

УДК 532.546

© 1991 г.

П. Г. БЕДРИКОВЕЦКИЙ, Е. Н. ДЕДИНЕЦ, Е. В. МАНЕВИЧ

**ВЕРТИКАЛЬНОЕ ВЫТЕСНЕНИЕ НЕСМЕШИВАЮЩИХСЯ
ЖИДКОСТЕЙ ИЗ НЕОДНОРОДНЫХ ЗАЛЕЖЕЙ**

Дается обобщение модели модифицированных фазовых проницаемостей [1, 2] на случай вертикального вытеснения с учетом силы тяжести. При этом принимается, что бóльшая по толщине залежь купольного типа при вертикальном вытеснении может рассматриваться как трубка тока переменного сечения. Построено точное решение одномерной задачи вытеснения. Показано, что при вертикальном вытеснении из неоднородных пластов гравитационные силы стабилизируют вытеснение, приближая его при малых скоростях к чисто поршневому. Установлено, что уменьшение темпов нагнетания и отбора приводит к повышению углеводородоотдачи, а увеличение пластового давления – к ее понижению.

1. Вывод уравнений движения. Предположим, что при вытеснении происходит одномерное вертикальное движение в трубке тока переменного сечения $A(z)$. Введем долю площади поперечного сечения $S(z, t)$, промытую вытесняющим газом. В ней s° – газонасыщенность, s_* – газонасыщенность в непромытой зоне.

Заменим осредненные по сечению уравнения неразрывности для вытесняемой пластовой смеси $i=2$ и заканчиваемого газа $i=1$

$$m \frac{\partial}{\partial t} \rho_1 A [s^\circ(z)S + s_*(z)(1-S)] + \frac{\partial}{\partial z} \rho_1 A W_1 = 0$$

$$m \frac{\partial}{\partial t} \rho_2 A [(1-s^\circ(z))S + (1-s_*(z))(1-S)] + \frac{\partial}{\partial z} \rho_2 A W_2 = 0 \quad (1.1)$$

Здесь t – время, z – вертикальная координата, ρ_i – плотности фаз, W_i – осредненные по сечению скорости фаз, m – пористость.

Пусть фазы несжимаемы. Сократим обе части равенств (1.1) на ρ_i и сложим два уравнения. Получим, что суммарный поток фаз по высоте постоянен

$$A(W_1 + W_2) = q(t) \quad (1.2)$$

Предположим, следуя [1, 2], что заполнение зон пласта вытесняющей фазой в каждом поперечном сечении происходит в порядке убывания их проницаемостей. Пусть функция распределения проницаемости $f(k)$ одинакова для всех сечений $z = \text{const}$. Вводя долю площади поперечного сечения ξ , в которой проницаемость меньше заданного значения k , $k(\xi)$, получим формулы для расчета средних значений проницаемости в промытой зоне $k_1(S)$ и зоне течения вытесняемой нефти $k_2(S)$, т. е. модифицированных фазовых проницаемостей [1, 2]

$$k_1(S) = \int_0^S k(\xi) d\xi, \quad k_2(S) = \int_S^1 k(\xi) d\xi, \quad \xi = \int_k^\infty f(\eta) d\eta \quad (1.3)$$

Далее предполагается, что в каждом сечении давление постоянно. Осредняя выражение для скорости фильтрации в зонах S и $1-S$, получим

$$W_i = -\frac{k_i(S)}{\mu_i} \left(\frac{\partial p}{\partial z} - \rho_i g \right) \quad (1.4)$$

Здесь μ_i — вязкости фаз, p — давление, g — ускорение свободного падения.

Подставляя (1.4) в (1.2), выражая градиент давления и подставляя его в (1.4), получаем выражение для объемных потоков фаз в виде

$$\begin{aligned} W_1 A &= F q, \quad W_2 A = (1-F) q \\ F(S, z) &= F_0(S) \left[1 + \frac{k_2(S)}{\mu_2} \frac{\Delta \rho g A(z)}{q} \right] \\ F_0(S) &= \left[1 + \frac{k_2(S)}{k_1(S) \mu} \right]^{-1} \\ \Delta \rho &= \rho_1 - \rho_2, \quad \mu = \mu_2 / \mu_1 \end{aligned} \quad (1.5)$$

При вертикальном вытеснении к функции распределения потоков $F_0(S)$, обусловленной различием скоростей фаз вследствие различия вязкостей и модифицированных фазовых проницаемостей, добавляется функция гравитационной сегрегации, распределяющая потоки различной плотности. На фиг. 1, а приведены графики функции распределения потоков, отвечающие разным глубинам: I — на кровле пласта, II — в середине, III — на подошве. Если закачиваемый агент легче вытесняемого, то $\Delta \rho < 0$ и функция гравитационной сегрегации вычитается из функции распределения потоков. Выталкивающая сила, действуя на заканчивающийся газ со стороны пластового флюида, способствует выравниванию фронта вытеснения. Если $\Delta \rho > 0$ (закачка воды в свод нефтяной залежи), то функции распределения потоков и гравитационной сегрегации складываются. Сила тяжести, действуя на более тяжелую воду, способствует взаимному проникновению фаз.

Подставляя выражение объемного потока вытесняющей фазы (1.5) в первое уравнение (1.1) и переходя к безразмерным переменным τ и Z , получим

$$\begin{aligned} \frac{\partial S}{\partial \tau} + \frac{\partial}{\partial Z} F(S, Z) &= 0 \\ Z &= \frac{1}{\Omega} \int_0^z m(z) \cdot A(z) [s^\circ(z) - s_*(z)] dz, \quad \tau = \frac{1}{\Omega} \int_0^t q(t') dt' \end{aligned} \quad (1.6)$$

Здесь $\Omega = Z(H)$ — газонасыщенный объем пласта, H — его толщина.

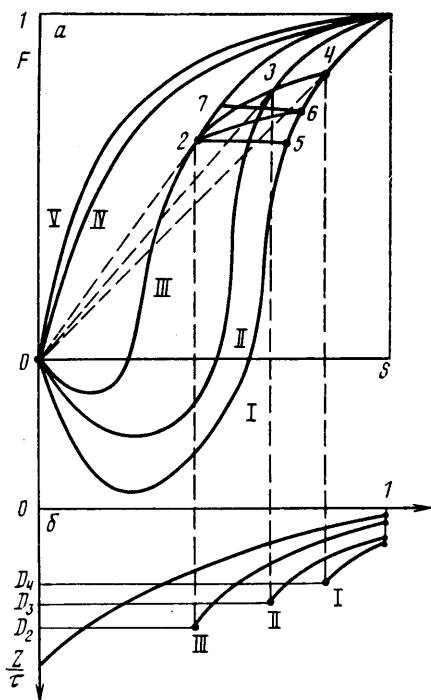
Процессу одномерного вытеснения пластовой смеси газом отвечают следующие начальные и граничные условия для уравнения (1.6):

$$\tau=0: S=0; Z=0: F=1 \quad (1.7)$$

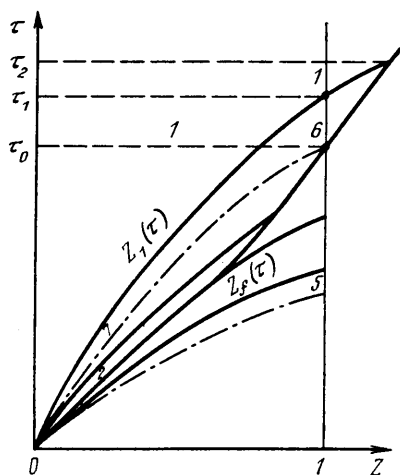
2. Решение задачи вытеснения. Соотношения на характеристиках гиперболического уравнения (1.6) имеют вид [3]

$$\frac{dZ}{d\tau} = F_s', \quad \frac{dS}{d\tau} = -F_z' \quad (2.1)$$

Из (2.1) следует, что вдоль характеристик $F = \text{const}$.



Фиг. 1



Фиг. 2

Пусть решение задачи вытеснения (1.7) $S(Z, \tau)$ построено. Рассмотрим отображение плоскостей $(Z, \tau) \rightarrow (S, F)$, которое строится по решению $S=S(Z, \tau)$, $F=F(S(Z, \tau), Z)$ (типа преобразования годографа [4]). Образ характеристики $Z(\tau)$ — прямая $F=\text{const}$, скорость характеристики (2.1) равна тангенсу угла наклона кривой $Z=\text{const}$. На фиг. 2 пунктиром отмечены линии характеристик, цифрами — соответствующие значения S и F .

На разрывах выполняются условия Гюгоню [3]

$$D=[F]/[S]$$

Здесь квадратные скобки означают интенсивность скачка, равную разности значений перед (индекс плюс) и за (минус) разрывом, D — скорость скачка. На плоскости (S, F) скорость разрыва равна тангенсу угла наклона отрезка, соединяющего точки за разрывом и перед ним.

В момент $\tau=0$ во входном сечении $Z=0$ происходит распад разрыва, заданного начальными условиями (1.7). Образующаяся конфигурация распада автомодельна [3]

$$S=1, \quad 0 < \frac{Z}{\tau} < F_s'(1, 0) \quad (2.2)$$

$$\frac{Z}{\tau} = F_s', \quad F_s'(1, 0)' < \frac{Z}{\tau} < D_2 = F_s'(S_2, 0) = \frac{F(S_2, 0)}{S_2} \quad (2.3)$$

$$S=0, \quad D_2 < \frac{Z}{\tau} \quad (2.4)$$

Решение состоит из области покоя 1, центрированной волны 1—2 и скачка 2→0. На разрыве выполняется условие Жуге — скорость разры-

ва равна скорости характеристики [5]

$$D_2 = F_s'(S^-, Z) \quad (2.5)$$

Значение S за разрывом получено проведением касательной из O к кривой $Z=0$ (фиг. 1, a).

Если сечение трубки тока $A(Z)$ постоянно, то (2.2)–(2.4) – автомодельное решение задачи вытеснения (1.7). Его график IV приведен на фиг. 1, b . Графическая процедура построения состоит в переносе каждого значения S из центрированной волны (2.3) с плоскости (S, F) на плоскость (S, ξ) и отнесении его к значению автомодельной переменной Z/τ , равной тангенсу угла наклона кривой $F(S)$ в точке S .

На фиг. 1, a изображены кривые I–V распределения потоков F , соответствующие различным скоростям вытеснения: $W=q(A)=8 \cdot 10^{-9}$; $2 \cdot 10^{-8}$; $2,2 \cdot 10^{-7}$; 10^{-6} ; 8 м/с. Кривая V соответствует горизонтальному вытеснению: $g=0$, $F=F_0(S)$. Функция распределения проницаемости $f(k)$ имеет математическое ожидание $k_* = 17,5 \cdot 10^{-15}$ м²; среднее квадратичное отклонение $\sigma = 10^{-12}$ м², отношение вязкостей $\mu = \mu_2/\mu_1 = 20$, разность плотностей $\Delta\rho = 165$ кг/м³.

Графики автомодельных решений задачи (1.7), соответствующие различным значениям скорости вытеснения W , приведены на фиг. 1, b . При малых скоростях W (I–III) в решении задачи вытеснения присутствует скачок насыщенности, при больших W (IV, V) кривая распределения потоков выпукла и решение состоит из центрированной волны. При больших W за счет значительного разброса проницаемостей распределение насыщенности в зоне смеси непрерывно, длина зоны смеси $[F_s'(0, W) - F_s'(1, W)]\tau$ значительна. При уменьшении W (III) скорость фронта полного вытеснения $F_s'(1, W)$ увеличивается, скорость фронта вытеснения D_2 намного меньше $F_s'(0, W)$. При дальнейшем уменьшении скорости W (I, II) ширина зоны смеси уменьшается, режим вытеснения близок к поршневому.

Установленный эффект стабилизации процесса вытеснения при уменьшении скорости закачки связан с действием выталкивающей силы со стороны пластовой смеси на более легкий газ закачки, прорывающийся по высокопроницаемым зонам. Движение двухфазной смеси определяется равнодействующей гидродинамического перепада давлений и выталкивающей силы. Скачок насыщенности в решении задачи вытеснения «срезает» непрерывный участок, соответствующий изменению насыщенности от нуля до фронтового значения, т. е. движению по наиболее проницаемым пропласткам. При уменьшении скорости нагнетания выталкивающая сила возрастает, она препятствует прорыву газа и стабилизирует процесс вытеснения. Охват пласта вытеснением стремится к единице.

Значение скорости W_0 , при которой режим вытеснения становится поршневым, определяется из условия $F_s'(1, W_0) = 1$. Используя (1.3), (1.6), получим $W_0 = k_0 \Delta\rho g / \mu_2$, где k_0 – минимальное значение проницаемости на кривой распределения $f(k)$. Для рассматриваемого примера $W_0 = 4,3 \cdot 10^{-9}$ м/с.

При увеличении пластового давления плотность газа возрастает больше, чем плотность пластовой смеси. Разность плотностей фаз уменьшается. Следовательно, уменьшается выталкивающая сила и охват пласта при вертикальном вытеснении.

Отметим, что при закачке воды $\Delta\rho > 0$ и при уменьшении скорости закачки q величина $F_s'(1)$ становится отрицательной. Это соответствует гравитационному всплыванию нефти при малых скоростях вытеснения, что приводит к уменьшению нефтеотдачи. Минимальная скорость фильтрации на кровле пласта, при которой не происходит всплывания нефти,

находится из условия $F_s'(1)=0$. Для условий рассматриваемого примера она равна $W=3,2 \cdot 10^{-6}$ м/с.

На плоскости (Z, τ) из точки $(0, 0)$ выпущены характеристики, отвечающие центрированной волне 1–2 в конфигурации распада разрыва. Вдоль самой медленной характеристики $Z_1(\tau)$ имеем $S=1$, вдоль самой быстрой насыщенность возрастает от S_2 при $Z=0$ до S_5 при $Z=1$ (фиг. 1).

Вдоль каждой характеристики насыщенность изменяется по закону $S=S_F(Z)$, где $S_F(Z)$ – функция, обратная к $F=F(S, Z)$. Из первого уравнения (2.1) получаем уравнение характеристики $Z_F(\tau)$, вдоль которой распространяется значение $F=\text{const}$

$$\int_0^{Z_F} \frac{dZ}{F_s'(S_F(Z), Z)} = \tau \quad (2.6)$$

Как видно из формы кривых $F(S, Z)$ при $Z=\text{const}$, со временем скорость характеристики возрастает.

На фиг. 2 показана динамика фронта вытеснения $Z_f(\tau)$. На линию разрыва характеристики волны (2.6) приносят значения $S^-(Z_f)$. На разрыве $Z_f(\tau)$ происходит скачок в точку 0, $S^+(Z_2)=0$. Запишем условия сохранения баланса вытесняющей фазы на фронте вытеснения

$$\frac{dZ_f}{d\tau} = \frac{F(S^-, Z_f)}{S^-} \quad (2.7)$$

Динамика фронта вытеснения и фронтовой насыщенности описывается обыкновенным дифференциальным уравнением (2.7) и трансцендентным (2.6). Для получения интеграла движения (2.7) проинтегрируем обе части уравнения (1.6) по области плоскости (Z, τ) , ограниченной участком характеристики $F=\text{const}$ (2.6) и линией разрыва γ_f , соединяющими точки $(0, 0)$ и $(Z_F=Z_f, \tau)$. Введем обозначение $\Delta=F d\tau - S dZ$; величина Δ имеет смысл объемного потока вытесняющей фазы. Согласно формуле Грина, интеграл по области от левой части уравнения (1.6) равен интегралу от Δ по контуру $\gamma_F U \gamma_f$ и равен нулю. Перетока вытесняющей фазы через фронт вытеснения не происходит

$$\int_{(0,0)}^{(Z_f, \tau)} F d\tau - S dZ = \int_0^{\tau} \left(F - S \frac{F^-}{S^-} \right) dZ = 0$$

Поэтому интеграл по Δ через отрезок γ_F тоже равен нулю

$$F\tau - \int_0^{Z_f} S_F(Z) dZ = 0 \quad (2.8)$$

Из системы двух трансцендентных уравнений (2.6) и (2.8) для каждого момента τ находится $Z_F=Z_f$ и S^- . Исключая из системы τ , получим координату Z_f точки пересечения фронта с характеристикой $F=\text{const}$

$$\int_0^{Z_f} \frac{dZ}{F_s'(S_F(Z), Z)} = \frac{1}{F} \int_0^{Z_f} S_F(Z) dZ \quad (2.9)$$

Соответствующий момент времени τ определяется из (2.6). Таким образом, уравнения (2.6) и (2.8) задают траекторию фронта вытеснения в параметрическом виде $Z_f(F)$, $\tau(F)$.

На фиг. 1 траектория $S^-(Z_f)$, $F^-(Z_f)$ соединяет точки 2 и 6.

Проведем для этого значения перед разрывом линию Жуге на плоскости (S, F) , которая является решением уравнений (2.6) и (2.8). Для этого к каждой кривой $Z = \text{const}$ на фиг. 1, а проведем касательную из точки 0. Линия соединяет точки 2 при $Z=0$ и 4 при $Z=1$. Поскольку характеристики приходят на фронт вытеснения, их скорости больше скорости фронта и линия 2-6 значений за скачком лежит ниже кривой 2-4.

Момент прорыва газа закачки к добывающим скважинам $Z=1$ может быть определен следующим образом. Положим в уравнении (2.9) $Z_f=1$ и найдем из него $F_6=F(S^-(Z_f=1), 1)$. Затем из (2.6) определяется момент прорыва τ_6 .

Для определения момента полного извлечения τ_1 необходимо положить в (2.6) $Z_F=1, F=1, S_F(Z)=1$.

При отображении плоскостей $(Z, \tau) \rightarrow (S, F)$ криволинейный треугольник $(0, 0) \rightarrow (1, \tau_6) \rightarrow (1, \tau_1) \rightarrow (0, 0)$ перейдет в криволинейный треугольник $\tilde{7}-\tilde{6}-\tilde{1}-\tilde{7}$, треугольник $(0, 0)^{1'} \rightarrow (1, \tau_6)^{1'} \rightarrow (0, 0)$ — в треугольник 2-6-7-2.

Со временем скорость фронта вытеснения уменьшается от D_2 при $\tau=0$ до $F_s'(S_6, 1)$ при $Z=1$. При этом фронтовая насыщенность $S^-(Z_f)$ возрастает от S_2 до S_6 .

Профили распределения насыщенности по пласту даны на фиг. 3 для трех моментов времени $\tau' < \tau_6, \tau' < \tau'', \tau_6 < \tau''' < \tau$. При малых τ' профиль мало отличается от автомодельного, $S^{-1}(\tau')$ несколько больше, чем S_2 , скорость фронта Z_f немного больше, чем скорость D_2 . Перед моментом прорыва $S^-(\tau')$ несколько меньше, чем S_6 , а скорость фронта несколько больше, чем скорость D_6 . После прорыва на стадии добычи смеси вытесняемого и вытесняющего флюидов доля газа закачки в потоке $F(1, \tau''')$ возрастает от F_6 до единицы.

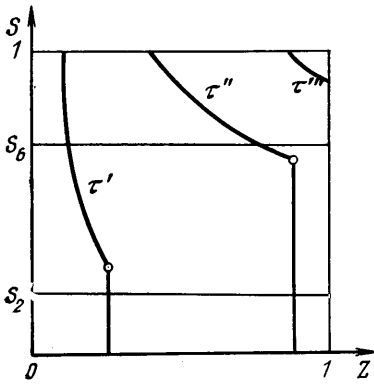
Со временем фронты $Z_1(\tau)$ и $Z_f(\tau)$ столкнутся (фиг. 2). В момент τ_0 сталкивания, как следует из (2.8), $Z_f=\tau_0$. Это значение находится из (2.6) при $S=F=1$. После сталкивания образуется разрыв, движущийся с единичной скоростью. Далее вытеснение поршневое.

3. Анализ результатов расчетов. Цель расчетов — выяснение количественного влияния темпов отбора и пластовых давлений на охват неоднородной залежи при вертикальном вытеснении. Исходные данные такие же, как в разд. 2. Площадь поперечного сечения $A(Z)$ меняется по параболе от $A(0)=8,6 \cdot 10^6 \text{ м}^2$ до $A(1)=241,2 \cdot 10^6 \text{ м}^2$.

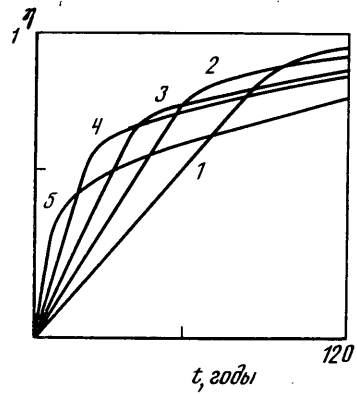
На фиг. 4 приведены графики текущей углеводородоотдачи от объема прокачки τ при темпах отбора нефти $q_m=10, 15, 20, 30, 150$ млн. т/год, что соответствует при пластовых условиях $p=60$ МПа значениям $q=1,21; 1,82; 2,42; 3,64; 18,2 \text{ м}^3/\text{с}$ (кривые 1-5 соответственно). Кривая 6 отвечает горизонтальному вытеснению.

Увеличение скорости вытеснения приводит к уменьшению охвата пласта. При увеличении темпа нагнетания от $q_m=10$ до 150 млн. т/год коэффициент охвата после прокачки одного порового объема уменьшается: $\eta=0,892; 0,834; 0,785; 0,719; 0,441$ (кривые 1-5). Период допрорывной разработки также уменьшается: $\tau_r=0,875; 0,806; 0,735; 0,647; 0,232$.

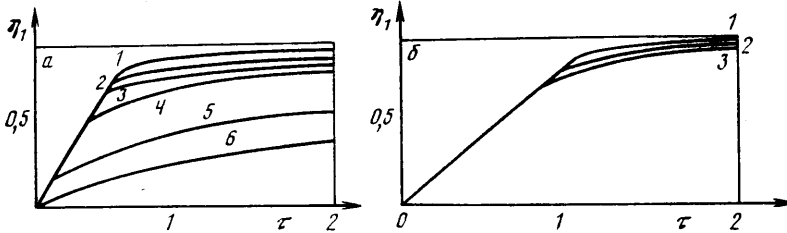
Однако в режиме реального времени увеличение темпа нагнетания приводит не только к уменьшению охвата пласта, но и к увеличению темпа добычи. Зависимость нефтедобычи от времени для различных q становится более сложной. На фиг. 5 приведены зависимости η от времени t для указанных выше пяти значений темпа закачки q . Для любых двух значений q вначале выше лежит кривая $\eta(\tau)$ с большим расходом (более интенсивная добыча нефти до прорыва), а начиная с некоторого момента времени — с меньшим расходом (более высокий охват после прорыва).



Фиг. 3



Фиг. 5



Фиг. 4

Рассмотрим огибающую кривых $\eta(\tau)$ для различных значений расхода q . Она лежит выше всех кривых $\eta(\tau)$. Каждая кривая $\eta(\tau)$ пересечет огибающую тем позднее, чем меньше q . Отсюда следует, что для каждого момента времени t существует темп нагнетания q , при котором количество добытой за это время нефти максимально. Этот темп тем меньше, чем больше фиксированный период отбора t . Так, для рассматриваемого примера для максимальной добычи за время 10, 20, 33, 52 и 110 лет оптимальный темп $q=150, 30, 20, 15$ и 10 млн. т/год.

Зависимость нефтеотдачи от пластового давления, при котором ведется процесс вытеснения, представлена на фиг. 4, б. Здесь кривые 1–3 соответствуют пластовым давлениям 20, 40 и 60 МПа, $q=15$ млн. т/год. Охват пласта тем выше, чем ниже пластовое давление. Для трех указанных значений давления $\eta(1)=0,931; 0,908; 0,834$. Моменты прорыва $\tau_1=0,925; 0,896; 0,806$.

Авторы благодарят К. С. Басниева и А. К. Курбанова за постановку задачи и внимание к работе.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Hearn C. L. Simulation of stratified waterflooding by pseudo relative permeability curves // J. Petrol. Technol. 1971. V. 28. № 7. P. 805–813.
2. Курбанов А. К., Аганов Г. А. К вопросу о вытеснении нефти водой из неоднородного пласта // Нефть и газ Тюмени. Вып. 13. Тюмень, 1972. С. 36–38.
3. Гельфанд И. М. Некоторые задачи теории квазилинейных уравнений // Усп. мат. наук. 1959. Т. 14. Вып. 2. С. 87–158.
4. Лаврентьев М. А., Шабат Б. В. Методы теории функций комплексного переменного. М.: Наука, 1973. 736 с.
5. Куликовский А. Г. О свойствах ударных адиабат в окрестности точек Жуге // Изв. АН СССР. МЖГ. 1979. № 2. С. 184–187.

Москва

Поступила в редакцию
20.III.1990