

новном сохраняются, но градиенты плотности существенно уменьшаются (фиг. 2). Это связано как с уменьшением общего уровня плотности при уменьшении числа M_∞ , так и с меньшим искривлением ударной волны в окрестности разрыва кривизны в месте стыка притупления с образующей контура треугольного крыла.

Увеличение угла атаки при заданном числе M_∞ также снижает градиент плотности в окрестности плоскости симметрии крыла (фиг. 2). Это объясняется общим повышением значений плотности в ударном слое с одновременным уменьшением интенсивности стекания в области Э. Так, при $\alpha=20^\circ$ процессы стекания в окрестности плоскости симметрии практически отсутствуют уже при $x \geq 20$. С уменьшением угла атаки снижается общий уровень плотности газа в ударном слое, что также уменьшает градиент плотности и энтропии в окрестности плоскости симметрии крыла.

В заключение отметим, что указанный режим обтекания крыла со стреловидностью $\chi=75^\circ$ при $M_\infty=15$ и $\alpha=10^\circ$ экстремален не только с точки зрения градиентов газодинамических параметров, но и с точки зрения эффекта растекания газа в окрестности плоскости симметрии крыла при больших значениях x .

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Дьяконов Ю. Н., Пчелкина Л. В., Сандомирская И. Д. Сверхзвуковое обтекание затупленных тел. М.: Изд-во МГУ, 1971. 406 с.
2. Любимов А. Н., Русанов В. В. Течения газа около тупых тел. Ч. 2. Таблицы газодинамических функций. М.: Наука, 1970. 379 с.
3. Лебедев М. Г., Пчелкина Л. В., Сандомирская И. Д. Сверхзвуковое обтекание плоских затупленных тел. М.: Изд-во МГУ, 1974. 238 с.
4. Лунев В. В. Гиперзвуковая аэродинамика. М.: Машиностроение, 1975. 327 с.
5. Иванов В. В., Красильников А. В. Экспериментальное исследование распределения давления на треугольном крыле с притупленными кромками при малых углах атаки // Изв. АН СССР. МЖГ. 1972. № 2. С. 166–169.
6. Родионов А. В. Монотонная схема второго порядка аппроксимации для сквозного расчета неравновесных течений // Журн. вычисл. математики и мат. физики. 1987. Т. 27. № 4. С. 585–593.
7. Горохов С. А., Еремин В. В., Поляков А. М. Использование модификаций метода Годунова для численного исследования гиперзвукового пространственного обтекания треугольных крыльев с притупленными кромками // Тез. докл. 7-го Всесоюз. семинара «Теор. основы и конструирование числ. алгоритмов решения задач матем. физики», г. Кемерово, 1988. Кемерово: КГУ, 1988. С. 33.
8. Горохов С. А., Еремин В. В., Поляков А. М. Гиперзвуковое обтекание треугольных крыльев с затупленными кромками // Изв. АН СССР. МЖГ. 1990. № 5. С. 175–179.
9. Авдеевский В. С., Галицкий Б. М., Глебов Б. М. и др. Основы теплопередачи в авиационной и ракетно-космической технике. М.: Машиностроение, 1975. 623 с.
10. Чжен П. Отрывные течения. Т. 2. М.: Мир, 1972. 280 с.

Москва

Поступила в редакцию
20.II.1990

УДК 533.6.011.72

© 1991 г.

А. Э. РАХИМОВ

О НЕВОЗМОЖНОСТИ СТАЦИОНАРНОГО МАХОВСКОГО ОТРАЖЕНИЯ УДАРНЫХ ВОЛН ДЛЯ СРЕД СО СПЕЦИАЛЬНОЙ УДАРНОЙ АДИАБАТОЙ

При обжати косою ударной волной пористых тел, расположенных на металлической подложке, при столкновении косых ударных волн или при фокусировании сходящейся конической ударной волны важным является вопрос о режиме отражения или взаимодействия. Регулярные режимы отражения необходимы при создании сплошных образцов из исследуемого порошка. Нерегулярные режимы, когда образуется «ножка» или «диск» Маха (головная волна), приводят к большому различию касательных составляющих скоростей (сотни метров в секунду) по разные стороны от границы контактного разрыва и к значительному разогреву вещества за головной волной, приводящему к его расплавлению или испарению вещества в волнах разгрузки [1, 2]. Эти причины вызывают интенсивные физико-химические

процессы при нерегулярных режимах [3], приводящие к синтезу новых веществ, появлению твердых растворов различных веществ во всем диапазоне концентраций [4], а при значительных интенсивностях головной волны – к появлению мощного высокоскоростного потока за ней и образованию канала. Более подробно эти вопросы изложены в [5].

Для совершенного газа с постоянными теплоемкостями переход регулярного отражения ударных волн от абсолютно твердой стенки в маховское и вопрос о существовании стационарного маховского отражения изучены довольно полно [6–8], для сплошных и пористых сред отметим [5, 9, 10]. В [9] численно исследуется возможность реализации схемы стационарного маховского отражения для сплошного алюминия, в [10] рассчитывались критические углы регулярного отражения для алюминия различной пористости.

В данной работе находятся условия, при которых стационарное маховское отражение ударной волны в пористом веществе невозможно ни при каких углах падающей ударной волны, если фиксированы параметры набегающего потока.

Исследование многих сплошных веществ и их порошков привело к простой приближенной зависимости [11]

$$D = A + Bu \quad (1)$$

где D – скорость распространения ударной волны в покоящейся среде, u – скорость среды за фронтом, A и B – некоторые константы.

Обратимся к анализу сердцевидных кривых, выражающих связь между давлением p и углом поворота потока θ за косыми ударными волнами. Предположим, что система координат связана с падающей волной, так что набегающий со скоростью D^* поток вещества образует угол φ с фронтом ударной волны. Пусть $D = D^* \sin \varphi$ – нормальная к фронту составляющая скорости набегающего потока, $D - u$ – нормальная составляющая скорости потока за ударной волной, ρ_{00} – плотность порошка, ρ_0 – плотность сплошного материала. Законы сохранения на ударной волне запишем в виде

$$\rho_{00}D = \rho_1(D - u) \quad (2)$$

$$p_0 + \rho_{00}D^2 = p_1 + \rho_1(D - u)^2 \quad (3)$$

$$E_1 - E_0 = \frac{1}{2}(p_1 + p_0) \left(\frac{1}{\rho_{00}} - \frac{1}{\rho_1} \right) \quad (4)$$

$$D^* \cos \varphi = (D - u) \operatorname{ctg}(\varphi - \theta) \quad (5)$$

Здесь $E(p, \rho)$ – внутренняя энергия, индекс 0 относится к состоянию перед ударной волной, 1 – за ней. Зафиксировав скорость набегающего потока D^* , проанализируем возможные состояния вещества за ударной волной в плоскости $p\theta$.

Из (5), исключив φ с помощью $D = D^* \sin \varphi$, можно получить

$$\operatorname{tg} \theta = \frac{u \sqrt{D^{*2} - D^2}}{D^{*2} - Du} \quad (6)$$

В дальнейшем будем предполагать, что для среды выполняется соотношение (1). Тогда для слабых волн запишем [11]

$$\theta \approx \frac{\sqrt{D^{*2} - A^2}}{D^{*2}} u$$

для давления из (1)–(3) при малых θ

$$p_1 - p_0 \approx \frac{\rho_{00}AD^{*2}}{\sqrt{D^{*2} - A^2}} \theta$$

Так как поток может отклоняться в обе стороны относительно направления своего начального движения, в нижней точке $p = p_0$, $\theta = 0$ сердцевидная кривая $p(\theta)$ имеет острие.

Пусть параметры прямого скачка ($\varphi = \pi/2$) p^* и θ .

Для p_1 , близких к p^* , получаем из (1)–(3) и (5)

$$p^* - p_1 \approx \left(\frac{D^{*2}}{u^*} - D^* \right)^2 \frac{\rho_{00}(D^* + Bu^*)}{2BD^*} \theta^2$$

Таким образом, сердцевидная кривая имеет горизонтальную касательную в верхней точке $p = p^*$, $\theta = 0$ (см. также [11]). Несложно показать, что зависимость положительной ветви $\theta(p)$ для уравнений (1)–(3), (6) имеет единственный внутренний

максимум и не имеет точек перегиба и изломов для $p_0 \leq p \leq p^*$, т. е. сердцевидная кривая подобна газодинамической.

Возможные состояния вещества после первой ударной волны в плоскости (θ, p) обозначим через L_1 . Если угол θ_1 не очень велик, то существует отраженная волна с состояниями $L_2(\theta_1)$ (см. фигуру).

Предположим, что первая ударная волна бесконечно слабая, т. е. $p_1 \approx p_0$, а малым параметром будем считать u . Тогда кривая, соответствующая отраженным ударным волнам, имеет две точки пересечения с осью $\theta = 0$. Для нижней точки $p_2 \approx p_1 \approx p_0$, для верхней $p_2 \approx p^*$, где p^* — давление в прямом скачке, а p_2' и p_2 — соответствующие значения давления для слабой и сильной отраженных волн.

В зависимости от знака $p_2 - p^*$ в общем случае возможны две ситуации. В первом случае (непрерывная кривая $L_2(\theta_1)$ на фигуре) $p_2 > p^*$ и можно быть уверенным, что при непрерывности $L_2(\theta_1)$ при росте θ_1 «петля» $L_2(\theta_1)$, стягиваясь в точку (скорость вещества за ударной волной приближается к местной скорости звука), пройдет через точку $(0, p^*)$ и стационарное маховское отражение для набегающего вещества возможно.

Во втором случае $p_2 < p^*$ и возможна ситуация, когда для любых $\theta_1 < \theta$ $p_2(\theta_1) < p^*$ (пунктирные кривые $L_2(\theta_1)$ на фигуре) и ни при каком θ стационарное маховское отражение невозможно (что и происходит для совершенного газа с $\gamma = 1,4$ при $M < 1,483$). Проведем анализ величины $p_2 - p^*$ для порошков.

Вместо p_2 можно вычислять величину p_2^* — давление за прямым скачком из состояния 1, так как разница $p_2^* - p_2$ — величина второго порядка малости по u или θ .

Для бесконечно слабых ударных волн при $u \rightarrow 0$ $D \rightarrow A$. Отбрасывая бесконечно малые более высоких порядков по u , для параметров за падающей ударной волной можно записать

$$p_1 \approx \rho_{00} A u + p_0$$

$$\rho_1 \approx \rho_{00} \left(1 + \frac{u}{A} \right), \quad D_1 \approx D^* \left(1 - \frac{A}{D^*} u \right)$$

Величину p_0 положим равной нулю. Это можно сделать, так как для расчетов падающих волн будет использовано (1), а для отраженных — уравнение состояния Ми — Грюнайзена с $\gamma = \gamma_0 \rho_0 / \rho$, где γ_0 — коэффициент Грюнайзена при нормальных условиях

$$p - p_x = \gamma_0 \rho_0 (E - E_x) \quad (7)$$

В результате давление входит во все уравнения аддитивно.

Для параметров прямого скачка из начального состояния запишем

$$p^* = \rho_{00} u^* D^*, \quad \rho^* = \rho_{00} \frac{D^*}{D^* - u^*}$$

для состояния 2 величины p_2 , ρ_2 , u_2 близки к p^* , ρ^* , u^* . Воспользовавшись (4), (7), для отраженной ударной волны имеем

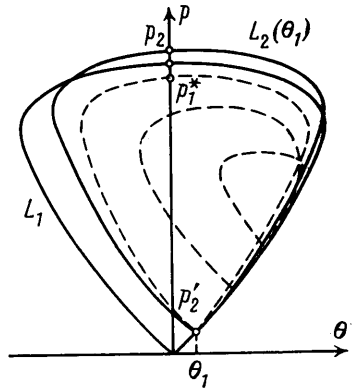
$$p_2 = p_1(\rho_2) - \left[p_1(\rho_2) \left(1 - \frac{\rho_{00}}{\rho_1} \right) - p_1(\rho_1) \left(1 - \frac{\rho_{00}}{\rho_2} \right) \right] / \left(\frac{2\rho_{00}}{\gamma_0 \rho_0} + \frac{\rho_{00}}{\rho_2} - \frac{\rho_{00}}{\rho_1} \right) \quad (8)$$

Это уравнение показывает, что для расчета параметров этой волны можно ввести мысленный скачок из первоначального состояния в состояние с $\rho = \rho_2$. Обозначим это состояние индексом $2a$. Параметры u_{2a} , D_{2a} , p_{2a} близки к u^* , D^* , p^* . Пусть $u_{2a} = u^* + \omega$, где ω — бесконечно малая. Тогда из законов сохранения следует

$$D_{2a} = D^* + B\omega, \quad p_{2a} = p^* + \rho_{00}(D^* + Bu^*)\omega$$

В числителе дроби из (8) стоят бесконечно малые величины $1 - \rho_1/\rho_{00}$ и $p_1(\rho_1)$, поэтому вместо конечных множителей в числителе можно оставить лишь их главные части. В результате получаем

$$\frac{p_2^* - p^*}{\rho_{00}} \approx (D^* + Bu^*)\omega - \frac{u^*}{A} \frac{D^{*2} - A^2}{2(\rho_{00}/\gamma_0 \rho_0) D^* - u^*} \omega \quad (9)$$



Рассмотрим законы сохранения массы и импульса для отраженной ударной волны

$$\rho_1 D_1 = \rho_2 (D_1 - u_2), \quad p_2 - p_1 = \rho_1 D_1 u_2$$

Используя предыдущие формулы, получаем

$$u_2 \approx u^* - \frac{Au^*}{D^{*2}} u + \frac{A}{D^*} \omega - \frac{D^* - u^*}{A} u$$

$$p_2^* - p_1 \approx \rho_{00} u^* D^* \left(1 + \frac{u}{A} - \frac{2A}{D^{*2}} u - \frac{D^* - u^*}{Au^*} u + \frac{A}{D^* u^*} \omega \right)$$

$$\frac{p_2 - p^*}{\rho_{00}} \approx A \omega - \left(\frac{2Au^*}{D^*} + \frac{D^* (D^* - 2u^*)}{A} - A \right) u \quad (10)$$

Приравняем правые части (9) и (10) и найдем связь

$$\omega \approx \frac{u}{2Bu^*} \left(\frac{\gamma_0 \rho_0 u^* (D^{*2} - A^2)}{A (2\rho_{00} D^* - \gamma_0 \rho_0 u^*)} - (D^* - 2u^*) \frac{D^{*2} - A^2}{AD^*} \right)$$

Подставим полученное выражение в (10)

$$K \equiv \frac{p_2^* - p^*}{\rho_{00} u A} \approx \frac{(D^* + A)}{2A^2} \left[\frac{\gamma_0 \rho_0 A u^*}{2\rho_{00} D^* - \gamma_0 \rho_0 u^*} - \frac{(2D^* - A)(D^* - 2u^*)}{D^*} \right]$$

Таким образом, знак K определяется знаком выражения в квадратной скобке. Приведенные численные расчеты для сплошных тел с $\gamma_0 = 2$ показали, что для $1 \leq B \leq 1,7$ при $u^*/A < B - 0,5$ K отрицательно и стационарное маховское отражение для таких параметров набегающего потока невозможно вообще. Этим подтвержден и обобщен вывод [9] о невозможности стационарного маховского отражения в некотором диапазоне интенсивностей ударных волн для сплошного алюминия.

Для констант реальных пористых веществ с $m \leq 1,3$ и $u^*/A \leq 1$ K также в большинстве случаев отрицательно, чем подкрепляется гипотеза о переходе регулярных отражений в маховские на границе существования регулярных режимов для пористых тел [5, 10], так как физически в этих случаях существует лишь одна граница, где возможна смена режима. Для газов [6-8] маховское отражение может реализовываться уже начиная с углов, соответствующих стационарному маховскому отражению.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Альтшулер Л. В., Баканова А. А., Бушман А. В. и др. Испарение ударно-сжатого свинца в волнах разгрузки // ЖЭТФ. 1977. Т. 73. № 5. С. 1866-1872.
2. Рукавов М. М. Исследование расширения вещества при разлете после прохождения мощной ударной волны // Теплофизика высоких температур. 1975. Т. 13. № 1. С. 20-23.
3. Грязнов И. М., Козорезов К. И., Миркин Л. И., Скугорова Н. Ф. Насыщение стали углеродом под действием ударных волн // Докл. АН СССР. 1970. Т. 194. № 1. С. 70-75.
4. Козорезов К. И., Миркин Л. И., Скугорова Н. Ф. Насыщение поверхности металлов соединениями и твердыми растворами, синтезированными в ударной волне // Докл. АН СССР. 1973. Т. 210. № 5. С. 1067-1070.
5. Костюков Н. А., Кузьмин Г. Е. Критерий возникновения макронеоднородностей типа центральной зоны при ударно-волновом воздействии на пористые среды // Физика горения и взрыва. 1986. Т. 22. № 5. С. 87-96.
6. Арутюнян Г. М., Карчевский Л. В. Отраженные ударные волны. М.: Машиностроение, 1973. 376 с.
7. Баженова Т. В., Гвоздева Л. Г., Лагунов Ю. П. и др. Нестационарные взаимодействия ударных и детонационных волн в газах. М.: Наука. 1986. 206 с.
8. Черный Г. Г. Газовая динамика. М.: Наука. 1988. 424 с.
9. Альтшулер Л. В., Кормер С. Б., Баканова А. А. и др. Нерегулярные режимы косого столкновения ударных волн в твердых телах // ЖЭТФ. 1961. Т. 41. № 5. С. 1382-1393.
10. Костюков Н. А. Влияние начальной плотности вещества на режим косого столкновения ударных волн // ПМТФ. 1977. № 3. С. 124-130.
11. Высокоскоростные ударные явления/Под ред. В. Н. Николаевского. М.: Мир, 1973. 533 с.
12. Тешуков В. М. Об ударных полярах в газе с общими уравнениями состояния // ПММ. 1986. Т. 50. Вып. 1. С. 98-103.

Москва

Поступила в редакцию
30.X.1989