

УДК 532.5.013.4:537.2

© 1991 г.

С. С. ВЕРБИЦКИЙ, А. И. ГРИГОРЬЕВ, А. А. ЗЕМСКОВ,
С. О. ШИРЯЕВА

ЭЛЕКТРОГИДРОДИНАМИЧЕСКОЕ МОНОДИСПЕРГИРОВАНИЕ ЖИДКОСТЕЙ

При электростатическом диспергировании жидкости с мениска на торце капилляра, по которому жидкость подается, эмитированные капли оказываются неустойчивыми по отношению к собственному заряду и распадаются, выбрасывая около 100 более мелких (на два порядка) капель. Если же жидкость по капилляру подавать под давлением, то в зависимости от его величины существуют диапазоны значений прикладываемых к электродам напряжений, при которых эмитированные капли оказываются устойчивыми как по отношению к собственному заряду, так и по отношению к внешнему электрическому полю системы электродов. Размеры, заряды и удельные заряды таких капель рассчитываются на основе принципа наименьшего рассеяния энергии.

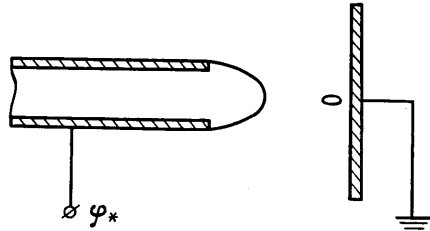
1. Получение потоков монодисперсных сильно униполярно заряженных капель при электростатическом диспергировании жидкостей представляет интерес в связи с многочисленными техническими, химическими и технологическими приложениями (см., например, обзоры [1, 2]), среди которых наряду с традиционными, типа каплеструйной печати [2], в последние годы появились и такие экзотические, как ускорители макрочастиц [3] и получение капель жидкого водорода для установок термоядерного синтеза [4].

Исследования электростатического монодиспергирования жидкости с мениска на торце капилляра, по которому подается жидкость, начались после появления работы [5], в которой это явление было описано. В [6–11] были достаточно подробно изучены основные феноменологические закономерности монодиспергирования. Что же касается немногочисленных попыток теоретической интерпретации явления (см., например, [11–13]), то в них были допущены серьезные просчеты в физической постановке задачи. Так, например, принцип минимальности свободной энергии системы в конечном состоянии применялся в открытой термодинамической системе. На это обстоятельство указывалось уже в [14]. Правильный подход к расчету параметров эмитируемых капель был сформулирован в [15, 16], где было показано, что минимизироваться должна скорость изменения свободной энергии, а не ее конечное состояние, так как система открытая, а сам процесс эмиссии капель квазистационарный [17].

В [15, 16] были рассмотрены задачи о расчете параметров распада сильно заряженной капли проводящей жидкости и незаряженной капли проводящей жидкости в сильном внешнем однородном электростатическом поле. В частности, было показано, что значение параметра Рэлея для эмитированных капель $W^2 = q^2 / (16\pi\sigma r^3)$, характеризующего их устойчивость по отношению к собственному заряду, превышает критическое значение (равное единице) на величину $w^2 = E^2 r / \sigma$. Это означало, что эмитированные капли изначально неустойчивы по отношению к собственному заряду. Здесь E — напряженность внешнего поля в окрестности эмитированной капли, а q и r — ее заряд и радиус, σ — коэффициент поверхност-

ного натяжения жидкости, параметр w характеризует устойчивость незаряженной капли по отношению к полю E . Из общезначимых соображений можно ожидать, что при эмиссии капель с торца капилляра, в котором жидкость находится под давлением, должен существовать некий диапазон давлений, в котором эмитируемые капли будут устойчивы. Исследованию условий реализации такой возможности и посвящена данная работа. Следует сразу отметить, что предлагаемый подход носит полуфеноменологический, модельный характер.

2. Дальнейший анализ проведем для системы электродов, схематично изображенной на фиг. 1. Потенциал, вызывающий эмиссию жидкости, подается непосредственно на капилляр. Противозлектрод будем считать удаленным на значительное расстояние, позволяющее пренебрегать его вкладом в электрическое поле у вершины капилляра, с которой идет эмиссия капель. Поле у вершины капилляра будем считать совпадающим с полем поддерживаемого при постоянном потенциале сильно вытянутого сфероида с эксцентриситетом $e = \sqrt{1 - R^2 / (0,5L + R)^2}$, где R и L — радиус и длина капилляра, по которому с малой скоростью под постоянным давлением подается жидкость ($R \ll L$).



Фиг. 1

Рассмотрим теперь незамкнутую термодинамическую систему, состоящую из капилляра, по которому со скоростью V_0 подается жидкостью ρ , имеющая коэффициент поверхностного натяжения на свободной границе σ , и электрического поля вокруг капилляра, поддерживаемого при потенциале ϕ_* сторонними силами неэлектрической природы. Будем полагать, что потенциал ϕ_* достаточно велик для того, чтобы мениск жидкости на его торце был неустойчив по отношению к поверхностному заряду (по отношению к эмиссии микрокапель, согласно [1–16]). Примем, что в результате этой неустойчивости с торца капилляра идет эмиссия заряженных микрокапель, так что полный электрический ток через капилляр неизменен во времени. Иначе говоря, примем, что в описанной открытой термодинамической системе идет стационарный процесс, для которого справедлив вариационный принцип Онзагера минимальности рассеяния энергии. Это означает, что порция энергии, рассеиваемой в каждом элементарном акте эмиссии, будет минимальной.

Итак, пусть в силу неустойчивости заряженной свободной поверхности жидкости на торце капилляра с вершины жидкого мениска началась эмиссия заряженных капель, как это наблюдалось в экспериментах [5, 6]. Рассмотрим начальный этап этого процесса, когда была эмитирована первая капля с зарядом q и массой $m = 4/3\pi\rho r^3$, имеющая начальную скорость V , в общем случае не совпадающую со скоростью движения жидкости в капилляре V_0 . Примем, что характерный линейный размер капли намного меньше радиуса капилляра. Тогда электрическое поле капилляра в области пространства, занятого оторвавшейся каплей, можно считать примерно однородным. Согласно [18], равновесная форма капли в таких условиях может считаться сфероидальной в линейном приближении по квадрату ее эксцентриситета e_0 .

Изменение энергии системы при описанном акте эмиссии капли имеет вид

$$\Delta F = 4\pi\sigma r^2 A(e_0) + \frac{q^2}{2C} + q\Delta\phi + \frac{2}{3}\pi\rho V^2 r^3 \quad (2.1)$$

$$A(e_0) = \frac{1}{2}(1-e_0^2)^{-1/2} \left[(1-e_0^2)^{1/2} + \frac{1}{e_0} \text{Arcsin } e_0 \right]$$

Здесь C — емкость капли, $\Delta\phi$ — разность потенциалов между капилляром и точкой пространства, где находится центр отрывающейся капли в момент разрыва перетяжки, связывающей ее с мениском.

Первое слагаемое в (2.1) определяет изменение энергии сил поверхностного натяжения, второе — собственную электростатическую энергию эмитируемой капли, четвертое — кинетическую энергию оторвавшейся капли, являющаяся мерой изменения потенциальной энергии сил, создающих гидростатическое давление в капилляре, и сторонних сил, создающих разность потенциалов ϕ . Третье слагаемое учитывает изменение энергии системы за счет совершения работы по перемещению заряда q с вершины мениска на торце капилляра, имеющего потенциал ϕ_* , в точку, где находится центр оторвавшейся капли сразу после ее отрыва от мениска. Потенциал электростатического поля в окрестности капилляра будем аппроксимировать, согласно сказанному выше, потенциалом вытянутого вдоль поля E сфероида с эксцентриситетом e . Согласно [19], соответствующее выражение для потенциала имеет вид

$$\begin{aligned} \phi &= \frac{Q}{R}(1-e^2)^{1/2} e^{-1} \text{Arth } \frac{e}{v} \equiv \frac{Q}{R} \Omega(e, v) \\ v &= (1+\xi/a^2)^{1/2}, \quad a=L/2+R \\ Q &= \phi_* RB^{-1}(e), \quad B(e) = e^{-1}(1-e^2)^{1/2} \text{Arth } e \end{aligned}$$

Здесь v — безразмерное расстояние от центра маленькой капельки до центра капилляра, Q — равновесный заряд, который приобретает сфероид с эксцентриситетом e , поддерживаемый при потенциале ϕ_* . В итоге третье слагаемое в (2.1) принимает вид

$$q\Delta\phi = q \frac{Q}{R} [\Omega(e, v) - B(e)] \quad (2.2)$$

Из рисунков и кинограмм последовательных стадий отрыва эмитируемой капли от мениска на торце капилляра [8, 10, 11], характеризующих форму отрывающейся капли, а также из физических соображений естественно предположить, что непосредственно перед отрывом большая часть заряда капли сосредоточена на ее вершине, т. е. на той части поверхности, которая имеет положительную среднюю кривизну. После отрыва за время порядка времени гидродинамической релаксации капельки она примет во внешнем поле форму сфероида с эксцентриситетом e_0 и заряд, ранее сосредоточенный на вершине, перераспределится по всей поверхности.

Для определенности примем, что форма вершины эмитируемой капли в момент отрыва сферическая с радиусом r_0 , равным среднему радиусу кривизны вершины сфероида с эксцентриситетом e_0 , т. е. $r_0 = r(1-e_0^2)^{1/2}$. Тогда емкость отрывающейся капли (с учетом того, что весь заряд сконцентрирован только на полусферической вершине) естественно принять равной $0,5 r_0$. В результате для емкости капельки в момент отрыва получим следующее выражение:

$$C = 0,5r(1-e_0^2)^{1/2} \equiv r/B_0$$

Изменение энергии рассматриваемой системы при эмиссии капли, определяемое соотношением (2.1), связано с появлением новой поверхности жидкости, площадь которой можно выразить через радиус образовавшейся капли r , и с изменением энергии электростатического поля, выражающимся через q и r . Появление кинетической энергии эмитиро-

ванной капли, также выражающейся через r последним слагаемым в (2.1), обязано работе сил, создающих давление в капилляре, и сторонних сил неэлектростатической природы, обеспечивающих поддержание постоянной разности потенциалов. Поэтому в качестве независимых переменных, от которых зависит ΔF , естественно принять r и q . Потребуем, чтобы в силу принципа наименьшего рассеяния энергии изменение энергии при эмиссии капли радиуса r с зарядом q , определяемое (2.1), было минимальным, т. е. чтобы производные от ΔF по r и q были равны нулю. В итоге для нахождения r и q получим систему двух алгебраических уравнений, которая в безразмерных переменных имеет вид

$$0,25\mu^2 X^2 + A(e_0)X - [B(e) - \Omega(e, v)]^2 B_0^{-1} W^2 = 0 \quad (2.3)$$

$$Y = [B(e) - \Omega(e, v)] B_0^{-1} X \quad (2.4)$$

$$X = r/R, \quad Y = q/Q, \quad \mu^2 = \rho V^2 R/\sigma$$

Из (2.1), (2.2) следует, что изменение энергии системы ΔF зависит от расстояния v между каплями и мениском в момент разрыва контакта между ними. Этот параметр входит и в систему (2.3), (2.4). Поэтому систему уравнений (2.3), (2.4) необходимо дополнить уравнением, определяющим v .

Сформулируем более конкретно модель отрыва маленькой капли от капилляра. Предварительно напомним, что эмиссия капель представляет собой финальную стадию неустойчивости Тонкса — Френкеля поверхности жидкого мениска на срезе капилляра, при которой развивается неустойчивость капиллярных волн, всегда существующих в жидкости уже в силу теплового движения молекул. В результате суперпозиции этих волн на вершине мениска формируется выступ (конус Тейлора), с вершины которого происходит эмиссия капель. Отрыв (эмитирование) капель имеет место, когда сила взаимодействия заряда вершины выступа с электростатическим полем E превышает силу поверхностного натяжения $2\pi r_* \sigma$, удерживающую вершину выступа (r_* — радиус перетяжки, связывающей капли). В уравнении баланса сил в момент отрыва также следует учесть силу гидродинамического давления в капилляре

$$mV_0/\tau = \pi R^2 \rho V_0^2, \quad \tau = m/\pi R^2 \rho V_0$$

Здесь m — масса отрывающейся капельки, τ — характерное время отрыва капли, равное по порядку величины времени истечения из капилляра количества жидкости массой m .

Следует отметить, что форма перетяжки, удерживающей каплю, должна быть близка к катеноиду (чтобы обеспечить минимальность поверхностной энергии [9, 15]). Поэтому при заданных характерных линейных размерах капилляра и маленькой капли должен существовать минимальный радиус перетяжки r_* , при котором будет иметь место равенство между силами поверхностного натяжения, удерживающими вершину выступа, и суммой кулоновской силы и силы гидродинамического давления, отрывающих ее. По достижении этого критического радиуса (по мере роста эмиссионного выступа) перетяжка оборвется за счет развития в ней неустойчивости капиллярных волн, генерирующихся в отрывающейся капле.

Уравнение баланса сил в момент начала разрыва перетяжки даст необходимое условие для определения неизвестного безразмерного расстояния

$$^{1/8}\alpha(1-e_0^2)^{1/8} = W^2 Y X^{-1} P + ^{1/16} K \mu^2 X^{-1} \quad (2.5)$$

$$P = (1-e^2)/(v^2-e^2), \quad K = V_0^2/V^2, \quad \alpha = r_*/b_0$$

Здесь b_0 — характерный линейный поперечный размер головки отрывающейся капли (меньшая полуось капли, если ее форму принимать сфероидальной), параметр α показывает, во сколько раз радиус перетяжки в момент начала отрыва меньше радиуса головки отрывающейся капли. Согласно [16], значение α , при котором наблюдается наилучшее согласие с экспериментальными данными, находится в диапазоне $0,8 \leq \alpha \leq 1$. Поэтому во всех дальнейших расчетах будет приниматься $\alpha = 0,9$.

Решение системы (2.3) — (2.5) позволяет качественно проследить смену режимов электростатического распыления и изменения параметров эмитируемых капель в зависимости от величины потенциала ϕ_* и давления жидкости в капилляре.

Чтобы следить за устойчивостью эмитированных капель как по отношению к собственному заряду, так и по отношению к внешнему полю, выпишем условие устойчивости заряженной сфероидальной капли во внешнем поле E в виде [18]

$$\chi = W_*^2(1 + 2,07e_0^2) + 4,63(1 + 6,62e_0^2)w_*^2 < 1 \quad (2.6)$$

Здесь e_0 — равновесный эксцентриситет заряженной капли во внешнем электрическом поле, определяемый выражением [18]

$$e_0^2 \approx 9w_*^2(1 + W_*^2), \quad w_*^2 = \frac{E^2 r}{16\pi\sigma} = W^2 X P^2 \quad (2.7)$$

$$W_*^2 = \frac{q^2}{16\pi\sigma r^3} = W^2 \frac{Y^2}{X^3}$$

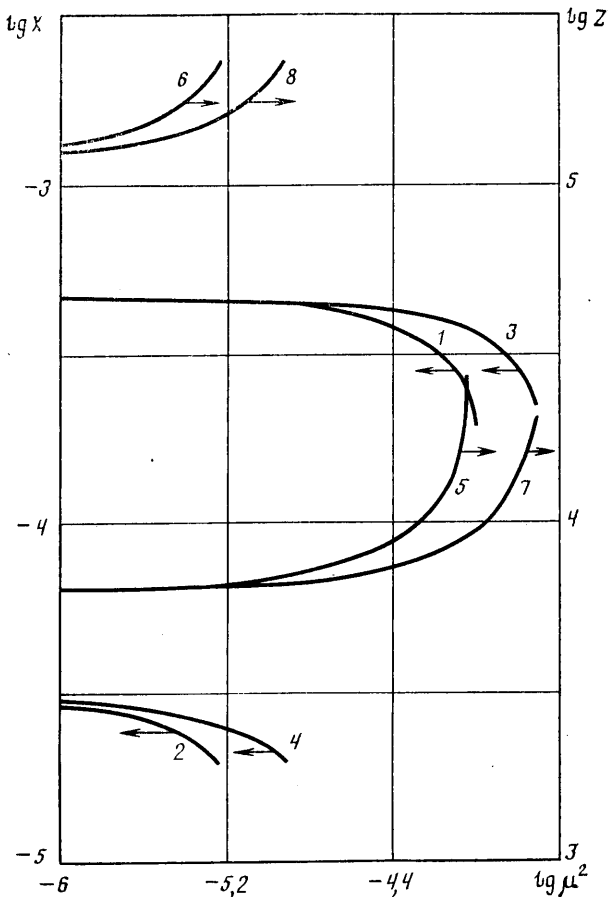
а w_*^2 и W_*^2 — параметры Тейлора и Рэлея для эмитированной капли, характеризующие устойчивость капли по отношению ко внешнему полю и к собственному заряду соответственно.

Решение системы (2.3) — (2.7) позволяет определить условия электростатического монодиспергирования, что и было осуществлено численным образом на ЭВМ для различных значений безразмерного параметра $W^2 = Q^2 / (16\pi\sigma R^2)$, характеризующего геометрию электродной системы, свойства диспергируемой жидкости и прикладываемые напряжения. Величина μ^2 изменялась в диапазоне от 10^{-6} до 10^{-4} , значение e^2 принималось равным 0,999 (что соответствует отношению $R/L \approx 0,016$). Значения параметра e_0^2 определялись в итерационной процедуре.

3. Результаты расчетов показали, что для заданной величины напряженности поля между электродами режим монодиспергирования осуществляется лишь в определенном диапазоне значений μ^2 . Причем с увеличением напряженности поля указанный диапазон смещается в область меньших значений μ^2 , а заряд и размер эмитируемых в этом режиме капель уменьшаются.

На фиг. 2—3 представлены характерные зависимости безразмерных радиуса X , заряда Y , удельного заряда $Z = Y/X^3$ и параметра устойчивости χ эмитируемых капель от μ^2 в режиме монодиспергирования для значений параметра W^2 , равного 100 и 1000 (кривые 1, 2, 5, 6 при $K=1$, 3, 4, 7, 8 при $K=0,5$). Кривые 1—4 фиг. 2 иллюстрируют изменение X , а кривые 5—8 — изменение Z с увеличением μ^2 . Аналогично на фиг. 3 показаны зависимости от μ^2 величин Y (кривые 1—4) и χ (кривые 5—6). Кривые 1, 3, 5, 7 на фиг. 2—3 соответствуют значению $W^2=100$, 2, 4, 6, 8 — значению $W^2=1000$.

Зависимости величин X , Y , Z и χ от параметра W^2 для различных значений $\mu^2=10^{-6}$, 10^{-5} , 10^{-4} приведены на фиг. 4 и 5 (кривые 1, 2, 5, 6 при $K=1$, 3, 4, 7, 8 при $K=0,5$). Кривые 1—4 фиг. 4 иллюстрируют характер изменения X , 5—8 — Z при увеличении параметра W^2 . На фиг. 5 показаны зависимости Y (кривые 1—4) и χ (кривые 5—8) от величины W^2 . На фиг. 4

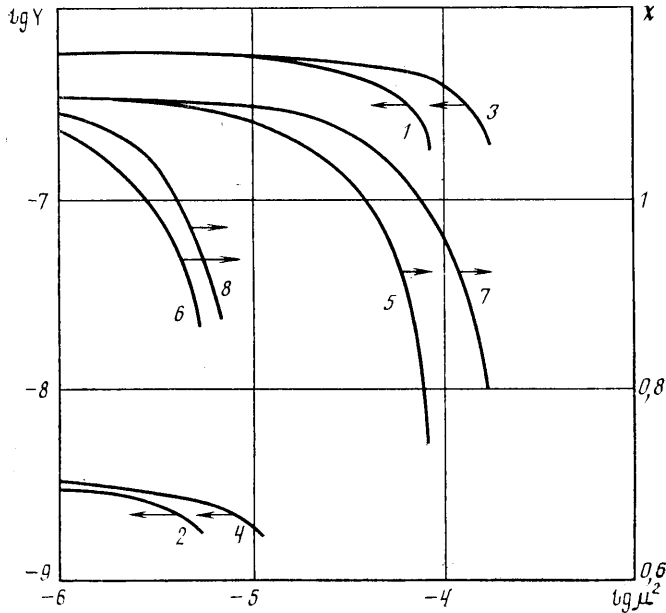


Фиг. 2

и 5 кривые 1 и 5 соответствуют значению $\mu^2=10^{-6}$, 2, 3, 6, 7 — значению $\mu^2=10^{-5}$. Для кривых 4, 8 параметр μ^2 равен 10^{-4} . На всех иллюстрационных зависимостях обращают на себя внимание малые значения X (радиус эмитируемых капель) и узость диапазонов значений параметров W^2 и μ^2 , в которых возможно монодиспергирование. На фиг. 2–5 это области, в которых параметр устойчивости $\chi < 1$. Крайние правые точки на этих графиках соответствуют исчезновению решений системы (2.3)–(2.7).

Найденные безразмерные радиусы отрывающихся капель означают, что эмитированные капли имеют радиус, минимум на три порядка меньший радиуса капилляра. Большие значения размеров эмитированных капель получаются при увеличении длины капилляра или при уменьшении его радиуса (т. е. увеличении e^2) и при увеличении давления в капилляре (т. е. увеличении параметра μ^2) [20]. Принятые в данном рассмотрении скорости подачи жидкости по капилляру выбирались так, чтобы они соответствовали использовавшимся в экспериментах [8] массовым расходам жидкости. Полученные зависимости X , Y , Z от μ^2 и W^2 качественно согласуются с обнаруженными экспериментально в [8–10].

Отметим, что принятое при расчетах значение $e^2=0,999$ для реальных капилляров соответствует следующим парам радиусов R (мкм) и длин L (см): 100 и 0,6, 250 и 1,6, 500 и 3,2. Для капилляра радиуса $R=250$ мкм значения параметра $\mu^2=10^{-5}$ и 10^{-6} соответствуют скорости поступления жидкости по капилляру (при $\sigma=0,073$ Н/м, $\rho=1$ г/см³) $V_0 \approx 1,7$ и $0,54$ мм/с



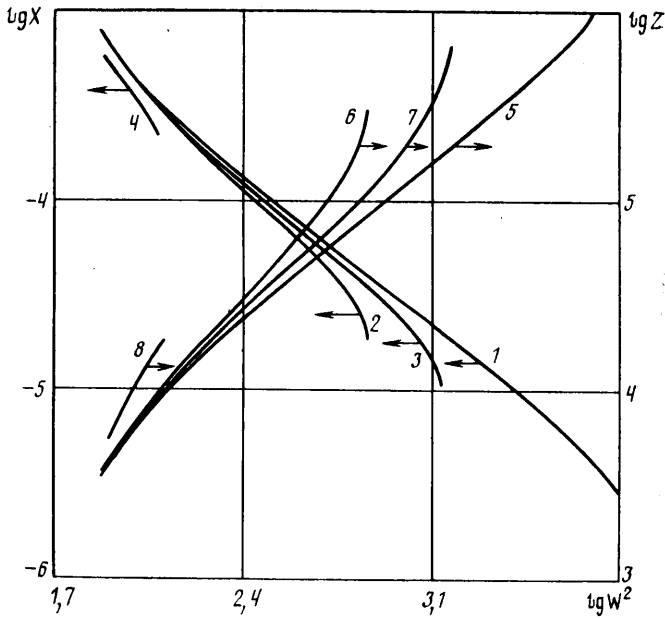
Фиг. 3

(для $K=1$) и $V_0 \approx 1,2$ и $0,38$ мм/с (для $K=0,5$). Аналогично значения параметра $W^2=10^2$ и 10^3 при $e^2=0,999$, $R=250$ мкм, $\sigma=0,073$ Н/м приводят к величинам потенциала, подаваемого на капилляр, $\varphi=3,8$ и 12 кВ соответственно.

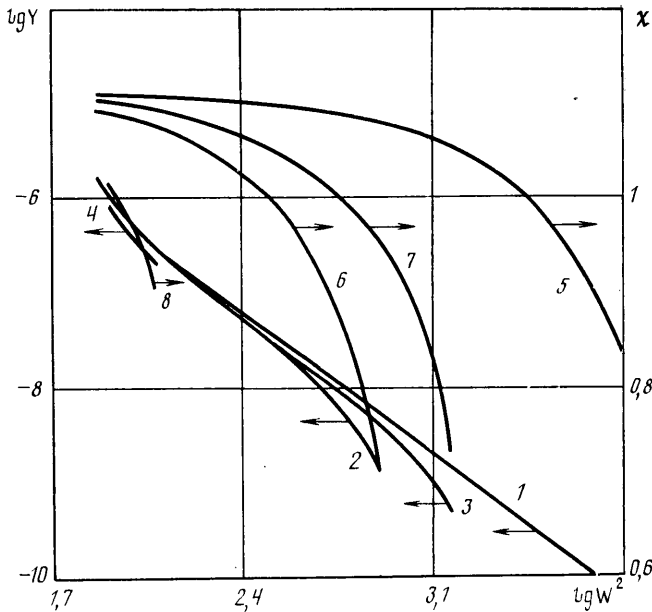
Значения параметра $K=1$ соответствуют идеализированной ситуации, когда скорость капли в момент разрыва перетяжки совпадает со скоростью движения жидкости в капилляре. Значение параметра $K=0,5$, для которого результаты проведенных расчетов приведены на фиг. 2–5 (кривые 3, 4, 7, 8), представляется более реальным и соответствует ситуации, когда скорость капли в момент разрыва перетяжки превышает скорость движения жидкости по капилляру. Превышение V над V_0 обусловлено работой электростатических сил.

4. Все сказанное относится к монодиспергированию идеально проводящих жидкостей, когда скорость релаксации электрического заряда бесконечно велика. Для реальных жидкостей с конечной скоростью релаксации электрического заряда уравнение (2.4) будет, конечно, несправедливо, так как получено в приближении бесконечно большой скорости переноса заряда. И тем не менее можно выделить диапазон электропроводностей реальных жидкостей, в котором уравнение (2.4) для эмиссии капель заданного интервала размеров выполняется с хорошей точностью. Этот диапазон электропроводностей определится условием, чтобы характерное время эмиссии одной капли τ_0 было намного больше характерного времени релаксации электрического заряда в жидкости $\tau_* \sim 1/\lambda$, где λ — удельная электропроводность жидкости. Естественно принять, что τ_0 не может быть меньше периода колебаний основной моды капиллярных волн в незаряженной капле тех же размеров $\tau_0 \sim 2\pi\sqrt{r^3/(8\sigma)}$. Тогда из условия $\tau_0 \gg \tau_*$ получаем $\lambda \gg \frac{1}{2\pi} \sqrt{8\sigma/(r^3)}$

Например, при $\sigma/\rho \sim 100$ см³с⁻² и $r \sim 10$ мкм имеем $\lambda \gg 10^5$ с⁻¹. А такому условию удовлетворяют многие реальные жидкости с электропроводностью, большей либо равной удельной электропроводности дистиллированной воды, и все жидкие металлы.



Фиг. 4



Фиг. 5

Если же для капли данного радиуса выполнится неравенство $\tau_* \gg \tau_0$, тогда за время эмиссии электрический потенциал вдоль ее поверхности не будет успевать выравниваться, эмитированная капля в этом случае унесет заряд меньший, чем предсказывается теорией и, следовательно, диапазон внешних параметров системы, в котором возможно монодиспергирование, расширится. Однако строгий расчет параметров эмитированных капель в такой ситуации должен основываться на точном решении уравнений переноса заряда, импульса и массы и требует специального рассмотрения.

Предельная ситуация идеально диэлектрической жидкости рассмотрена в [4]. В этом случае отрывающиеся с торца капилляра капли электронейтральны и для удобства управления потоком капель заряды на них наносятся специальным устройством (через тонкую иглу, вставленную в капилляр).

5. Диэлектрические жидкости, жидкие металлы и жидкости с произвольной электропроводностью могут быть монодиспергированы электростатическим полем при использовании простейших технических устройств. Имеются эксперименты по электростатическому получению монодисперсных порошков тугоплавких металлов, когда жидкий металл не подается по капилляру, но создается на торце металлического прутка локальным его разогревом [20]. Предложенное выше теоретическое рассмотрение позволяет рассчитать размеры и заряды эмитированных капель и в этом случае.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Дудников В. Г., Шабалин А. Л. Электрогидродинамические источники ионных пучков: Препринт № 87-63. Новосибирск: ИЯФ СО АН СССР, 1987. 66 с.
2. Григорьев А. И., Сыщиков Ю. В., Ширяева С. О. Электростатическое монодиспергирование жидкостей как метод получения двухфазных систем // Журн. прикл. химии. 1989. Т. 62. № 9. С. 2020-2026.
3. Маноон Б. М. Ускорители макрочастиц // Усп. физ. наук. 1981. Т. 134. № 4. С. 611-639.
4. Woosley J. P., Turnbull R. J., Kim K. Field injection electrostatic spraying of liquid hydrogen // J. Appl. Phys. 1988. V. 64. № 9. P. 4278-4284.
5. Vonnegut B., Neubauer R. L. Production of monodisperse liquid particles by electrical atomization // J. Coll. Sci. 1952. V. 7. № 6. P. 616-622.
6. Drozin V. G., Mer V. K. L. The determination of the particle size distribution of aerosols by precipitation of charged particles // J. Coll. Sci. 1959. V. 14. № 1. P. 74-90.
7. Nawab M. A., Mason S. G. The preparation of uniform emulsions by electrical dispersion // J. Coll. Sci. 1958. V. 13. № 2. P. 179-187.
8. Sample S. B., Raghupathy B. Production of liquid aerosols by harmonic electrical spraying // J. Coll. and Interface Sci. 1971. V. 41. № 2. P. 185-193.
9. Ahire D. V., Kamra A. K. Production of charged monodisperse water droplets by electrical dispersion // Mausam. 1984. V. 35. № 1. P. 27-32.
10. Безруков В. И., Костылев А. А. Фокусировка фоновое аэрозольного факела при электростатическом монодиспергировании // Электрокаплевая технология в реализации программы «Интенсификация-90». Л.: Знание, 1989. С. 48-51.
11. Hendricks C. D., Jr., Carson R. S., Hogan J. J., Schneider J. M. Photomicrography of electrically sprayed heave particles // AIAA Journal. 1964. V. 2. № 4. P. 733-737.
12. Ryce S. A., Patriarche D. A. Energy considerations in the electrostatic dispersion of liquids // Canad. J. Phys. 1965. V. 43. № 12. P. 2192-2199.
13. Elghazaly H. M. A., Castle G. S. P. Analysis of the multisibling instability of charged liquid drops // IEEE Trans. Ind. Appl. 1987. V. 1A-23. № 1. P. 108-113.
14. Krohn V. E. Evidence that the minimum-energy state is not accessible to a system of droplets produced by electrohydrodynamic spraying // Appl. Phys. Lett. 1973. V. 23. № 5. P. 220-221.
15. Григорьев А. И., Ширяева С. О. Параметры электростатического распыливания жидкости // Изв. АН СССР. МЖГ. 1988. № 2. С. 5-15.
16. Григорьев А. И., Ширяева С. О. Закономерности распада сильно заряженной капли // Журн. техн. физики. 1989. Т. 59. № 11. С. 119-121.
17. Базаров И. П., Геворкян З. В., Николаев П. Н. Неравновесная термодинамика и физическая кинетика. М.: Изд-во МГУ, 1989. 240 с.
18. Григорьев А. И., Ширяева С. О., Белагина Е. И. Равновесная форма заряженной капли в электрическом и гравитационном полях // Журн. техн. физики. 1980. Т. 59. № 6. С. 27-34.
19. Ландау Л. Д., Лифшиц Е. М. Электродинамика сплошных сред. М.: Наука, 1982. 623 с.
20. Ширяева С. О., Григорьев А. И., Вербицкий С. С. Монодиспергирование проводящих жидкостей // Физика и техника монодисперсных систем: Тез. докл. Всесоюз. конф., Москва, 1988. 18-21.10. М.: Изд. МЭИ, 1988. С. 34-36.