

УДК 532.546

© 1991 г.

В. С. НУСТРОВ, О. Ю. ПОЛТАВЕЦ

**ПРОЦЕССЫ ФИЛЬТРАЦИИ СО СМЕНОЙ РЕЖИМА
В ТРЕЩИНОВАТЫХ КОЛЛЕКТОРАХ**

Экспериментальные и промысловые наблюдения свидетельствуют о сильной нелинейной зависимости параметров процессов фильтрации в трещиноватом коллекторе от его напряженного состояния. Для такого коллектора проведен анализ двух задач со сменой граничного условия на скважине – восстановления давления и перехода с постоянного дебита на фиксированное забойное давление. Последняя задача может ставиться, например, с целью не допустить смыкания трещин в призабойной зоне. Для сравнения рассмотрены случаи линейной [1] и нелинейной [2] трещиновато-пористых сред и трещиноватой среды [3], при этом решения получены единообразно с использованием интегрального метода [4].

Нелинейно-упругие режимы фильтрации рассматривались ранее в [3–6], при этом процесс восстановления давления исследовался в линеаризованной постановке. Задачи о смене режима работы скважины для пористого коллектора рассматривались в [7].

1. В безразмерной форме уравнения радиальной фильтрации в нелинейной трещиновато-пористой среде (в дальнейшем обозначается НС) имеют вид [2]

$$a \frac{\partial p_1}{\partial t} = g \Delta p_1^4 + p_2 - p_1, \quad \frac{\partial p_2}{\partial t} = \varepsilon g \Delta p_2 - p_2 + p_1$$

$$a = \frac{a_1}{a_2}, \quad g = \frac{\kappa_1 \tau}{R^2}, \quad \varepsilon = \frac{k_2^\circ}{k_1^\circ} \ll 1, \quad \Delta = \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(r \frac{\partial}{\partial r} \right) \quad (1.1)$$

Здесь p – давление жидкости ($0 < p < 1$), a – коэффициент упругоэластичности, κ – пьезопроводность при максимальной проницаемости k° , соответствующей начальному пластовому давлению $p=1$; τ – характерное время среды, принятое за масштаб времени; R – радиус области фильтрации (масштаб длины); индексы 1 и 2 относятся соответственно к трещинам и блокам.

С целью выяснения влияния нелинейности и блоков единообразно рассматриваются процессы восстановления давлений в НС, трещиноватой среде (в дальнейшем обозначается ТС) с уравнением фильтрации

$$a \partial p / \partial t = g \Delta p^4 \quad (1.2)$$

и трещиновато-пористой линейной среде (ЛС), которой отвечают уравнения (1.1) с заменой Δp_1^4 на Δp_1 . В дальнейшем в целях упрощения изложения поток по блокам не учитывается.

2. В открытой области фильтрации ($p_1 = p_2 = 1$ при $r=1$) при достаточно длительной работе скважины с постоянным дебитом q_0 до остановки процесс описывается стационарным решением уравнений (1.1)

$$p_t^4 = 1 + q_0 \ln r \quad (2.1)$$

В момент закрытия $t=T$ от скважины начинают распространяться зоны нового возмущения с фронтами $\lambda_i = \lambda_i(t)$, в которых профили давле-

ния строятся в виде полиномов, согласующихся на фронтах с (2.1). С точностью до членов второго порядка получим выражения

$$p_1^4 = 1 + q_0 (\ln \lambda_1 - 0,5 + 0,5 r^2 \lambda_1^{-2}) \quad (2.2)$$

$$p_2^4 = 1 + q_0 \left[\ln \lambda_1 - 0,5 + \left(0,5 + \ln \frac{\lambda_2}{\lambda_1} \right) \frac{r^2}{\lambda_2^2} \right]$$

где функции $\lambda_i = \lambda_i(t)$ определяются из интегральных соотношений, соответствующих (1.1).

Уравнение для $\lambda_i = \lambda_i(t)$ имеет вид

$$\frac{d\lambda_1}{dt} = F_1, \quad F_1 = (gq_0 + K) \left\{ a\lambda_1 \left[\frac{8}{5q_0} \left(v^{5/4} - \left(v - \frac{q_0}{2} \right)^{5/4} \right) - \left(v - \frac{q_0}{2} \right)^{1/4} \right] \right\}^{-1} \quad (2.3)$$

$$K = \int_0^{\lambda_1} r(p_2 - p_1) dr, \quad v = 1 + q_0 \ln \lambda_1$$

Рассмотрим сначала асимптотику $\omega = (t - T)/T \ll 1$, поскольку именно она используется при обработке кривых восстановления давления.

С учетом реальных интервалов изменения исходных размерных параметров процесса безразмерный дебит $q_0 \ll 1$ (практически $q_0 \ll 10^{-2}$). В то же время, например, при $R = 500$ м находим $\lambda_1 \geq 10^{-3}$. Меньшие значения λ_1 не имеет смысла рассматривать, поскольку для выбранного R величине $\lambda_1 = 10^{-3}$ соответствует размерная координата фронта 0,5 м. Для $q_0 = 10^{-2}$ и $\lambda_1 = 10^{-3}$ получаем $v \approx 0,93$, следовательно, неравенство $v \gg q_0/2$ является достаточно реальным.

Разлагая в (2.3) выражения $(v - q_0/2)^n$ ($n = 5/4, 1/4$) в ряд, получаем уравнение для λ_1

$$\int_0^{\lambda_1} \lambda_1 v^{-3/4} d\lambda_1 = \frac{8g(t - T)}{a} \quad (2.4)$$

численное решение которого не вызывает затруднений. Полагая в (2.4) $v \approx p_0^4$, где p_0 — давление на скважине в момент ее остановки, находим грубую оценку положения фронта для рассматриваемой асимптотики

$$\lambda_1^2 \approx 16gp_0^3(t - T)/a \quad (2.5)$$

Для ЛС в (2.3)

$$F_1 = [4g + \lambda_2^2 \ln(\lambda_1/\lambda_2) + 0,5(\lambda_2^2 - \lambda_1^2)] / (a\lambda_1)$$

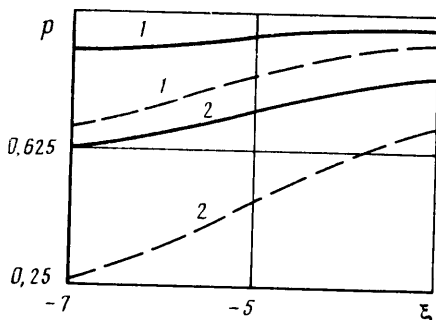
и при $\omega \ll 1$

$$\lambda_1^2 \approx 8g(t - T)/a \quad (2.6)$$

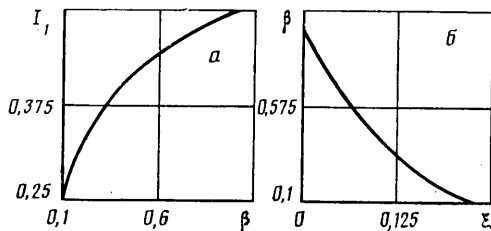
Из (2.5), (2.6) находим, что в ЛС при $p_0 \leq 0,8$ фронт $\lambda_1 = \lambda_1(t)$ движется быстрее, чем в НС. Этот же вывод следует из результатов численного анализа уравнения (2.4) при отказе от предположения $v \approx p_0^4$.

На фиг. 1 изображены кривые восстановления давления $p(\xi)$, $\xi = \lg(t/T - 1)$ (1 — НС, 2 — ЛС; сплошные линии — $q_0 = 0,05$, штриховые — $q_0 = 0,1$) для следующих исходных данных: $R = 500$ м, $\tau = 1800$ с, $g/a = 0,22$ (значение отношения g/a соответствует, например, $a = 0,1$, $\kappa = 3$ м²/с). Момент остановки скважины $T = 5$ выбран таким образом, чтобы во всех средах (НС, ТС и ЛС) к этому времени установилось стационарное распределение давления. По сравнению с бесконечным пластом [8] давление при пуске скважины в конечном открытом пласте снижается медленнее; начальный участок кривой восстановления давления более пологий.

На основании (2.2) можно заключить, что с приходом фронта $\lambda_1 = \lambda_1(t)$



Фиг. 1



Фиг. 2

в положение $r=1$ восстановление давления в основном заканчивается. При $\lambda_1 \rightarrow 1$ из (2.4) следует

$$\lambda_1^2 \approx 16g(t-T)/a$$

отсюда получаем оценку времени t_* окончания процесса восстановления давления

$$t_* - T \approx a/(16g) \quad (2.7)$$

Таким образом, время восстановления давления в НС существенно зависит от отношения a/g . Рост величины этого отношения замедляет фильтрацию. Влияние дебита скважины до ее остановки более слабое, оно сказывается во втором приближении в (2.7). Более позднее закрытие скважины приводит к замедлению восстановления давления вследствие более сильного сжатия трещин таким образом, что разность $t_* - T$ остается примерно постоянной.

В случае ТС уравнение для $\lambda = \lambda(t)$ совпадает с (2.4). Отличие процессов фильтрации состоит в том, что в ТС снижение давления до остановки скважины происходит более интенсивно. Для одного и того же момента времени $t=T$ давление на скважине p_0 в ТС будет ниже, чем в НС. Вследствие этого начальные этапы восстановления давления в ТС и НС различаются, с ростом времени процессы сближаются.

3. Анализ процесса восстановления давления в замкнутом пласте на- чнем со случая ТС, которому соответствует уравнение (1.2).

До остановки скважины пласт работал на истощение, поэтому решение при $t \leq T$ строим в нестационарной форме

$$p^4 = \beta(t) + q_0 (\ln r - 3r^2/2 + 2r^3/3) \quad (3.1)$$

где коэффициенты определены из условий

$$r \frac{\partial p^4}{\partial r} \rightarrow q_0, \quad r \rightarrow 0; \quad \frac{\partial p^4}{\partial r} = \frac{\partial^2 p^4}{\partial r^2} = 0, \quad r=1$$

Функция $\beta = \beta(t)$ в (3.1) убывающая и $\beta(0) = 1 + 5q_0/6$.

Решение уравнения для функции $\beta = \beta(t)$, полученное из интегрального соотношения, отвечающего (1.2), записывается в неявной форме

$$aI_1 = aI - gq_0 t, \quad I_1 = \int_0^1 rp \, dr \quad (3.2)$$

$$I = \int_0^1 u \left[1 + q_0 \left(\frac{5}{6} + \ln u - \frac{3u^2}{2} + \frac{2u^3}{3} \right) \right]^{1/4} du$$

где интеграл I табулируется для различных значений дебита и с высокой степенью точности можно принять $I \approx 0,5$.

Профиль давления после остановки скважины строится аналогично разд. 2

$$p^4 = \beta(t) + q_0 \left[\ln \lambda - \frac{5}{6} + \frac{3}{2} (1 - \lambda^2) \left(\frac{r}{\lambda} \right)^2 - \frac{2}{3} (1 - \lambda^3) \left(\frac{r}{\lambda} \right)^3 \right] \quad (3.3)$$

а положение фронта $\lambda = \lambda(t)$ определяется из уравнения

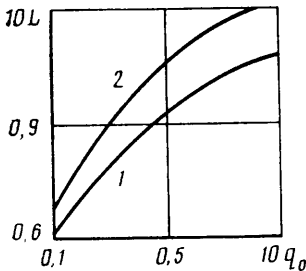
$$a \frac{d}{dt} \int_0^\lambda r p dr - a p(\lambda) \lambda \frac{d\lambda}{dt} = g \lambda \left(\frac{\partial p^4}{\partial r} \right)_{r=\lambda} \quad (3.4)$$

С учетом (3.2) и результатов табулирования интеграла I_1 , который от q_0 практически не зависит, можно рассчитать численно функцию $\beta = \beta(t)$ (фиг. 2, $\xi = (g/a) q_0 t$) и затем по выражению (3.3) — восстановленные давления. Не останавливаясь на последней процедуре (выводы качественно согласуются с приведенными в разд. 2 и в [8]), получим две оценки, имеющие практическое значение, например, для идентификации коллектора — для времени t окончания восстановления давления и соответствующего моменту t давления p_* в пласте. Заметим, что восстановление давления происходит асимптотически при $t \rightarrow \infty$.

При $\lambda \rightarrow 1$ из (3.4) находим приближенно $\beta'(t) \rightarrow 0$, и, согласно (3.3), в пласте устанавливается однородное распределение давления

$$p^4 \approx \beta(t) - 5q_0/6 \quad (3.5)$$

Следовательно, восстановление давления в ТС в основном заканчивается к моменту прихода фронта $\lambda = \lambda(t)$ в положение $r = 1$. Из (3.2) с учетом (3.5) находим



Фиг. 3

$$t_* \approx \frac{a(0,5 - L)}{g q_0},$$

$$L = \int_0^1 r \left[p_*^4 + q_0 \left(\ln r + \frac{5}{6} - \frac{3}{2} r^2 + \frac{2}{3} r^3 \right) \right]^{1/4} dr$$

где интеграл L табулируется (фиг. 3, $p_* = 0,2$ и $0,8$ — кривые 1 и 2).

Неизвестное давление $p = p_*$ определяется из уравнения баланса массы с учетом того, что для рассматриваемой модели коллектора проницаемость и пористость трещин меняются вследствие их упругой деформации по законам $k_1 = k_1^\circ p_1^3$, $m_1 = m_1^\circ p_1$. Имеем

$$p_* = 1 - n q_0 T / m_1^\circ, \quad n = k_1^\circ \tau (p^\circ - \sigma) / (2\mu R^2) \quad (3.6)$$

Здесь μ — вязкость жидкости, p° — размерное начальное пластовое давление, σ — критическое значение давления, соответствующее смыканию трещин [2].

Для НС давления p_1 , p_2 при $t \leq T$ записываются аналогично (3.1) с соответствующими функциями $\beta_1(t)$, $\beta_2(t)$, решение для которых полу-

чается в неявной форме аналогично [8]

$$I_i = f_i(t), \quad I_i = \int_0^1 r p_i dr, \quad s = -\frac{1+a}{a}$$

$$f_1(t) = 0,5 + gq_0 [\exp(st) - (1+a)t - 1] (1+a)^{-2}$$

$$f_2(t) = 0,5 - gq_0 [a \exp(st) + (1+a)t - a] (1+a)^{-2} \quad (3.7)$$

Сравнивая зависимости (3.2) и (3.7), можно показать, что интеграл I_1 для ТС меньше или равен I_1 для НС. Отсюда с учетом характера зависимости $I_1 = I_1(\beta)$ (фиг. 2, а) находим $\beta(t) < \beta_1(t)$ для $t > 0$. Следовательно, при работе скважины с одинаковым дебитом в ТС и НС давление в НС снижается медленнее, что объясняется влиянием блоков.

После остановки скважины давление p_1 при $r \leq \lambda_1$ имеет вид (3.3) с заменой $\beta(t)$ на $\beta_1(t)$, λ на λ_1 , поэтому в первом приближении можно принять, что восстановление давления в НС заканчивается с приходом фронта $\lambda_1 = \lambda_1(t)$ в положение $r = 1$. Согласно (3.7), время $t = t_*$ окончания процесса определяется из уравнения $f_1(t_*) = L$.

При достаточно длительной работе скважины $t_* \gg 1$ и

$$f_1(t_*) \approx 0,5 - gq_0 t_* / (1+a)$$

откуда

$$t_* \approx (1+a) (0,5 - L) / (gq_0)$$

Условие баланса массы для ясности запишем в размерной форме после сокращения на $\pi R^2 h \rho$, где h — мощность пласта, ρ — плотность жидкости. Используя одинаковые обозначения размерных и безразмерных параметров, получаем уравнение

$$m_1^\circ + m_2^\circ - 2 \frac{k_1^\circ}{\mu} \left[\left(\frac{p_1 - \sigma}{p^\circ - \sigma} \right)^3 r \frac{\partial p_1}{\partial r} \right]_{r=0} \frac{T}{R^2} =$$

$$= \left(1 + \frac{p_* - p^\circ}{K_p} \right) \left[m_1^\circ \frac{p_* - \sigma}{p^\circ - \sigma} + m_2^\circ \left(1 + \frac{p_* - p^\circ}{K_m} \right) \right] \quad (3.8)$$

где K_p, K_m — модули упругости жидкости и блоков. Отсюда с точностью до членов второго порядка малости находим безразмерное давление p_* для НС

$$p_* \approx 1 - a n q_0 T / [m_1^\circ (1+a)] \quad (3.9)$$

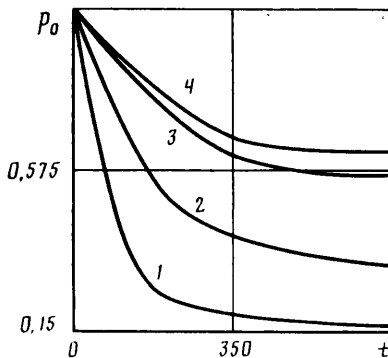
В ЛС трещины предполагаются слабдеформируемыми, как поры блоков, поэтому в (3.8) выражение $(p_1 - \sigma)^3 / (p^\circ - \sigma)^3$ должно быть заменено на единицу, а вместо слагаемого $m_1^\circ (p_* - \sigma) / (p^\circ - \sigma)$ следует писать $m_1^\circ [1 + (p_* - p^\circ) / K_m]$. Выражение для p_* имеет вид

$$p_* \approx 1 - 4 a n q_0 T / m_1^\circ \quad (3.10)$$

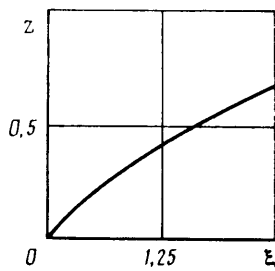
Сравнивая (3.6), (3.9), (3.10), можно сделать следующие физические ясные выводы.

В НС восстанавливается давление p_* большее, чем в ТС и ЛС. С ростом параметра a давление в НС приближается к p_* в ТС, при уменьшении a — к p_* в ЛС. При $a > 0,25$ в ЛС устанавливается давление меньшее, чем в ТС.

4. Аналогично восстановлению давления для упругосжимаемых трещиноватых коллекторов можно исследовать другие процессы со сменой граничного условия на скважине, введенные в [7] для пористого коллектора, например переход с постоянного дебита q_0 на постоянное забойное



Фиг. 4



Фиг. 5

давление p_0 и обратный переход. Ограничимся анализом фильтрации в первом случае, поскольку такой процесс имеет особое значение для рассматриваемого коллектора. Он может быть предпринят с целью не допустить смыкания трещин в призабойной зоне.

При работе скважины в бесконечной ТС с постоянным дебитом q_0 профиль давления с точностью до членов третьего порядка имеет вид [8]

$$p^4 = 1 + q_0 \left[\frac{5}{6} + \ln \frac{r}{l} - \frac{3r^2}{2l^2} + \frac{2r^3}{3l^3} \right] \quad (4.1)$$

$$l^2 = ct, \quad c = q_0 / [a(0,5 - I)]$$

где интеграл I указан в (3.2).

На фиг. 4 показано падение давления на скважине для примера в [8]. Размерный дебит равен 100 т/сут, на горизонтальной оси на фиг. 4 указано время в сутках. С ростом параметра a зависимости для ТС и НС сближаются, для $a \geq 1$ отклонение не превышает 5%. Кривые 1, 2, 3 соответствуют ЛС, ТС, НС в случае $a=0,1$, кривая 4 — НС в случае $a=10$.

Начиная с момента $t=T$ на скважине безразмерного радиуса r_0 удерживается постоянным достигнутое к этому времени давление

$$p_0^4 \approx 1 + q_0 \left[\frac{5}{6} + \ln \frac{r_0}{l(T)} \right]. \quad (4.2)$$

Распределение давления в зоне возмущения $r \leq \lambda(t)$ определяется выражением

$$p^4 = \alpha \ln \left(\frac{r}{r_0} \right) + p_0^4 + \frac{\gamma r^2}{\lambda^2} + \frac{\delta r^3}{\lambda^3} \quad (4.3)$$

$$\alpha = 2\gamma + 6\delta - \psi, \quad \gamma = 1/4(\varphi + \psi - 9\delta), \quad f = p(r/l=z) - p_0^4$$

$$\sigma = [4(f + \psi\omega) - (1 + 2\omega)(\varphi + \psi)] / (-5 + 6\omega), \quad \omega = \ln(\lambda/r_0)$$

$$\varphi = q_0(1 - 3z^2 + 2z^3), \quad \psi = q_0(-1 - 3z^2 + 4z^3), \quad z = \lambda/l$$

Положение фронта $\lambda = \lambda(t)$ находится из уравнения

$$a \left[\frac{d}{dt} (J_1 \lambda^2) - \frac{1}{2} p(z) \frac{d\lambda^2}{dt} \right] = \varphi - \alpha \quad (4.4)$$

$$J_1 = \int_0^1 u \left[\alpha \ln \left(\frac{u}{u_0} \right) + p_0^4 + \gamma u^2 + \delta u^3 \right]^{1/4} du$$

Для сравнения заметим, что при восстановлении давления [8] аналогичное (4.4) уравнение не содержит в правой части слагаемого $-\alpha$; отличаются также профили давления в зоне $r \leq \lambda(t)$.

В (4.4) интеграл $J_1 \rightarrow 0$ при $z \rightarrow 0$, а при $z \rightarrow 1$ имеем $J_1 \rightarrow 0,5$. Из результатов табулирования, которое выполнялось для $0 < p_0 < 1$, $0,001 < q_0 < 0,5$ и $0 < z < 1$, следует, что зависимость от q_0 , p_0 весьма слабая (так что ею можно пренебречь) по сравнению с зависимостью от z , причем уже для $z \geq 0,01$ получается $J_1 > 0,45$. Поэтому в (4.4) для $z \geq 0,01$ можно принять $J_1 \approx 0,5$. Численное решение полученного уравнения для $z = z(t)$ не вызывает затруднений (фиг. 5, где $\xi = \ln(t/T)$), зависимость решения от q_0 слабая.

Практический интерес представляет изменение дебита $q(t)$ скважины после смены режима. Согласно (4.3)

$$q(t) \approx \alpha \quad (4.5)$$

Используя выражения коэффициентов из (4.3), получаем

$$q(t) \approx 6(1 - p_0^4 + q_0 \ln z) / (-5 + 6\omega) \quad (4.6)$$

или с учетом (4.2)

$$q(t)/q_0 \approx 1 - 3 \ln(t/T) / (-5 + 6\omega) \quad (4.7)$$

Поскольку дебит скважины при $t \geq T$ убывает, то в (4.7) $-5 + 6\omega > 0$, откуда следует ограничение на положение фронта $\lambda(t)/r_0 > \exp(5/6) \approx 2,3$, выполняющееся вскоре после смены режима.

Для НС функция p_1^4 определяется выражением (4.1) при $0 \leq t \leq T$ и (4.3) при $t > T$ с подстановкой нижнего индекса единица. В случае ЛС эти же выражения определяют давление в трещинах p_1 . Следовательно, дебит скважины в НС и ЛС также имеет вид (4.5) $q \approx \alpha_i$ или (4.6), (4.7) с заменой z на z_1 , а ω на ω_1 . Процессы фильтрации в указанных средах отличаются движением фронтов $l^2 = ct$, где параметр c в случае НС определяется выражением в (4.1) с заменой a на $1+a$, в случае ЛС $-c = 10/[3(1+a)]$.

Для ТС расчет зависимости $q = q(t)$ производится с использованием фиг. 5; в первом приближении найденная зависимость может применяться и в случае НС.

Для конечной замкнутой области анализ процесса выполняется аналогично. Для конечной открытой области задача о смене режима не имеет смысла, поскольку при длительной работе скважины дебит и забойное давление будут постоянными.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Баренблатт Г. И., Енгов В. М., Рыжик В. М. Теория нестационарной фильтрации жидкости и газа. М.: Наука, 1972. 288 с.
2. Бувевич Ю. А. Структурно-механические свойства и фильтрация в упругом трещиновато-пористом материале // Инж.-физ. 1984. Т. 46. № 4. С. 593-600.
3. Желтов Ю. П. О движении однофазной жидкости в деформируемых трещиноватых породах с чисто трещинной пористостью // ПМТФ. 1961. № 6. С. 187-189.
4. Бан А., Богомолова А. Ф., Максимов В. А. и др. Влияние свойств горных пород на движение в них жидкости. М.: Гостоптехиздат, 1962. 275 с.
5. Авакян Э. А., Горбунов А. Т., Николаевский В. Н. Нелинейно-упругий режим фильтрации жидкости в трещиновато-пористых пластах // Теория и практика добычи нефти. М.: Недра, 1968. С. 165-173.
6. Николаевский В. Н., Басниев К. С., Горбунов А. Т., Зотов Г. А. Механика насыщенных пористых сред. М.: Недра. 1970. 355 с.
7. Алишаев М. Г. Анализ перехода от постоянного дебита на фиксированное забойное давление при упругом режиме добычи нефти // Изв. АН СССР. МЖГ. 1985. № 2. С. 82-87.
8. Нустров В. С. Процессы восстановления давления в трещиноватых коллекторах // Изв. АН СССР. МЖГ. 1990. № 5. С. 77-83.