количество гидрата, разложившегося в области полной диссоциации.

**1. Постановка задачи и основные уравнения.** Предположим, что гидратосодержащий пласт представляет собой пористую среду, насыщенную газовым гидратом, водой и газом, находящимися в состоянии термодинамического равновесия. Воздействие на пласт с целью диссоциации и последующего отбора газа приводит к образованию области, свободной от гидрата и насыщенной смесью газа и воды. Тогда существует подвижная граница диссоциации, с одной стороны от которой находится гетерогенная смесь гидрата, газа и воды, а с другой — смесь воды и газа. Если положить, что фазовые переходы происходят только на поверхности диссоциации, то, как было показано в [3], с необходимостью приходим к термодинамическому противоречию. Поэтому в данной работе сразу вводится область объемных фазовых переходов и поверхность частичной диссоциации, что позволяет снять указанное противоречие.

Пусть скелет пористой среды и газовый гидрат несжимаемы и неподвижны, вода является несжимаемой жидкостью, газ удовлетворяет уравнению Клапейрона, а капиллярные эффекты малы. Для вывода законов сохранения масс в гидратосодержащей области и условий на фронте частичной диссоциации достаточно представить газовый гидрат как однородную смесь газа и воды. Это положение позволяет ввести эффективные плотности газа  $\rho_{g0}$  и воды  $\rho_{w0}$  в поровом пространстве, заполненном гидратом, рассчитывая их как массы соответствующих компонент, отнесенные к объему, насыщенному гидратом. Тогда, рассматривая для определенности гидрат метана, получаем, что 1 м<sup>3</sup> гидрата весом 900 кг при степени заполнения  $n=6$  содержит 783,87 кг воды и 116,13 кг газа. Следовательно, эффективные плотности воды и газа в гидратосодержащем объеме равны соответственно  $\rho_{w0}=783,87$  кг/м и  $\rho_{g0}=116,13$  кг/м.

В области существования гидрата, газа и воды имеет место система уравнений, представляющая собой законы сохранения масс, обобщенные законы Дарси, закон сохранения энергии, уравнение состояния Клапейрона и эмпирическое уравнение, связывающее равновесные значения температуры и давления

$$\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial t} [m(1-v)(1-S)\rho_g] + \text{div } \rho_g \mathbf{v}_g &= M_g \\ \frac{\partial}{\partial t} [m(1-v)\rho_w S] + \text{div } \rho_w \mathbf{v}_w &= M_w \\ \frac{\partial}{\partial t} (m v \rho_{g0}) &= -M_g, \quad \frac{\partial}{\partial t} (m v \rho_{w0}) = -M_w \\ \mathbf{v}_i &= -\frac{k}{\mu_i} f_i(S) \text{grad } P, \quad i=g, w \end{aligned} \quad (1.1)$$

$$\frac{\partial}{\partial t} (\rho e)_m + \text{div} (\rho_g h_g \mathbf{v}_g + \rho_w h_w \mathbf{v}_w) = \text{div} (\lambda_m \text{grad } T)$$

$$P = \rho_g R T, \quad T = A \ln P + B$$

$$\begin{aligned} \lambda_m &= m v \lambda_h + m(1-v) S \lambda_w + (1-m) \lambda_s + m(1-v)(1-S) \lambda_g \\ (\rho e)_m &= m(1-v)(1-S) \rho_g e_g + m(1-v) S \rho_w e_w + m v \rho_h e_h + (1-m) \rho_s e_s \end{aligned}$$

В области существования газа и воды имеет место система уравнений, являющаяся частным случаем системы (1.1). Для получения этой системы необходимо положить функцию гидратонасыщенности  $v=0$  и отбросить последнее уравнение системы.

Здесь  $m$  — пористость,  $\rho$  — плотность,  $S$  — водонасыщенность,  $v$  — гидратонасыщенность,  $v$  — скорость,  $k$  — проницаемость,  $\mu$  — вязкость,  $f$  — относительная фазовая проницаемость,  $P$  — давление,  $T$  — температура,  $M$  — интенсивность выделения массы при фазовом переходе,  $R$  — газовая постоянная,  $\lambda$  — теплопроводность,  $e$  — плотность внутренней энергии,  $h$  — плотность энтальпии. Индексы:  $w$  — вода,  $g$  — газ,  $h$  — гидрат,  $s$  — скелет пористой среды,  $m$  — смесь.

Для решения задачи о диссоциации требуется выставить граничные условия на поверхности фазового перехода, разделяющей области, насыщенные газом и водой и смесью гидрат — газ — вода, находящейся в состоянии термодинамического равновесия. Вывод граничных условий на подвижной границе основан на использовании универсальных соотношений на сильном разрыве и соображений молекулярного характера.

Предполагается, что диссоциация происходит достаточно медленно и носит равновесный характер. Давление и температура непрерывны на дви-

жущейся поверхности диссоциации, однако на этой поверхности в общем случае имеет место разрыв функций скорости, гидрато- и водонасыщенности.

Важно отметить, что, так же как и в [3], в предлагаемой модели процесс фазовых переходов не локализован в узкой области, а распространяется на всю область гидрат — газ — вода, расположенную перед фронтом фазового перехода. Это обстоятельство выражается в усложнении граничных условий из-за введения в них справа на фронте величины  $v_+$ , которая будет определена в процессе решения задачи. Из универсальных соотношений на сильном разрыве [8] выводятся граничные условия, соответствующие законам сохранения энергии, масс воды и газа

$$\begin{aligned} & \lambda_-(\text{grad } T)_{n-} - \lambda_+(\text{grad } T)_{n+} + \rho_w h_w (v_{wn+} - v_{wn-}) + \\ & + \rho_g h_g (v_{gn+} - v_{gn-}) = m V_n \{ (1 - v_+) S_+ \rho_w h_w + \\ & + v_+ \rho_n h_n + (1 - v_+) (1 - S_+) \rho_g h_g - (1 - S_-) \rho_g h_g - S_- \rho_w h_w \} \\ & v_{wn+} - v_{wn-} = m V_n \left\{ \frac{\rho_{w0}}{\rho_w} v_+ + S_+ (1 - v_+) - S_- \right\} \\ & v_{gn+} - v_{gn-} = m V_n \left\{ \frac{\rho_{g0}}{\rho_g} v_+ + (1 - v_+) (1 - S_+) - (1 - S_-) \right\} \end{aligned} \quad (1.2)$$

Система законов сохранения замыкается условием равновесного фазового перехода [1-5]

$$T_* = A \ln P_* + B \quad (1.3)$$

Здесь  $V$  — скорость фронта диссоциации. Индексы плюс и минус соответствуют значениям величин справа и слева на фронте диссоциации,  $n$  — нормаль, звездочка — значениям на фронте для величин, которые не претерпевают разрыва.

С учетом термодинамических соотношений и тождественных подстановок система основных уравнений (1.1) приводится к виду

$$\begin{aligned} & m \left( \frac{\rho_{w0}}{\rho_w} - S \right) \frac{\partial v}{\partial t} + m(1-v) \frac{\partial S}{\partial t} = \frac{k}{\mu_w} \text{div } f_w \text{ grad } P \\ & m \left[ \rho_{g0} R T - (1-S) P \right] \frac{\partial v}{\partial t} - m(1-v) P \frac{\partial S}{\partial t} + m(1-v) (1-S) \left( \frac{\partial P}{\partial t} - \frac{P}{T} \frac{\partial T}{\partial t} \right) - \\ & - \frac{k}{\mu_g} \text{div } f_g P \text{ grad } P + \frac{k}{\mu_w} f_w \frac{P}{T} \text{ grad } P \text{ grad } T = 0 \\ & (\rho C)_m \frac{\partial T}{\partial t} - m(1-v) (1-S) \frac{\partial P}{\partial t} - m \rho_n q \frac{\partial v}{\partial t} - \\ & - k \left( \frac{C_p}{R} \frac{f_g}{\mu_g} \frac{P}{T} + \rho_w C_w \frac{f_w}{\mu_w} \right) \text{ grad } P \text{ grad } T - \\ & - \frac{k}{\mu_w} f_w (\text{grad } P)^2 = \text{div} (\lambda_m \text{ grad } T) \end{aligned} \quad (1.4)$$

$$T = A \ln P + B$$

Здесь  $q$  — удельная теплота гидратообразования.  $C$  — теплоемкость.

В области слева от фронта  $v \equiv 0$ , и последнее уравнение не рассматривается, так как, по условию, в этой области фазовые переходы отсутствуют. Перед фронтом диссоциации  $v$  является искомой функцией.

Окончательно условия (1.2), (1.3) на поверхности диссоциации принимают вид

$$\begin{aligned}
 m v_+ \rho_h q V_h &= \lambda_+ (\text{grad } T)_{n+} - \lambda_- (\text{grad } T)_{n-} \\
 \frac{k}{\mu_w} \{ f_w(S_-) (\text{grad } P)_{n-} - f_w(S_+) (\text{grad } P)_{n+} \} &= \\
 &= m V_n \left\{ \frac{\rho_{w0}}{\rho_w} v_+ + S_+ - S_+ v_+ - S_- \right\} \\
 \frac{k}{\mu_g} \{ f_g(S_-) (\text{grad } P)_{n-} - f_g(S_+) (\text{grad } P)_{n+} \} &= \\
 &= m V_n \left\{ \frac{\rho_{g0}}{\rho_{g*}} v_+ - v_+ - S_+ + S_- + v_+ S_+ \right\} \\
 T_* &= A \ln P_* + B
 \end{aligned} \tag{1.5}$$

Для анализа процессов, происходящих при эксплуатации газогидратного месторождения, необходимо задать начальные значения искомых функций, характеризующие состояние пласта, и условия на неподвижной границе, которые соответствуют условиям на добывающей скважине. В области существования смеси гидрат — газ — вода неизвестными функциями являются  $T$ ,  $P$ ,  $v$  и  $S$ , а в области газ — вода —  $T$ ,  $P$  и  $S$ . Из непрерывности  $T$  и  $P$  на подвижной границе следует, что для четырех уравнений (1.5) имеется шесть неизвестных значений на фронте:  $T_*$ ,  $P_*$ ,  $S_+$ ,  $S_-$ ,  $v_+$  и  $V_n$ . Для нахождения гидратонасыщенности  $v_+$  и водонасыщенности  $S_+$  условия на поверхности диссоциации не используются. Эти значения определяются из решения системы (1.4) по начальным значениям  $v_0$  и  $S_0$  и выражаются через искомые величины  $T_*$ ,  $P_*$ ,  $S_-$  и  $V_n$ , для нахождения которых должна быть использована система условий (1.5).

**2. Аналитическое решение.** Пусть в начальный момент времени пласт имеет гидратонасыщенность  $v_0$ , водонасыщенность  $S_0$ , давление  $P_0$  и температуру  $T_0$ . Зададим на некоторой неподвижной поверхности граничные значения давления  $P^\circ$  и температуры  $T^\circ$  такие, что точка  $(T^\circ, P^\circ)$  на фазовой диаграмме расположена в области существования газа в свободном состоянии. Тогда будет существовать подвижная граница диссоциации, разделяющая две области с различными фазовыми состояниями.

Рассмотрим задачу в линейном приближении, когда отклонения значений  $T^\circ$  и  $P^\circ$  от значений  $T_0$  и  $P_0$  невелики. Представим искомые функции в области газ — вода в виде

$$T = T^\circ + T', \quad P = P^\circ + P'$$

Тогда в этой области система (1.4) приводится к виду

$$\begin{aligned}
 \frac{\partial S'}{\partial t} &= \kappa_w \Delta P', \quad \frac{\partial P'}{\partial t} + \delta \frac{\partial T'}{\partial t} = \kappa \Delta P' \\
 \frac{\partial T'}{\partial t} + \omega \frac{\partial P'}{\partial t} &= a_L \Delta T' \\
 a_L &= \frac{\lambda_L}{(\rho C)_L}, \quad \omega = - \frac{m(1-S^\circ)}{(\rho C)_L}, \quad \delta = - \frac{P^\circ}{T^\circ} \\
 \lambda_L &= \lambda_m |_{v=0}, \quad (\rho C)_L = (\rho C)_m |_{v=0} \\
 \kappa_w &= \frac{k f_w(S^\circ)}{m \mu_w}, \quad \kappa = \frac{k P^\circ}{m(1-S^\circ)} \left[ \frac{f_w(S^\circ)}{\mu_w} + \frac{f_g(S^\circ)}{\mu_g} \right]
 \end{aligned} \tag{2.1}$$

В области смеси гидрат — газ — вода линеаризуем систему основных уравнений около невозмущенного состояния

$$T=T_0+T', P=P_0+P', S=S_0+S', v=v_0+v'$$

Система (1.4) в линейном приближении имеет вид

$$\begin{aligned} (\rho C)_m \frac{\partial T'}{\partial t} - m(1-v_0)(1-S_0) \frac{\partial P'}{\partial t} - m\rho_h q \frac{\partial v'}{\partial t} &= \lambda_m \Delta T' \\ \left( \frac{\rho_{w0}}{\rho_w} - S_0 \right) \frac{\partial v'}{\partial t} + (1-v_0) \frac{\partial S'}{\partial t} &= \frac{k f_w(S_0)}{m\mu_w} \Delta P' \\ \left[ \frac{\rho_{g0} R T_0}{(1-v_0)(1-S_0)} - \frac{P_0}{1-v_0} \right] \frac{\partial v'}{\partial t} - \frac{P_0}{1-S_0} \frac{\partial S'}{\partial t} &+ \\ + \frac{\partial P'}{\partial t} - \frac{P_0}{T_0} \frac{\partial T'}{\partial t} &= \frac{k P_0 f_g(S_0)}{m\mu_g(1-v_0)(1-S_0)} \Delta P' \\ P' &= \frac{P_0}{A} T' \end{aligned} \quad (2.2)$$

В уравнениях системы (2.2) функции водонасыщенности  $S$  и гидратонасыщенности  $v$  содержатся только под знаками временных производных. Исключая эти временные производные и используя последнее уравнение системы, получаем эффективное уравнение теплопроводности с коэффициентами, зависящими от начальных значений и физических параметров системы

$$(\rho C)_R \frac{\partial T'}{\partial t} = \lambda_R \Delta T' \quad (2.3)$$

$$\begin{aligned} (\rho C)_R &= \frac{T_0}{A} - 1 + \left[ \frac{T_0(\rho C)_m}{m(1-v_0)\rho_h q} - \frac{P_0 T_0(1-S_0)}{A\rho_h q} \right] F_1 \\ \lambda_R &= \frac{k P_0 T_0}{m A (1-v_0)(1-S_0)} \left( \frac{f_w}{\mu_w} + \frac{f_g}{\mu_g} \right) + \frac{\lambda_m T_0}{m \rho_h q (1-v_0)} F_1 \\ F_1 &= \frac{\rho_{g0} R T}{P_0(1-S_0)} - 1 + \frac{\rho_{w0}/\rho_w - S_0}{1-S_0} \end{aligned}$$

Для определения функции  $v$  преобразуем систему (2.2), исключая пространственные производные, давление и водонасыщенность. В результате получаем уравнение, содержащее только временные производные

$$\begin{aligned} \sigma_1 \frac{\partial v'}{\partial t} &= \sigma_2 \frac{\partial T'}{\partial t} \\ \sigma_1 &= F_1 + \frac{k P_0 \rho_h q}{A \lambda_m (1-S_0)} \left( \frac{f_w}{\mu_w} + \frac{f_g}{\mu_g} \right) \\ \sigma_2 &= \frac{k P_0}{A m (1-S_0) \lambda_m} \left( \frac{f_w}{\mu_w} + \frac{f_g}{\mu_g} \right) \left[ (\rho C)_m - m(1-v_0)(1-S_0) \frac{P_0}{A} \right] + \\ &+ (1-v_0) \left( \frac{1}{T_0} - \frac{1}{A} \right) \end{aligned} \quad (2.4)$$

Важно отметить, что характер поведения функции гидратонасыщенности в области объемных фазовых переходов определяется не только распределением температуры, но и знаками коэффициентов  $\sigma_1$  и  $\sigma_2$ , которые

в свою очередь зависят от величины коэффициента проницаемости  $k$ . Изменение проницаемости может приводить к смене направления процесса фазового перехода, т. е. режим разложения в зоне объемных фазовых переходов меняется на режим образования, но в обоих случаях на фронте имеет место диссоциация газового гидрата. Это свойство обнаружено в численных экспериментах, проведенных на более простой модели [3]. Здесь этот результат наглядно представлен в виде аналитического соотношения (2.4).

Аналогично находится связь между функциями водо- и гидратонасыщенности

$$\frac{\partial S'}{\partial t} = \sigma_3 \frac{\partial v'}{\partial t} \quad (2.5)$$

$$\sigma_3 = \frac{1}{1-v_0} \left\{ S_0 - \frac{\rho_{w0}}{\rho_w} + \frac{kP_0 T_0 f_w}{m\mu_w A \lambda_m} \frac{\sigma_1}{\sigma_2} \times \right.$$

$$\left. \times \left[ (\rho C)_m - m(1-v_0)(1-S_0) \frac{P_0}{A} - \frac{m\rho_h q}{T_0} \frac{\sigma_2}{\sigma_1} \right] \right\}$$

Рассмотрим одномерную полубесконечную задачу. Предположим, что  $x=X(t)$  — подвижная граница частичной диссоциации, отделяющая область существования газа и воды ( $0 < x < X(t)$ ) от области совместного существования гидрата, газа и воды ( $x > X(t)$ ). Если  $T_0$ ,  $P_0$ ,  $v_0$ ,  $S_0$ ,  $T^\circ$  и  $P^\circ$  — постоянные величины, то задача имеет автомодельное решение

$$T' = T'(\xi), \quad P' = P'(\xi), \quad v' = v'(\xi), \quad S' = S'(\xi)$$

$$X = \beta\sqrt{t}, \quad \xi = \frac{x}{\sqrt{t}}$$

Решение системы (2.1) в области  $0 < x < X$  имеет вид

$$T(\xi) = T^\circ + \frac{\omega}{\alpha_1 - \alpha_2} [b_1 E_1(\xi) - b_2 E_2(\xi)]$$

$$P(\xi) = \frac{1}{\alpha_2 - \alpha_1} [(1 - \alpha_1) b_1 E_1(\xi) - (1 - \alpha_2) b_2 E_2(\xi)] \quad (2.6)$$

$$S(\xi) = \varepsilon \left[ \frac{P(\xi) - P_*}{P^\circ} - \frac{T(\xi) - T_*}{T^\circ} \right] + S_-$$

$$\alpha_{1,2} = \frac{1}{2} \left( 1 + \frac{a_L}{\kappa} \right) \pm \sqrt{\frac{1}{4} \left( 1 - \frac{a_L}{\kappa} \right)^2 + \frac{a_L \delta \omega}{\kappa}}$$

$$b_1 = \frac{1 - \alpha_2}{\omega} (T_* - T^\circ) + P_* - P^\circ, \quad E_1(\xi) = \frac{\operatorname{erf}(\sqrt{\alpha_1/a_L} \xi/2)}{\operatorname{erf}(\sqrt{\alpha_1/a_L} \beta/2)}$$

$$b_2 = \frac{1 - \alpha_1}{\omega} (T_* - T^\circ) + P_* - P^\circ, \quad E_2(\xi) = \frac{\operatorname{erf}(\sqrt{\alpha_2/a_L} \xi/2)}{\operatorname{erf}(\sqrt{\alpha_2/a_L} \beta/2)}$$

$$\varepsilon = \frac{(1 - S^\circ) f_w(S^\circ) \mu_g}{\mu_g f_w(S^\circ) + \mu_w f_g(S^\circ)}$$

В области  $x > X(t)$  справедливо уравнение (2.3), следовательно, распределение температуры в этой области определяется по формуле

$$T(\xi) = (T_* - T_0) \frac{\operatorname{erfc}(\xi/2\sqrt{a_R})}{\operatorname{erfc}(\beta/2\sqrt{a_R})} + T_0 \quad (2.7)$$

$$a_R = \lambda_R / (\rho C)_R$$

Из соотношения (2.4) в автомодельных переменных находим выражение для функции гидратонасыщенности

$$v(\xi) = \frac{\sigma_2}{\sigma_1} [T(\xi) - T_0] + v_0 \quad (2.8)$$

Интегрируя уравнение (2.5), определяем функцию водонасыщенности

$$S(\xi) = \sigma_3 [v(\xi) - v_0] + S_0 \quad (2.9)$$

Для вычисления распределения давления можно использовать линеаризованное уравнение из системы (2.2)

$$P(\xi) = \frac{P_0}{A} [T(\xi) - T_0] + P_0 \quad (2.10)$$

Далее задача решается аналогично классической задаче Стефана. Полученные точные решения (2.6)–(2.10) подставляются в систему граничных условий на фронте частичной диссоциации, которая в автомодельных переменных имеет вид

$$\begin{aligned} \frac{1}{2} m v_+ \rho_h q \beta &= \lambda_+ \left( \frac{dT}{d\xi} \right)_+ - \lambda_- \left( \frac{dT}{d\xi} \right)_- \\ \frac{k}{\mu_w} \left\{ f_w(S_-) \left( \frac{dP}{d\xi} \right)_- - f_w(S_+) \left( \frac{dP}{d\xi} \right)_+ \right\} &= \frac{1}{2} m \beta \left\{ \frac{\rho_{w0}}{\rho_w} v_+ + S_+ - S_+ v_+ - S_- \right\} \\ \frac{k}{\mu_g} \left\{ f_g(S_-) \left( \frac{dP}{d\xi} \right)_- - f_g(S_+) \left( \frac{dP}{d\xi} \right)_+ \right\} &= \frac{1}{2} m \beta \left\{ \frac{\rho_{g0}}{\rho_{g*}} v_+ - v_+ - S_+ - S_- + v_+ S_+ \right\} \\ P_* &= \frac{P_0}{A} (T_* - T_0) + P_0 \end{aligned} \quad (2.11)$$

Согласно представленным в обеих областях решениям, производные давления и температуры справа и слева от границы зависят от  $\beta$ ,  $T_*$  и  $P_*$ . Значение гидратонасыщенности справа от фронта диссоциации, согласно (2.8), определяется выражением

$$v_+ = \frac{\sigma_2}{\sigma_1} (T_* - T_0) + v_0 \quad (2.12)$$

а водонасыщенность с учетом (2.8) и (2.9)

$$S_+ = \frac{\sigma_3 \sigma_2}{\sigma_1} (T_* - T_0) + S_0 \quad (2.13)$$

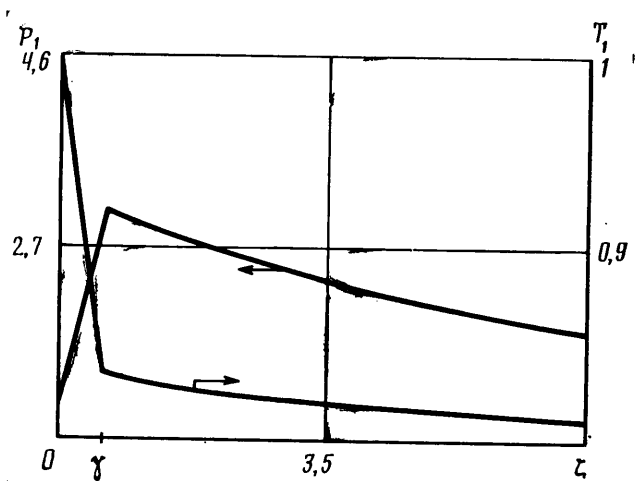
Таким образом, для определения шести неизвестных значений  $\beta$ ,  $T_*$ ,  $P_*$ ,  $S_-$ ,  $v_+$  и  $S_+$  на неподвижной границе имеется шесть соотношений (2.11)–(2.13). Тождественными подстановками, исключая  $P_*$ ,  $S_+$  и  $v_+$ , система (2.11) сводится к системе трех уравнений относительно трех неизвестных  $\beta$ ,  $T_*$  и  $S_-$ . Данная система трансцендентных уравнений решалась численно. Результаты численных расчетов представлены в следующем параграфе.

Рассмотрим такую важную характеристику процесса, как количество продиссоциировавшего гидрата. Очевидно, что размеры области полной диссоциации (слева от фронта) определяют только часть гидрата, разложившегося на составляющие. Его масса определяется величиной

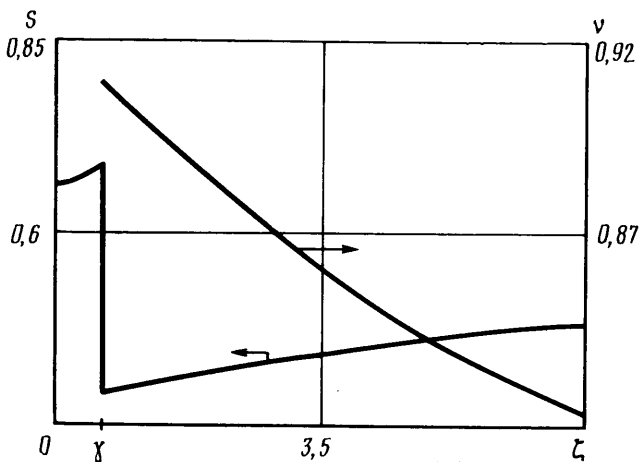
$$M_{h1} = m v_0 \rho_h \gamma, \quad \gamma = \frac{\beta}{2\sqrt{a_L}}$$

Другая часть газового гидрата продиссоциировала в зоне объемных фазовых переходов  $x > X(t)$ , а его масса определяется выражением

$$M_{h2} = m \rho_h \int_{\gamma}^{\infty} (v_0 - v) d\xi, \quad \xi = \frac{\xi}{2\sqrt{a_L}} \quad (2.14)$$



Фиг. 1



Фиг. 2

Подставляя в (2.14) выражения (2.8) и (2.7) и используя интегрирование по частям, получаем окончательное выражение

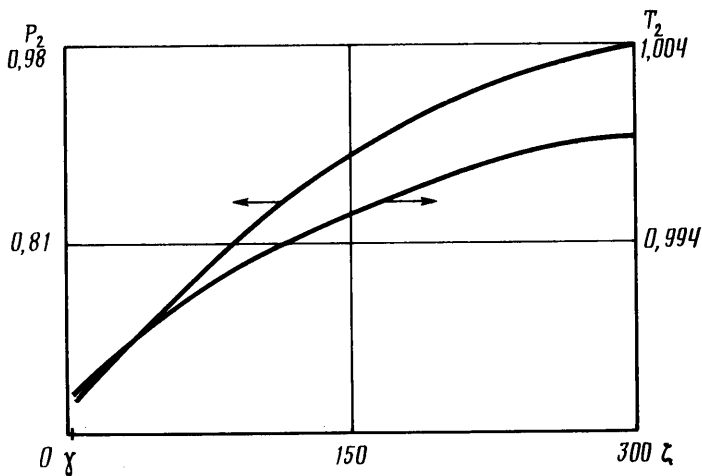
$$M_{h2} = m\rho_h \frac{\sigma_2}{\sigma_1} (T_0 - T_*) \left[ \sqrt{\frac{a_R}{\pi a_L}} \frac{\exp(-\gamma^2 a_L / a_R)}{\operatorname{erfc}(\gamma \sqrt{a_L / a_R})} - \gamma \right]$$

Видно, что  $M_{h2}$  зависит не только от параметров системы, начальных и граничных условий, но содержит также величины  $T_*$  и  $\beta$ , которые находятся в процессе решения.

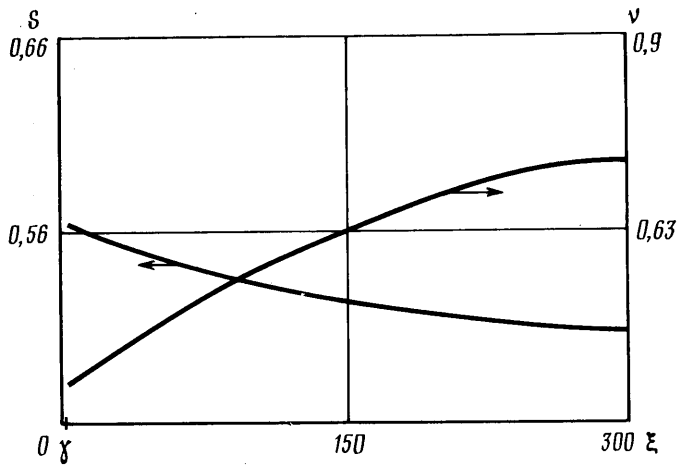
**3. Результаты численных расчетов.** Представленные расчеты проводились при следующих значениях параметров:  $m=0,25$ ,  $R=520$  Дж/кг·К,  $\rho_w=10^3$  кг/м<sup>3</sup>,  $\rho_h=900$  кг/м<sup>3</sup>,  $\rho_s=2 \cdot 10^3$  кг/м<sup>3</sup>,  $\mu_g=1,8 \cdot 10^{-5}$  Па·с,  $\mu_w=1,8 \cdot 10^{-3}$  Па·с,  $\lambda_w=0,58$  Вт/м·К,  $\lambda_g=3,4 \cdot 10^{-2}$  Вт/м·К,  $\lambda_h=2,11$  Вт/м·К,  $A=10$  К,  $\lambda_s=2$  Вт/м·К,  $C_w=4,2 \cdot 10^3$  Дж/кг·К,  $C_s=10^3$  Дж/кг·К,  $B=128$  К,  $C_h=2,5 \cdot 10^3$  Дж/кг·К,  $q=5 \cdot 10^5$  Дж/кг.

Полученные результаты показали наличие двух существенно различных режимов разложения газовых гидратов в пластах. Рассмотрим примеры расчетов при следующих начальных и граничных условиях:  $T_0=273$  К ( $P_0=1,983 \cdot 10^6$  Па),  $v_0=0,8$ ,  $S_0=0,5$ ,  $T^\circ=333$  К,  $P^\circ=1,3 \cdot 10^6$  Па,  $k=$





Фиг. 3



Фиг. 4

$=10^{-17} \text{ м}^2$  (фиг. 1, 2).  $T_1=T/T^\circ$ ,  $P_1=P/P^\circ$ ,  $T_0=277 \text{ К}$  ( $P_0=2,958 \cdot 10^6 \text{ Па}$ ),  $v_0=0,8$ ,  $S_0=0,5$ ,  $T^\circ=333 \text{ К}$ ,  $P^\circ=2 \cdot 10^6 \text{ Па}$ ,  $k=10^{-14} \text{ м}^2$  (фиг. 3, 4),  $T_2=T/T_0$ ,  $P_2=P/P_0$ .

В первом случае, когда проницаемость пласта достаточно мала, решающим фактором, вызывающим разложение гидрата, является нагревание и распределение температуры носит монотонный характер, а давление имеет наибольшее значение на фронте. Это объясняется тем, что на фронте диссоциации выделяются значительные объемы газа, которые из-за низкой проницаемости пласта не успевают оттекать от фронта, что приводит к увеличению давления и образованию гидрата в области перед фронтом (фиг. 2). Образование гидрата в этой области приводит к уменьшению водонасыщенности  $S$ , так как некоторая часть воды входит в кристаллическую структуру гидрата.

При высоких проницаемостях картина меняется (фиг. 3). Разложение гидрата происходит под действием двух факторов: нагревания и сильного падения давления. Распределение давления представляет собой монотонную функцию, а температура имеет наименьшее значение на фронте. Падение давления на фронте диссоциации вызвано высокой проницаемостью

пласта. При этом имеет место разложение гидрата в области гидрат — газ — вода, что соответствует уменьшению функции  $v$  перед фронтом и приводит к высвобождению дополнительных объемов воды (увеличение  $S$ ). Следует отметить, что на фиг. 3 представлены распределения искомым функций только в области смеси, так как характер поведения функций  $T$  и  $P$  в области слева от поверхности диссоциации совпадает с изображенным на фиг. 1, а размеры этой области более чем на три порядка меньше размеров области объемной диссоциации. Переход от одного режима к другому осуществляется при величинах проницаемости  $k \sim 10^{-16} \text{ м}^2$  и зависит также от начальных и граничных условий и параметров задачи.

Для оценки необходимости учета фазовых переходов в протяженной области перед фронтом вычислим отношение  $M_{h_2}/M_{h_1}$ . Так, для случая высоких проницаемостей (фиг. 3)  $M_{h_2}/M_{h_1} = 1071,3$ . Увеличение проницаемости приводит к увеличению этого отношения, а уменьшение  $k$  уменьшает  $M_{h_2}/M_{h_1}$ . Следовательно, количество гидрата, разложившегося в зоне смеси, значительно превосходит количество гидрата, продиссоциировавшего в зоне слева от фронта.

Как отмечалось выше, в предложенных ранее математических моделях диссоциации газовых гидратов в пластах не учитывалась подвижность жидкой фазы. Проведенные расчеты показывают, что для малых гидрато-водонасыщенностей такое предположение вполне допустимо, но может приводить к значительным ошибкам в противном случае. Так, например, для  $S_0 = 0,9$ ,  $v_0 = 0,9$  и  $k = 10^{-11} \text{ м}^2$  значение водонасыщенности в области слева от фронта  $S_- = 0,565$ . Если же использовать предположение о неподвижности воды, то эта величина равна 0,796. Это означает, что увеличение проницаемости приводит к увеличению выноса пластовой воды, получающейся при разложении газового гидрата. В этом случае для оценок потоков газа необходимо использовать полную модель, так как в противном случае ошибка может быть более чем двукратной. Снижение проницаемости приводит к увеличению  $S_-$ , однако при больших значениях  $S_0$  и  $v_0$  это отличие существенно и для малых проницаемостей. Так, при  $S_0 = 0,9$ ,  $v_0 = 0,9$ ,  $k = 10^{-16} \text{ м}^2$  (остальные параметры, см. на фиг. 3) получаем  $S_- = 0,67$ , т. е. отличие от газонасыщенности, полученной при условии неподвижности жидкой фазы, составляет более 50%.

#### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Черский Н. В., Бондарев Э. А. О тепловом методе разработки газогидратных залежей // Докл. АН СССР. 1972. Т. 203. № 3. С. 550–552.
2. Веригин Н. Н., Хабибуллин И. Л., Халиков Г. А. Линейная задача о разложении гидратов газа в пористой среде // Изв. АН СССР. МЖГ. 1980. № 1. С. 174–177.
3. Бондарев Э. А., Максимов А. М., Цыпкин Г. Г. К математическому моделированию диссоциации газовых гидратов // Докл. АН СССР. 1989. Т. 308. № 3. С. 575–577.
4. Selim M. S., Sloan E. D. Heat and mass transfer during the dissociation of hydrates in porous media // AIChE Journal. 1989. V. 35. № 6. P. 1049–1052.
5. Макагон Ю. Ф. Газовые гидраты, предупреждение их образования и использование. М.: Недра, 1985. 232 с.
6. Kamath V. A., Godbole S. P. Evaluation of hot-brine stimulation technique for gas production from natural gas hydrates // J. P. T. 1987. V. 39. № 11. P. 1379–1388.
7. Соловьев В. А., Гинсбург Г. Д. Геотермические исследования в мировом океане в связи с изучением газогидратности // Литология и полезные ископаемые. 1987. № 5. С. 124–125.
8. Седов Л. И. Механика сплошной среды. Т. 1. М.: Наука, 1973. 536 с.

Москва

Поступила в редакцию  
17.XII.1990