

УДК 582.517.4

© 1991 г.

В. А. КОВАЛЕВ, А. Е. ОРДАНОВИЧ

**ТЕОРЕТИЧЕСКОЕ ИССЛЕДОВАНИЕ КОГЕРЕНТНЫХ СТРУКТУР
В СТРАТИФИЦИРОВАННОМ ТУРБУЛЕНТНОМ ТЕЧЕНИИ
В КАНАЛЕ**

В последнее время накоплен значительный экспериментальный материал, свидетельствующий о наличии в турбулентных потоках крупномасштабных образований, получивших название когерентных структур. Один из примеров ситуаций, при которых в турбулентных потоках могут возникать хорошо наблюдаемые и долгоживущие структуры – течения в горизонтальных каналах температурно-стратифицированной жидкости [1–3]. При неустойчивой стратификации в таких каналах могут возникать упорядоченные структуры с осью, направленной вдоль потока, – продольные вихревые жгуты. Эти образования имеют размеры порядка толщины потока, сосредоточивают в себе значительную часть турбулентной энергии и играют важную роль в перемешивании жидкости и переносе тепла.

В работе построена теоретическая модель турбулентного стратифицированного потока в плоском горизонтальном канале с учетом возникающих в нем когерентных структур описанного выше типа. Из турбулентности потока выделяется ее упорядоченная часть, для описания которой выводятся уравнения типа уравнений Рейнольдса. Оставшаяся часть турбулентности учитывается параметрически в виде эффективного коэффициента обмена. Течение разбивается на ядро, в котором упорядоченные структуры проявляются достаточно ярко, и пристенные зоны, в которых упорядоченные крупномасштабные структуры проявляются слабо. Для изучения когерентных структур в ядре потока используется подход, аналогичный применявшемуся уже при моделировании упорядоченных структур в открытых потоках [4]. Для описания турбулентности в пристенной зоне используется теория подобия Момина – Обухова.

Для вывода уравнений, описывающих когерентные структуры, будем считать, следуя [4], что все характеристики потока можно записать в виде

$$f(x, t) = [f(x, t)] + f^{\circ}(x, t) + f'(x, t) \quad (1)$$

$$f^{\circ}(x, t) = \langle f(x, t) \rangle - [f(x, t)]$$

где x – вектор пространственных координат, t – время, $[f(x, t)]$ – среднее значение в обычном смысле, $f^{\circ}(x, t)$, $f'(x, t)$ – упорядоченная и мелкомасштабная составляющие пульсационного движения. Угловыми скобками обозначено условное или фазовое осреднение, используемое для выделения составляющей f° .

Системы уравнений, описывающие поведение различных составляющих движения, могут быть получены из уравнений Навье – Стокса, уравнения притока тепла и уравнения неразрывности после представления всех величин в виде (1) и применения соответствующих операторов осреднения. Для модели температурно-стратифицированной жидкости в приближении Буссинеска системы уравнений для средних и упорядоченных составляющих движения имеют вид [5, 6]

$$[u_j] \frac{\partial [u_i]}{\partial x_j} = - \frac{\partial [p]}{\partial x_i} + \nu \frac{\partial^2 [u_i]}{\partial x_j \partial x_j} - \frac{\partial}{\partial x_j} [u_i^{\circ} u_j^{\circ}] + \frac{\partial [r_{ij}]}{\partial x_j} + g\beta [T] \delta_{3i} \quad (2)$$

$$[u_j] \frac{\partial [T]}{\partial x_j} = \lambda \frac{\partial^2 [T]}{\partial x_j \partial x_j} - \frac{\partial}{\partial x_j} [T^\circ u_j^\circ] - \frac{\partial}{\partial x_j} [q_j] \quad (3)$$

$$\frac{\partial u_i^\circ}{\partial t} + [u_j] \frac{\partial u_i^\circ}{\partial x_j} + u_j^\circ \frac{\partial [u_i]}{\partial x_j} = - \frac{\partial p^\circ}{\partial x_i} + \nu \frac{\partial^2 u_i^\circ}{\partial x_j \partial x_j} + \frac{\partial r_{ij}^\circ}{\partial x_j} + \frac{\partial}{\partial x_j} ([u_i^\circ u_j^\circ] - u_i^\circ u_j^\circ) + g\beta T^\circ \delta_{is} \quad (4)$$

$$\frac{\partial [u_i]}{\partial x_i} = \frac{\partial u_i^\circ}{\partial x_i} = 0 \quad (5)$$

$$\frac{\partial T^\circ}{\partial t} + [u_j] \frac{\partial T^\circ}{\partial x_j} + u_j^\circ \frac{\partial [T]}{\partial x_j} = \lambda \frac{\partial^2 T^\circ}{\partial x_j \partial x_j} + \frac{\partial}{\partial x_j} ([T^\circ u_j^\circ] - T^\circ u_j^\circ) - \frac{\partial q_j^\circ}{\partial x_j} \quad (6)$$

$$[r_{ij}] = -[u_i' u_j'], \quad r_{ij}^\circ = [u_i' u_j'] - \langle u_i' u_j' \rangle, \quad [q_j] = [T' u_j']$$

$$q_j^\circ = \langle T' u_j' \rangle - [T' u_j'], \quad \delta_{ij} = 1, \quad i=j; \quad \delta_{ij} = 0, \quad i \neq j$$

Здесь $u_i(x, t)$ ($i=1, 2, 3$) — компоненты скорости, $T(x, t)$ — отклонение от средней температуры $T_c - \Theta$, где T_c и $T_c - 2\Theta$ — соответственно температура нижней и верхней стенок канала, $p(x, t)$ — кинематическое давление, ν и λ — соответственно коэффициенты молекулярной вязкости и температуропроводности, β — коэффициент термического расширения, g — ускорение силы тяжести. Ось x_3 направлена вертикально вверх, ось x_1 — по направлению среднего течения, горизонтальная ось x_2 — перпендикулярна осям x_1 и x_3 . Начало координат помещено в центр канала.

Уравнения, описывающие мелкомасштабную турбулентность, не рассматриваются, а для определения рейнольдсовых напряжений, возникающих в уравнениях для среднего движения и упорядоченных структур, используются полуэмпирические гипотезы замыкания, аналогичные гипотезе Буссинеска о эффективном коэффициенте вязкости [5]

$$[r_{ij}] - \frac{1}{3} [r_{kk}] \delta_{ij} = \nu_T \left(\frac{\partial [u_i]}{\partial x_j} + \frac{\partial [u_j]}{\partial x_i} \right), \quad [q_j] = -\lambda_T \frac{\partial [T]}{\partial x_j} \quad (7)$$

$$r_{ij}^\circ - \frac{1}{3} r_{kk}^\circ \delta_{ij} = \nu_T \left(\frac{\partial u_i^\circ}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j^\circ}{\partial x_i} \right), \quad q_j^\circ = -\lambda_T \frac{\partial T^\circ}{\partial x_j}$$

В ядре, как и в открытых потоках, считается для упрощения, что коэффициенты турбулентного обмена ν_T , λ_T не зависят от координат и времени. Поскольку ν_T и λ_T много больше молекулярных коэффициентов обмена ν и λ , последними пренебрегается. Для вычисления ν_T используется интегральный подход к определению коэффициента турбулентной вязкости

$$\nu_T = C \varepsilon^{1/3} h^{4/3} \quad (8)$$

$$\varepsilon = \frac{1}{V} \int_V \left([r_{ij}] \frac{\partial [u_i]}{\partial x_j} + [r_{ij}^\circ] \frac{\partial u_i^\circ}{\partial x_j} \right) + g\beta [q_s] \, d\Omega \quad (9)$$

где ε — средняя скорость диссипации турбулентной энергии в ядре потока, h — полуширина ядра потока, C — эмпирическая постоянная. Величина ε находится из осредненного уравнения баланса турбулентной энергии, где V — характерный объем — параллелепипед, горизонтальные грани которого ограничивают ядро потока. Диффузией турбулентной энергии через границу области V в соотношении (9) пренебрегается по сравнению с другими членами.

В потоке выделяются два пристенных слоя, которые по своим свойствам существенно отличаются от ядра потока. Во-первых, вблизи стенки

турбулентность существенно неоднородна. В частности, профили средней скорости и температуры имеют очень большие градиенты. Во-вторых, многие важные характеристики, такие, как потоки количества движения и тепла, мало меняются вблизи стенки. В-третьих, постоянные времени и масштаба длины, характеризующие временную и пространственную изменчивость вблизи стенки, много меньше соответствующих масштабов, характеризующих изменчивость процессов в ядре потока. Это позволяет считать турбулентность пристенной зоны локально «приспособленной» к процессам, происходящим в ядре. Указанные соображения дают возможность не записывать для пристенной зоны дифференциальные уравнения, а использовать для ее описания теорию подобия Мони́на — Обухова.

В соответствии с этой теорией совокупность параметров u_* , $Q/(c_p \rho)$, $g\beta$, z , где $u_* = \sqrt{\tau/\rho}$ — скорость трения, ρ — средняя плотность, c_p — теплоемкость при постоянном давлении, τ — напряжение трения, Q — вертикальный турбулентный поток тепла, z — расстояние от твердой поверхности, полностью определяет состояние пристенного слоя. При этом под внешними параметрами u_* и Q понимаются следующие величины:

$$u_* = \sqrt[4]{\langle r_{13} \rangle^2 + \langle r_{23} \rangle^2}, \quad Q/(c_p \rho) = \langle q_3 \rangle \quad (10)$$

где $\langle r_{13} \rangle$, $\langle r_{23} \rangle$, $\langle q_3 \rangle$ вычисляются на границе ядра потока.

Безразмерные характеристики турбулентности в пристенных областях являются универсальными функциями параметра стратификации $\xi = z/L$, где $L = -u_*^2/(\kappa^2 g\beta T_*)$ — масштаб длины Мони́на — Обухова, $T_* = -Q/(\kappa c_p \rho u_*)$ — масштаб температуры, κ — постоянная Кармана. В соответствии с теорией подобия градиенты скорости и температуры выражаются через универсальные функции $\varphi_u(\xi)$ и $\varphi_\theta(\xi)$. В этом случае для коэффициентов турбулентной вязкости и температуропроводности имеют место следующие соотношения:

$$k_T = \kappa u_* z / \varphi_u(\xi), \quad \chi = \kappa u_* z / \varphi_\theta(\xi)$$

Толщина пристенного слоя δ определяется из условия равенства коэффициентов турбулентного обмена в ядре и пристенной зоне

$$v_T = \kappa u_* \frac{\delta}{\varphi_u(\delta/L)} \quad (11)$$

Считается, что турбулентное число Прандтля P_T в ядре равно своему значению на границе пристенного слоя

$$P_T = \frac{1}{\alpha_T} = \frac{\varphi_\theta(\delta/L)}{\varphi_u(\delta/L)}$$

В модели считается, что на границе ядра потока и пристенного слоя потоки количества движения и тепла, компоненты скорости и температуры непрерывны. В этом случае из теории подобия для величин, характеризующих ядро потока на расстоянии δ от нижней стенки, имеют место соотношения

$$\langle r_{13} \rangle = c_u \langle u_1 \rangle u_r, \quad \langle r_{23} \rangle = c_u \langle u_2 \rangle u_r, \quad \langle u_3 \rangle = 0 \quad (12)$$

$$\langle q_3 \rangle = -c_\theta \langle T - \Theta \rangle u_r, \quad u_r = \sqrt{\langle u_1 \rangle^2 + \langle u_2 \rangle^2}$$

которые в дальнейшем можно рассматривать как граничные условия для уравнений, записанных для ядра потока. Здесь c_u и c_θ — коэффициенты сопротивления и теплопередачи пристенного слоя

$$c_u = \kappa^2 / F_u^2, \quad c_\theta = \kappa^2 / (F_u F_\theta) \quad (13)$$

где F_u и F_v выражаются через первообразные от функций φ_u и φ_v , параметр L и уровень шероховатости z_0 . Отметим, что все параметры, характеризующие пристенный слой, выражаются через величины u_* , T_* , v_T и α_T .

Таким образом, для описания когерентных структур в ядре потока получена замкнутая система уравнений, содержащая единственную эмпирическую константу C . Она состоит из уравнений движения для средних и упорядоченных составляющих (2)–(6), гипотез замыкания (7)–(9), алгебраических соотношений (11), (13) и нелинейных граничных условий (12).

При моделировании упорядоченных структур в стратифицированном турбулентном потоке в плоском горизонтальном канале принимается ряд упрощений. Считается, в частности, что жидкость в канале высотой $2H$ не ограничена по горизонтали и ограничена сверху и снизу жесткими шероховатыми идеально проводящими тепло стенками. Полагается, что в канале поддерживается постоянный градиент среднего давления по оси $x_1 - \partial[p]/\partial x_1 = B$. Среднее течение считается стационарным и однородным по координатам x_1 и x_2

$$[u_1] = U(x_3), [T] = T_b(x_3), [u_k] = 0, \partial[f]/\partial x_k = 0 \quad (14)$$

где $k=1; 2$ а f – некоторая характеристика потока. Упорядоченное движение считается неслучайным, имеющим вид продольных вихревых жгутов, и рассматривается на фоне полностью развитого турбулентного течения. Указанные соображения позволяют искать решение в виде волны по переменной x_2 конечной амплитуды с некоторым волновым числом $\alpha = 2\pi h/\lambda_n$, где λ_n – период структур $h=H-\delta$.

Система уравнений для ядра потока в этом случае после приведения к безразмерной форме принимает вид

$$\mu \frac{d^2 u}{dz^2} - \mu^2 \frac{d}{dz} [u^\circ w^\circ] = -1, \quad \alpha_T \frac{d^2 \theta}{dz^2} - \frac{d}{dz} [\theta^\circ w^\circ] = 0 \quad (15)$$

$$\frac{\partial v^\circ}{\partial y} + \frac{\partial w^\circ}{\partial z} = 0 \quad (16)$$

$$\frac{\partial u^\circ}{\partial t} + \frac{w^\circ}{\mu} \frac{du}{dz} - \Delta u^\circ = L(u^\circ) \quad (17)$$

$$\frac{\partial w^\circ}{\partial t} + \frac{\partial P^\circ}{\partial z} - \Delta w^\circ - \frac{\theta^\circ}{F\mu^2} = L(w^\circ)$$

$$\frac{\partial v^\circ}{\partial t} + \frac{\partial P^\circ}{\partial y} - \Delta v^\circ = L(v^\circ)$$

$$\frac{\partial \theta^\circ}{\partial t} + w^\circ \frac{d\theta}{dz} - \alpha_T \Delta \theta^\circ = L(\theta^\circ) \quad (18)$$

$$\mu^2 = C^2 \int_0^1 \left\{ \left(\frac{du}{dz} \right)^2 + \frac{\alpha_T}{F} \frac{d\theta}{dz} + [V_u] \right\} dz$$

$$V_u = \left(\frac{\partial u^\circ}{\partial y} \right)^2 + \left(\frac{\partial u^\circ}{\partial z} \right)^2 + 2 \left(\frac{\partial v^\circ}{\partial y} \right)^2 + 2 \left(\frac{\partial w^\circ}{\partial z} \right)^2 + \left(\frac{\partial v^\circ}{\partial z} + \frac{\partial w^\circ}{\partial y} \right)^2 \quad (19)$$

$$L(f^\circ) = v^\circ \frac{\partial f^\circ}{\partial y} + w^\circ \frac{\partial f^\circ}{\partial z} - \left[v^\circ \frac{\partial f^\circ}{\partial y} + w^\circ \frac{\partial f^\circ}{\partial z} \right]$$

$$\Delta f^\circ = \frac{\partial^2 f^\circ}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 f^\circ}{\partial z^2}, \quad P^\circ = \frac{3p^\circ - r_{hh}}{3U_*^2}, \quad U_0 = \sqrt{Bh}$$

$$\mu = \frac{\nu_T}{U_0 h}, \quad F = \frac{U_0^2}{g\beta\Theta h}, \quad u(z) = \frac{U}{U_0}, \quad \theta(z) = \frac{T_b}{\Theta}, \quad x = \frac{x_1}{h}$$

$$y = \frac{x_2}{h}, \quad z = \frac{x_3}{h}, \quad u^\circ = \frac{u_1^\circ}{U_*}, \quad v^\circ = \frac{u_2^\circ}{U_*}, \quad w^\circ = \frac{u_3^\circ}{U_*}, \quad \theta^\circ = \frac{T^\circ}{\Theta}$$

Здесь x, y, z — безразмерные координаты, u и θ — безразмерные профили средней скорости и температуры, $u^\circ, v^\circ, w^\circ, \theta^\circ$ — безразмерные профили упорядоченных составляющих. В качестве характерного масштаба длины выбрано h , температуры — Θ , скорости — $U_* = \nu_T/h$, времени — h/U_* , давления — U_*^2 .

К полученной системе уравнений (15)–(19) необходимо добавить соответствующие граничные условия для средних величин и упорядоченных структур. При $z = -1$

$$\frac{du}{dz} = c_u u U_r, \quad \alpha_T \frac{d\theta}{dz} = c_\theta (\theta - 1) U_r, \quad (20)$$

$$\frac{\partial u^\circ}{\partial z} = c_u u^\circ U_r, \quad \frac{\partial v^\circ}{\partial z} = c_u v^\circ U_r, \quad w^\circ = 0 \quad (21)$$

$$\frac{\partial \theta^\circ}{\partial z} = c_\theta \theta^\circ U_r, \quad U_r = [\sqrt{(u/\mu + u^\circ)^2 + (v^\circ)^2}]$$

Компоненты тензора напряжений $\langle r_{13} \rangle, \langle r_{23} \rangle$ при $z = -1$ определяются следующими выражениями:

$$\langle r_{13} \rangle = \frac{U_*}{\mu} \frac{du}{dz} + U_*^2 \frac{\partial u^\circ}{\partial z}, \quad \langle r_{23} \rangle = U_*^2 \left(\frac{\partial v^\circ}{\partial z} + \frac{\partial w^\circ}{\partial y} \right) \quad (22)$$

Коэффициенты сопротивления пристенного слоя c_u , теплопередачи c_θ и толщина пристенной зоны δ находятся из соотношений (10), (11), (13), (22). Аналогично выписываются граничные условия при $z = 1$.

Сформулированная задача моделирования когерентных структур для развитой турбулентности зависит от двух внешних параметров — параметра стратификации F и параметра шероховатости $E_0 = z_0/H$.

При неустойчивой стратификации универсальные функции Φ_u и Φ_θ имеют сложный вид [5]. В данной работе использованы формулы Казанского и Моница

$$\Phi_u = (1 - \gamma_u \xi)^{-1/2}, \quad \Phi_\theta = \frac{1}{\alpha_H} (1 - \gamma_\theta \xi)^{-1/2} \quad (23)$$

Здесь α_H — обратное число Прандтля при нейтральной стратификации, γ_u и γ_θ — эмпирические постоянные. Тогда для F_u и F_θ получаем следующие соотношения [7]:

$$F_u = \ln \frac{\delta}{z_0} - \Phi_u \left(\frac{\delta}{L} \right), \quad F_\theta = \ln \frac{\delta}{z_0} - \Phi_\theta \left(\frac{\delta}{L} \right) \quad (24)$$

$$\Phi_i(\xi) = 1,5 \ln \frac{x_i^2 + x_i + 1}{3} - \sqrt{3} \arctg \frac{x_i - 1}{\sqrt{3}(x_i + 1)} \quad (i = u, \theta)$$

$$\Phi_\theta(\xi) = 1,5 \ln \frac{x_\theta^2 + x_\theta + 1}{3} - \sqrt{3} \arctg \frac{x_\theta - 1}{\sqrt{3}(x_\theta + 1)} \quad (25)$$

$$x_u = (1 - \gamma_u \xi)^{1/2}, \quad x_\theta = (1 - \gamma_\theta \xi)^{1/2}$$

Таким образом, задача моделирования упорядоченных движений сводится к поиску автоколебательных устойчивых решений системы (15)–

(21), которая замыкается с помощью соотношений (10), (11), (13) и (22) – (25).

При заданных внешних параметрах F и E_0 автоколебательные решения этой системы находятся с помощью модифицированного метода Стюарта – Ватсона. Для неизвестных коэффициентов μ , α_1 , c_u , c_θ и других характеристик пристенного слоя вводятся в соответствии с этим методом разложения по амплитуде упорядоченных движений. Так, $\mu = \mu_0(1 + \mu_2|A|^2 + \dots)$.

Решение задачи ищется в виде разложения в ряд Фурье по однородной координате y и в ряд по степеням амплитуды [4, 8]. Конкретный вид уравнений для продольных вихревых жгутов приведен в работе [7]. Под оператором $[j]$ в этом случае следует понимать осреднение по волновой переменной αy , где α – волновое число. Численные расчеты проводились методом Рунге – Кутты с использованием процедуры ортогонализации для подавления быстро растущего решения и нахождения поправок алгебраическим методом [8].

В рассматриваемой задаче имеет место мягкий режим возбуждения автоколебаний. Волновое число α определялось из условия максимального роста упорядоченных составляющих по линейной теории, что основано на аналогии с постановкой задач в теории устойчивости ламинарных течений. Критерием выбора константы C служило условие совпадения распределения коэффициента турбулентного обмена, построенного по формулам (19), с экспериментальными данными для безразличной стратификации. Для течения в горизонтальном канале это условие дает $0,09 < C < 0,14$. Эмпирические константы κ , α_n , γ_u , γ_θ в универсальных функциях (23) брались из [9] и равнялись $\kappa = 0,4$, $\alpha_n = 1,35$, $\gamma_u = 10$, $\gamma_\theta = 30$.

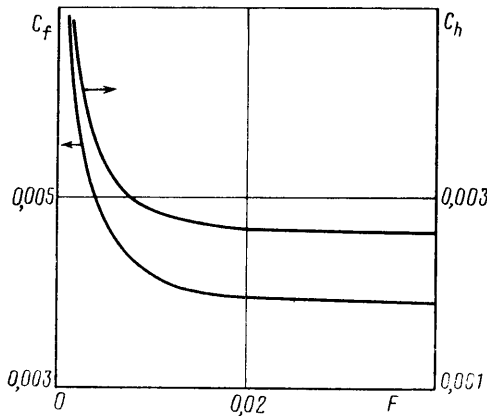
При решении полученной системы уравнений возникает новая линейная задача, связанная со специфическими граничными условиями (21). Величина волнового числа α в этом случае зависит от параметров задачи и заключена в интервале $0,97 < \alpha < 1,03$. При уменьшении α изменяется конфигурация крупномасштабных образований, увеличивается отношение ширины к высоте этих структур.

В работе получено семейство решений в зависимости от внешних параметров задачи – параметра стратификации F и параметра шероховатости E_0 . Проведенные вычисления показывают, что структуры в виде продольных вихревых жгутов существуют только при $F < F_*$. Поэтому при заданном значении средней скорости когерентные структуры существуют только тогда, когда перепад температуры $\Delta T = 2\Theta$ превышает некоторое критическое значение $\Delta T > \Delta T_*$. Следовательно, существование упорядоченных структур в виде продольных вихревых жгутов связано с сильным влиянием термогравитационных сил. Заметим, что критическое значение параметра стратификации F_* увеличивается с ростом параметра шероховатости E_0 . Так, для $C = 0,1$ при $E_0 = 1,6 \cdot 10^{-5}$ имеем $F_*' = 0,02$, а при $E_0 = 8 \cdot 10^{-5}$ $F_*'' = 0,0235$.

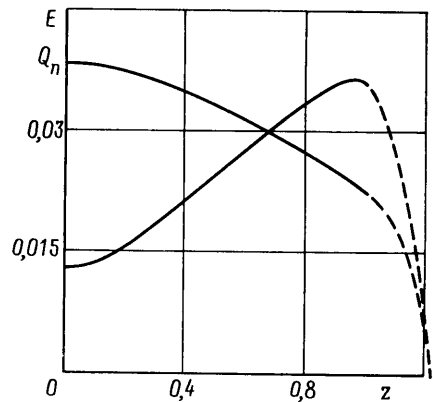
На фиг. 1 приведены зависимости коэффициента поверхностного трения c_f и коэффициента теплопередачи (числа Стентона) c_h на нижней стенке от значения параметра стратификации F при $C = 0,1$, $E_0 = 1,6 \cdot 10^{-5}$. Здесь $c_f = 2(u_*'/U_{cp})^2$, $c_h = Q/(\rho c_p U_{cp} \Theta)$, U_{cp} – среднерасходная скорость. Отметим, что увеличение параметра шероховатости E_0 приводит к увеличению c_f и c_h при сохранении вида зависимости от F .

Данные на фиг. 2 дают представление об амплитудных характеристиках упорядоченного движения. Здесь приведены распределение среднеквадратических значений пульсаций температуры и значения осредненной турбулентной энергии крупномасштабной составляющей. На фиг. 2 $z = 1$ соответствует границе ядра потока, $z = 1 + \delta$ – координате стенки. По оси ординат отложены величины

$$\theta_n = \sqrt{[(T^\circ)^2]}/\Delta T, E = 0,5[(u_1^\circ)^2 + (u_2^\circ)^2 + (u_3^\circ)^2]/U_{cp}^2.$$



Фиг. 1



Фиг. 2

Величины C и E_0 выбраны такими же, как на фиг. 1, параметр стратификации $F=0,0115$, $\alpha=1$. Качественный характер распределения пульсаций по вертикальной координате z остается таким же и при других значениях внешних параметров и согласуется с экспериментальными данными [10, 11].

ЛИТЕРАТУРА

1. *Nikuradze J.* Kinematographische analyse einer turbulenten Strömung // *Z. angew. Math. und Mech.* 1929. В. 9. № 6. С. 495–496.
2. *Ибрагимов М. Х., Субботин В. И., Бобков В. П. и др.* Структура турбулентного потока и механизм теплообмена в каналах. М.: Атомиздат, 1978. 296 с.
3. *Fieder H. E.* Coherent structures in turbulent flows // *Progr. Aerospace Sci.* 1988. V. 25. № 3. P. 231–269.
4. *Лагышев А. В., Орданович А. Е.* О моделировании упорядоченных структур в открытых турбулентных потоках // *Изв. АН СССР. МЖГ.* 1981. № 4. С. 45–52.
5. *Монин А. С., Яглом А. М.* Статистическая гидромеханика. Механика турбулентности. Ч. 1. М.: Наука, 1965. 639 с.
6. *Ковалев В. А., Орданович А. Е.* Физико-математическая модель турбулентного горизонтального стратифицированного потока с учетом когерентных структур. Ч. 1. Построение модели. М.: 1981. 34 с.— Деп. в ВИНТИ 8.06.1981, № 2771–81.
7. *Ковалев В. А., Орданович А. Е.* Физико-математическая модель турбулентного горизонтального стратифицированного потока с учетом когерентных структур. Ч. 2. Расчет структуры и характеристик течения в плоском канале при неустойчивой стратификации. М., 1981. 51 с.— Деп. в ВИНТИ 29.06.1981, № 3170–81.
8. *Герценштейн С. Я., Штемлер Ю. М.* О возмущениях конечной амплитуды в пограничном слое // *Изв. АН СССР. МЖГ.* 1976. № 1. С. 150–153.
9. *Галушко В. В., Орданович А. Е.* Двухслойная модель экмановского пограничного слоя атмосферы // *Метеорология и гидрология.* 1978. № 4. С. 33–44.
10. *Hussain A. K. M. F., Reynolds W. C.* Measurement in fully developed turbulent channel flow // *Trans. ASME. J. Fluids Eng.* 1975. V. 95. № 4. P. 568–578.
11. *Кулешов В. А., Поляков А. Ф., Цыкулев Ю. В.* Экспериментальное исследование теплообмена в горизонтальном канале // *Теплофизика высоких температур.* 1977. Т. 15. № 6. С. 1316–1318.

Москва

Поступила в редакцию
22.III.1990